DIAGRAMMES

R. GUITART

Théorie des bornes

Diagrammes, tome 2 (1979), exp. n° 2, p. G1-G2

<http://www.numdam.org/item?id=DIA_1979__2__A2_0>

© Université Paris 7, UER math., 1979, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Diagrammes » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (http://www.numdam.org/legal.php). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
http://www.numdam.org/

Diagrammes, Vol. 2, 1979.

THEORIE DES BORNES.

Chapitre 2: Bornes, sous-foncteurs de P , Classes, Treillis Sub S .

R. Guitart.

0. Dans le chapitre 1 (*) (qui a été exposé en Juin 1979 au Séminaire de Catégories Guitart-Lair-Coppey-Foltz à l'Université Paris 7 - exposé n° 25) on a vu une nouvelle définition de $\mathbb{N}$ à l'aide des sous-foncteurs B du foncteur "partie" P tels que :

- pour tout X, $\emptyset$ appartient à BX, c'est-à-dire $B(\emptyset) = P(\emptyset)$.

1. Le Théorème du Chapitre 1 se complète en la :

Proposition. Un sous-foncteur quelconque de P est de l'une des formes suivantes: P, $P^{(b(}$, $P^{(b)}$, P_+, $P^{)0}$, $P^{(b(}\wedge P_+$, $P^{(b)}\wedge P_+$, $P^{(b(}\wedge P^{)0}$, $P^{(b)}\wedge P^{)0}$, (les lois + et . constituant, comme au chapitre 1, un semi-anneau (Sub P, +, .)), les divers symboles introduits ayant la signification suivante:

(*) Erratum: au chapitre 1, page G 2, dans le théorème 1.6, il convient de supprimer : (resp. $b \longmapsto P^{(b(}$) .

$$P^{(b(}\,X = \{\, A \subset X \;/\; 0 \leqslant \text{Card } A < b \,\},$$
$$P^{(b)}\,X = \{\, A \subset X \;/\; 0 \leqslant \text{Card } A \leqslant b \,\},$$
$$P_{+}\,X = \emptyset \text{ si } X = \emptyset \text{ et } PX \text{ sinon},$$
$$P^{)0}\,X = \{\, A \subset X \;/\; 0 < \text{Card } A \,\}.$$

2. On démontre facilement la

Proposition. Si $\mathcal{C}$ est une classe, alors C défini par

$$CX = \{\, A \subset X \;/\; A \text{ est élément de } \mathcal{C} \,\}$$

est un sous-foncteur de la restriction de P aux injections canoniques, que l'on note $P_{\text{inj. can.}}$. Réciproquement, étant donné le sous-foncteur C de $P_{\text{inj. can.}}$, on retrouve la classe $\mathcal{C}$ par:

"X appartient à $\mathcal{C}$" équivaut à "X appartient à CX".

3. Dans les Chapitres qui suivront, on aura pour but, dans le cas de plusieurs foncteurs précis S: $\mathfrak{C} \longrightarrow$ Ens, de décrire "concrètement" les éléments de Sub S (e.g. comme ci-avant, pour S = P, en termes de cardinaux et de classes) et la structure naturelle portée par Sub S (e.g. Semi-anneau, ordre). Dans le cas S = P, on approfondira les liens avec les ordinaux, les problèmes universels.

(à suivre)