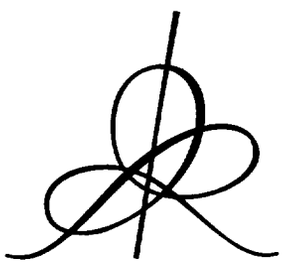
NOTES SUR L'HISTOIRE ET LA PHILOSOPHIE DES MATHEMATIQUES

II. La création des noms mathématiques : l'exemple de Bourbaki

Pierre CARTIER et Karine CHEMLA



CERN LIBRARIES, GENEVA
SCAN-9808034

Institut des Hautes Études Scientifiques
35, route de Chartres
91440 – Bures-sur-Yvette (France)

Mars 1998

IHES/M/98/20

Note liminaire

1) *Sur la parution* : Cet article est destiné au premier numéro de la nouvelle revue "Diagonales", sous la direction de Claudia Moatti (Institut Universitaire de France).

2) *Sur les auteurs* :

Pierre Cartier est Professeur à l'Ecole Normale Supérieure de Paris et Directeur de Recherche au CNRS. Au cours de sa carrière, il a été professeur à l'université de Strasbourg, puis invité à l'Institut des Hautes Etudes Scientifiques de Bures-sur-Yvette, et chercheur à l'Ecole Polytechnique. Il est l'un des responsables du séminaire "Mathématiques et Philosophie" de l'Ecole Normale. Son champ de recherche va de la géométrie à la physique mathématique.

La pratique et les pratiques des mathématiques, dans l'Encyclopédie Philosophique Universelle, tome 1, p. 663-668, P.U.F, 1989.

Karine Chemla est spécialiste de l'histoire des mathématiques en Chine. Dans sa thèse effectuée en partie lors d'un séjour en Chine en 1981, elle a contribué à faire connaître en Occident Li Ye qui est l'auteur d'un des très célèbres traités de mathématiques chinois. Elle a donné de ce traité une traduction partielle et une analyse qui font autorité. Elle s'intéresse beaucoup au rôle du langage et de la symbolique dans la science chinoise. Elle est Directeur de Recherche au CNRS.

Le juste nom, réalisé par Karine Chemla et François Martin dans le numéro spécial des Cahiers de recherches comparatives Extrême-Orient - Extrême-Occident, 1995.

La création des noms mathématiques : l'exemple de Bourbaki

Par Pierre Cartier (Ecole Normale Supérieure de Paris - CNRS) et Karine Chemla (REHSEIS-CNRS)

Avertissement : pour des raisons pratiques (délais de parution, crampe de l'écrivain chez les deux auteurs), nous avons choisi la forme de l'interview. Les questions sont posées par Karine Chemla à Pierre Cartier ; il ne faut pas être dupe de cette figure de style, les deux auteurs ont longuement discuté tous les aspects de la question et en assument tous deux la pleine responsabilité. Cet article n'aborde que très peu le problème des formalismes spéciaux aux mathématiques et les diverses formes de symbolisme et d'idéographie. Les auteurs développeront cet aspect dans un article ultérieur où ils examineront les points de vue philosophique, linguistique et historique.

K.C. : Vous avez connu d'assez près le mathématicien Bourbaki ...

P.C. : J'ai publié récemment dans *The Continuing Silence of Bourbaki* (in « The Mathematical Intelligencer », vol. 20, janvier 1998, p. 22-28) une appréciation détaillée de mon expérience au sein du groupe Bourbaki et de l'évolution de cette association. Rappelons rapidement que ce groupe de mathématiciens, constitué vers 1935, s'était donné pour tâche de présenter un exposé complet et autonome de l'ensemble des mathématiques. Il se baptisait volontiers lui-même le « Nouvel Euclide ». Dans un laps de temps de 40 années, de 1940 à 1980, il a publié une quarantaine de volumes qui constituent une somme très structurée des mathématiques du XXème siècle. Ce traité, sujet à de nombreux remaniements et rééditions, se compose actuellement d'une vingtaine de forts volumes organisés autour de la notion de structure mathématique. L'influence

au moins indirecte de cet ouvrage sur les divers mouvements intellectuels qui se baptisèrent « structuralistes » est patente, malgré le déni des auteurs de Bourbaki sur ce point.

Cet ensemble d'ouvrages sert encore aujourd'hui, plus de vingt ans après la fin de la publication, de référence et de norme. Il a en particulier fixé la terminologie mathématique et a largement réussi dans son entreprise de réorganisation et de restructuration du champ mathématique. J'ai examiné dans l'article précité les raisons historiques, fondamentales ou contingentes, qui en font l'œuvre d'une époque bien déterminée. Les points de vue scientifiques ont beaucoup évolué depuis une vingtaine d'années et nous sommes en ce moment dans une époque fluide qui se prête assez mal aux entreprises encyclopédiques. Sur le plan personnel, j'ai été, comme beaucoup de mes contemporains, fortement marqué par les tendances mathématiques de Bourbaki et sa philosophie sous-jacente, d'autant plus que je fus un membre actif du groupe pendant plus de trente ans.

K.C. : La parution des premiers volumes signés Bourbaki fit sensation , tout particulièrement en raison des choix retenus pour les noms d'entités mathématiques. En quoi ces noms présentaient-ils une nouveauté ?

P.C. : La première publication, datant de 1939, est un lexique intitulé "Fascicule de résultats". L'auteur s'y propose de : « ... donner toutes les définitions et tous les résultats de la Théorie des ensembles qui seront utilisés dans la suite de cet ouvrage ... ». La nouveauté la plus frappante de l'entreprise de Bourbaki était de réexposer l'ensemble des mathématiques dans un cadre unifiant, celui de la Théorie des ensembles. L'adoption de ce point de vue fait perdre de sa valeur à toute une partie de la terminologie mathématique traditionnelle, forgée au contact des autres sciences ou des problèmes pratiques. Peu importe de garder des noms tels que « droit » ou « courbe » ou « plan » qui font référence aux propriétés sensibles des objets mathématiques ; seule compte l'épure conceptuelle. Par ailleurs, au moment de la parution de ce premier fascicule de Bourbaki, la terminologie propre à la Théorie des ensembles avait été peu expérimentée et la tradition n'avait pas eu encore le temps de la figer. Tant dans ce domaine, que dans celui de la « Topologie générale » qui fait l'objet du deuxième volume de la série, régnait un assez grand chaos

terminologique : des notions voisines se retrouvaient affublées de noms très différents, des concepts importants n'étaient pas suffisamment mis en évidence.

Le premier travail fut donc un élagage. Citons notre auteur dans le « Mode d'emploi de ce traité » : « La terminologie suivie dans ce traité a fait l'objet d'une attention particulière. On *s'est efforcé de ne jamais s'écarter de la terminologie reçue sans de très sérieuses raisons.* On a cherché à utiliser, sans sacrifier la simplicité de l'exposé, un langage rigoureusement correct. Autant qu'il a été possible, *les abus de langage ou de notation*, sans lesquels tout texte mathématique risque de devenir pédantesque et même illisible, ont été signalés au passage ... ».

Les apports linguistiques de Bourbaki (les termes tels que « injectif », « surjectif », ...) sont des néologismes heureusement formés qui ont beaucoup aidé à clarifier les notions de base et qui se sont imposés en moins d'une vingtaine d'années. Les comptes-rendus, enthousiastes ou critiques, des premiers volumes au fur et à mesure de leur parution, témoignent clairement de la portée de ces innovations.

On peut évaluer les intentions de Bourbaki en se plaçant dans la problématique de Thomas Kuhn[1]. Cet auteur insiste sur l'existence de périodes de *science normale*, où celle-ci se développe dans un cadre prédéterminé, à l'intérieur d'un jeu de concepts et de définitions bien établis et acceptés par tous, où la terminologie est unifiée et les enjeux de la recherche scientifique bien explicités. La transmission du savoir, dans ces époques, repose en grande partie sur l'existence de manuels et d'encyclopédies qui le résument. L'entreprise de Bourbaki appartient typiquement à l'une de ces périodes normatives et son rôle a été très important dans l'unification à l'échelle mondiale de la corporation des mathématiciens, et de la science à laquelle ils se consacrent. D'une certaine manière, Bourbaki a fait pour les mathématiques ce que Lavoisier avait fait pour la chimie deux siècles plus tôt, en fixant concepts, règles opératoires et terminologie. Les dénominations créées et imposées par Bourbaki avaient pour fonction essentielle de consolider et de rigidifier un savoir qui s'était développé dans une époque turbulente au début du XXème siècle. La fin du XXème siècle voit à l'œuvre une nouvelle « révolution scientifique » moins favorable aux entreprises encyclopédiques, mais qui est conditionnée par la normalisation préalable du savoir mathématique chez Bourbaki et ses émules. La révolution scientifique que nous vivons actuellement engendrera peut-être un nouveau Bourbaki d'ici à cinquante ans.

---

[1] *La Structure des révolutions scientifiques*, Champs, Flammarion, 1983.

K.C. : Pourriez-vous nous décrire ce qui fait l'originalité des divers modes de la création lexicale de Bourbaki ?

P.C. : A partir du XIXème siècle, l'usage s'est répandu chez les mathématiciens de baptiser résultats et notions au moyen de noms propres rappelant les auteurs, vrais ou supposés, de la découverte. C'est ainsi que l'on parle de la géométrie d'Euclide, de la mécanique de Newton, de la Théorie des équations selon Galois ou des espaces de Fréchet et de l'axiome de Hausdorff[2]. Cet usage contribue pour une part non négligeable au caractère hermétique des mathématiques, à leur aspect de science pour initiés. Bourbaki s'est beaucoup efforcé de donner une terminologie plus adaptée. Un des procédés utilisés a été, conformément à la tradition philosophique qui parle de métaphysique cartésienne par exemple, la création de nouveaux adjectifs. C'est ainsi qu'on aura la géométrie riemannienne, d'après B. Riemann, auteur allemand du XIXème siècle, ou les anneaux artiniens, du nom d'un mathématicien viennois du XXème siècle. L'introduction de ces adjectifs, en faisant disparaître la référence explicite au nom du créateur, permet le déploiement d'une nouvelle intuition conceptuelle : ils acquièrent par l'usage une valeur sensible. Ce qui est aussi recherché, c'est l'aisance avec laquelle la terminologie pourra migrer d'une langue moderne à une autre : « riemannian » ou « artinian » sont de bon usage en anglais.

On peut distinguer divers modes de construction des termes mathématiques ; l'école d'algèbre allemande (fin du XIXème siècle - début du XXème siècle) nous a légué une très riche terminologie qui en français donne : « groupe » ou « anneau » ou « corps ». Mais ces mots appartiennent à ce qu'on peut appeler la catégorie *abstraite-abstraite* où les notions abstraites d'algèbre sont désignées par des termes issus directement d'une tradition philosophique : les mots « groupe, ensemble, système, collection, catégorie, ... » se réfèrent tous à la notion aristotélicienne de classe[3].

---

[2] Voir l'index terminologique du fascicule n°II de Bourbaki.

[3] Chez E. Galois qui a introduit la *notion mathématique de groupe*, ce terme se réfère explicitement au *groupement* de certaines permutations en classes.

Un autre procédé peut être baptisé *d'abstrait-figuratif.* Bourbaki a fait sensation en introduisant dans son ouvrage d'Analyse Fonctionnelle la notion de tonneau, qui est décrite comme « ... un ensemble ... borné et cerclé ». Il était si fier de son invention terminologique que la récitation de cette définition faisait partie des rituels jeux de rôles qui ponctuaient les réunions du groupe Bourbaki et forgeaient son identité.

André Weil, fondateur du groupe et frère de la philosophe Simone Weil, avait imposé des canons très stricts dans la construction des néologismes. Il abhorrait le mélange des racines grecques et latines et acceptait « polymorphisme » et « injectif », mais aurait refusé « polyvalent ». Nous reviendrons plus loin sur la dérision avouée ou cachée qui se faufilait dans les nouvelles terminologies. Pour l'instant, signalons une volonté persistante de s'affranchir d'un certain pompiérisme, tout en introduisant des précisions terminologiques qui pourraient paraître pédantes. André Weil, qui sait son grec, se souvient que la sphère des géomètres est en grec « spheros », qui est un nom concret. Aussi, lorsqu'il s'agit de distinguer la surface d'une sphère de son intérieur, ce que les ouvrages traditionnels de géométrie ne font pas, Bourbaki introduit la nouvelle terminologie de « boule » dont l'aspect « trivial » est destinée à faire image[4].

Dans un mouvement inverse, l'insistance à tout replacer dans le cadre de la Théorie des ensembles conduit à une catégorie *figuratif-abstrait* de la terminologie : les figures de la géométrie usuelle ne sont plus que des ensembles de points et appartiennent donc à cette espèce incolore des classes ou catégories selon Aristote.

K.C. : Ce choix de termes pourrait-il renvoyer à la volonté de Bourbaki d'introduire systématiquement la méthode axiomatique dans les mathématiques françaises ?

P.C. : La méthode axiomatique moderne prend naissance dans l'ouvrage de David Hilbert (1899) sur les fondements de la géométrie. L'entreprise de Hilbert a été souvent qualifiée de formaliste : pour éviter les paradoxes qui avaient surgi dans les fondements des mathématiques, le moyen retenu par Hilbert était de vider les mots employés de tout sens concret, et de ne se référer qu'aux articulations syntaxiques entre ces mots. Vider les mots de leur sens conduit à une certaine

[4] Remarque analogue pour l'emploi des mots "cercle" et "disque", ou des adjectifs tels que "disqué" ou "épointé".

indifférence à l'égard de la terminologie. C'est une plaisanterie souvent répétée de David Hilbert qu'il aurait pu dans son ouvrage sur la géométrie remplacer partout les mots « point, droite et plan » par « bière, chaise et table »[5].

Parmi les ouvrages fondamentaux auxquels se réfère explicitement Bourbaki, figure la « Moderne Algebra » de van der Waerden et la « Mengenlehre » (Théorie des ensembles) de Hausdorff. Le deuxième fascicule de Bourbaki sur la topologie poursuit le même dessein que l'ouvrage de Hausdorff et lui emprunte beaucoup dans la terminologie, en contribuant à la franciser.

Indiquons quelques-uns des traits essentiels du style des ouvrages de Bourbaki [6]:

1/ Bourbaki a beaucoup contribué à codifier et systématiser les notations de la Théorie des ensembles. Là où le langage courant oblige à des circonlocutions pour désigner la réunion ou l'intersection de familles d'ensembles par exemple, Bourbaki utilise exclusivement des symboles, dont un certain nombre sont sa création (par exemple : le $\varnothing$ pour désigner une collection vide, sans élément). Ce procédé contribua beaucoup à intriguer les lecteurs des premiers volumes ; je me souviens fort bien que lorsque j'eus seize ou dix-sept ans, j'entrai en possession d'un exemplaire du Fascicule de topologie, et que le plus gros de mon effort pour lire ce volume fut de déchiffrer ces symboles de la Théorie des ensembles dont je ne possédais pas la clé. Par comparaison, le reste de la lecture du volume fut aisée.

2/ Bourbaki importe de Hausdorff un grand nombre de notions et de termes tels que *fermeture, topologique, voisinage, adhérence, séparation,* qui n'appartenaient pas du tout à la tradition mathématique, et il y ajoute quelques créations de son cru telles que *filtre*. Tous ces termes appartiennent à la catégorie baptisée plus haut *abstraite-figurative* en ce sens que l'apparente

[5] Le groupe de littérateurs qui se baptise Oulipo se réfère explicitement à cette tradition hilbertienne et à ce que Bourbaki en a fait sur le plan des mathématiques.

[6] La rédaction sur plus de 40 années d'un ouvrage encyclopédique, par une équipe qui s'est souvent renouvelée, a conduit à une évolution importante du style. Nous ne nous intéressons ici qu'aux premiers volumes, où le projet apparaît encore de manière pure, et que Bourbaki, toujours féru de référence à ses maîtres allemands, baptisait familièrement de «Urredaktion ».

familiarité d'un terme tel que *voisinage* n'est là que pour masquer une étrangeté complète dans la référence conceptuelle.

3/ Bourbaki a été souvent traité d'algébriste sans concession et lui-même s'étonnait - dans ses débats internes - que l'on puisse trouver de l'analyse ou de la géométrie dans un ouvrage qui était devenu essentiellement algébrique. Ce qui frappe pourtant, c'est que, au moins dans les premiers volumes, Bourbaki n'utilisait pas du tout les possibilités rhétoriques fournies par un symbolisme algébrique bien utilisé et bien employé. Les symboles algébriques n'ont pas chez lui de valeur figurative en eux-mêmes[7].

S'il introduit les symboles de la Théorie des ensembles, il ne fait pas de calcul sur eux et ne les utilise que comme des marques dénominationnelles. Il s'agit là d'une simple sténographie. La conséquence la plus apparente de ces tendances est un exposé de nature discursive où, selon les canons de la méthode axiomatique, les phrases du texte ne semblent mues que par la rigoureuse syntaxe mise en place par les axiomes. Pour qui est confronté pour la première fois à ce type de discours, et qui n'a fréquenté que des mathématiques plus classiques, le sentiment dominant est l'étrangeté[8].

Il fut une époque où André Weil exprimait l'ambition programmatique de Bourbaki en disant qu'il était temps de remplacer les calculs par des idées. Il était important que la pensée ne soit pas noyée dans le formalisme ni obscurcie par lui. C'est au nom de cette exigence qu'André Weil s'opposa pendant longtemps à l'introduction de nouveaux concepts tels que ceux de *faisceau, catégorie, algèbre homologique*, que ses amis Henri Cartan et Samuel Eilenberg - eux-

---

[7] En particulier, Bourbaki a toujours véhémentement refusé l'emploi du système des indices inférieurs et supérieurs que Levi-Civita avait introduit au début du siècle et qu'Einstein a beaucoup contribué à populariser parmi les physiciens. Ce formalisme est un des exemples d'une idéographie mathématique et de la possibilité de dépasser les ressources du langage habituel par une organisation sur la page analogue dans son intention aux *Calligrammes* d'Apollinaire.

[8] Voir le témoignage de Jacques Roubaud dans *Mathématique : (récit),* Seuil, 1997 : « ... Ce qui provoquait la stupeur inquiète des étudiants de CDI de l'année universitaire 1954-1955 était l'irruption, sur la scène des savoirs reconnus et destinés à la transmission, de quelque chose d'étrange qui, sous le nom de « mathématiques modernes » allait, vague redoutable, déferler , en dépit de résistances farouches, sur la totalité du système éducatif... » « ...Si on acceptait l'annonce, la révélation d'un nouveau prophète de la mathématique, on pouvait adopter l'une des trois attitudes, où je diagnostiquerai l'intervention de trois lignes stratégiques pures ...:

a) ligne de l'obéissance pure ;
b) ligne de la croyance pure ;
c) ligne de l'anticipation pure».

mêmes membres actifs du groupe Bourbaki - avaient contribué à créer et développer. Il n'y voyait, disait-il, qu'une sténographie[9].

Dans cette opposition entre l'innovation des notations de la Théorie des ensembles et l'insistance d'un style discursif nettement marqué par la « Naturphilosophie », il faut voir sans doute la difficulté de mettre du vin nouveau dans de vieilles outres.

K.C. : Peut-on distinguer plusieurs styles mathématiques ? Les choix terminologiques reflètent-ils des personnalités différentes ?

P.C. : Assurément. Dans son ensemble, la rédaction des ouvrages et articles mathématiques est soumise à des canons très stricts. L'usage moderne, en partie sous l'influence de l'école allemande du début du siècle reprise par Bourbaki, a favorisé un style très impersonnel où se succèdent définitions, lemmes, corollaires, théorèmes, et Bourbaki s'était interdit d'ajouter le moindre commentaire imagé à la structure logique de son discours. Mais c'est dans le choix de la terminologie que se réfugie l'individualité des auteurs. Entre les mains des moins doués, on a affaire à des termes repris, précisés, généralisés, amoindris par une kyrielle de qualificatifs. C'est ainsi que l'on verra une étude des « semi-groupes », des espaces « généralisés au sens restreint » avec un abus de termes peu significatifs tels que : « régulier, normal, basique, propre, restreint ... ». Le dédain de l'auteur pour sa propre création peut se manifester par des expressions telles que « corpoïde, annelloïde »[10].

L'un des fondateurs du groupe Bourbaki, Charles Ehresmann, était un extraordinaire créateur de concepts et de terminologie. Son sens géométrique portait une marque végétale et nous lui devons des concepts fort pertinents, dénommés « fibre, jet, germe, tige » ; des termes tels que « connexion » ou « repère », qu'il nous a légués, étaient moins originaux dans la tradition géométrique dans laquelle il s'inscrivait. L'imagination de Jacques Tits, un autre géomètre qui fut

---

[9] Une activité importante de la codification mathématique consiste pourtant en l'introduction de ces bonnes sténographies que sont les termes judicieusement choisis qui remplacent une longue définition. Peut-être, André Weil avait-il pris trop au sérieux l'avertissement de Pascal et de la Logique de Port-Royal demandant de remplacer toujours le défini par la définition.

[10] Il est dommage qu'une généralisation fort significative de la notion de groupe, dont l'importance ne cesse de s'étendre, ait reçu le terme peu encourageant de « groupoïde ».

associé à Bourbaki, se traduisait de manière plus macabre. Les notions fort importantes de « squelette », de « cimetière », d'« ossuaire », sont au cours des années devenues plus prosaïquement des « murs », des « appartements » et des « immeubles » ; ces notions sont aujourd'hui centrales dans d'importants chapitres de géométrie. Bourbaki a adopté le terme « chapeau » (désignant une sorte de cône tronqué) créé par Gustave Choquet, un autre géomètre dont l'esprit peu conformiste transparaît souvent dans sa terminologie. La création terminologique la plus extraordinaire que je connaisse est celle de « motif » : Alexander Grothendieck, qui fut l'une des personnalités marquantes de Bourbaki dans les années 60 et dont l'histoire personnelle fort mouvementée traduit un caractère hors du commun, avait introduit cette notion de « motif » pour tenter d'exprimer une synthèse mathématique non encore accomplie. Il voyait à l'arrière-plan de plusieurs théories mathématiques plus ou moins parallèles émerger des concepts nouveaux qui éclaireraient, tel un phare, toutes ces théories. Ces concepts, qui *motiveraient* les développements géométriques connus, n'ont pu encore faire l'objet d'un traitement logique rigoureux bien que « l'esquisse d'un programme »[11] ait fasciné un nombre important de mathématiciens de premier plan. C'est peut-être un exemple unique dans l'histoire des mathématiques où la dénomination d'un concept aura précédé son invention.

Pour revenir au traité de Bourbaki lui-même, dont la réputation de sérieux n'est pas usurpée, et dont le caractère rigide et formel frappe tout lecteur dès la première approche, la dérision s'y est installée de manière subtile. André Weil, toujours lui, avait été très marqué, dans ses années d'Ecole Normale, par « l'esprit de canular », plus développé de son temps que parmi nos étudiants actuels à l'Ecole Normale. Le personnage de Bourbaki fut d'abord celui d'une farce pour initiés et la légende de Bourbaki est complètement occultée par un jeu de postiches emboîtés. Bourbaki - et André Weil- sont des dignitaires d'un état imaginaire poldave plus digne de Tintin que de la docte Académie des Sciences. Pour les intimes, le contraste était extraordinaire entre la véhémence et l'esprit potache qui animaient les réunions du groupe Bourbaki et le sérieux d'un traité promu à une diffusion mondiale.

Le texte du traité est corseté, il a toute la rigidité du style d'Euclide, l'apparence d'impersonnalité qui interdit tout ce qui pourrait être recours à l'intuition sensible : il n'y a pratiquement aucun schéma, ni dessin, aucun commentaire aux définitions et aux constructions

[11] Titre d'une note extrêmement importante d'A. Grothendieck qui n'a circulé que sous le manteau.

qui conduisent aux résultats importants, et nous avons affaire à un texte de haute langue, un monument classique qui n'a besoin d'aucune justification extérieure à lui-même. La dérision s'installe au cœur même du dispositif : dans un texte mathématique, le moment le plus solennel est celui des définitions, les concepts y sont désignés pour la première fois, ils n'ont pas encore servi et ils n'ont pas encore acquis cette patine qui les rendra plus familiers et plus accueillants. Là où on s'attendrait à un mot pompeux forgé sur du grec, c'est soudain le « filtre » ou le « tonneau » qui déboule. Bourbaki ne s'interdit même pas de subtils jeux de mots, et une coquille intentionnelle fort cachée substitua un jour « flirtant » à « filtrant ». Le dédain à peine voilé de Bourbaki pour certaines théories, qu'il ne peut cependant pas s'empêcher de traiter, s'affiche dans des terminologies peu orthodoxes. C'est ainsi que dans la Théorie de la mesure - proche parente mathématique du Calcul des Probabilités - les inoffensives σ-algèbres sont devenues de redoutables « clans, tribus et phratries » [12].

A l'intérieur du groupe Bourbaki, ce goût du pastiche et de la dérision ne convenait pas à toutes les personnalités. Jean Dieudonné, qui fut longtemps le secrétaire du groupe, et qui est sans doute le mathématicien au monde à avoir écrit le plus de pages (40, 50 ou 60 000) est responsable pour une large part du style pesant de Bourbaki. Dans ses propres productions, il y a peu de traces d'un esprit de dérision. Si André Weil est celui qui introduisit cet esprit dans Bourbaki, il eut des disciples. Les plus notables furent Claude Chevalley et Pierre Samuel, mais leur dérision était beaucoup plus orientée politiquement que celle de Weil. Ils appartinrent tous deux à la mouvance la plus anarchiste des débuts du mouvement écologiste dans les années 70.

Mais ce débat interne a laissé peu de traces à l'extérieur. Le mouvement Bourbaki a suscité un nouvel académisme et encouragé indirectement le rejet de toute référence sensible dans le discours mathématique. L'esprit de canular est mort.

K.C. : Ne voyez-vous pas cependant un lien entre cette forme de dérision dans le langage et la mutation sociologique du mathématicien à laquelle nous avons assisté au XXème siècle ?

---

[12] Le Calcul des Probabilités était encore vers 1940 trop proche des applications extra-mathématiques, donc trop « sale » aux yeux des puristes, pour avoir droit de cité dans un traité fondamental de mathématiques. Le développement de la science après 1950 oblige à changer complètement les perspectives : les méthodes du Calcul des Probabilités ont envahi le cœur des mathématiques les plus abstraites.

P.C. : Puisque vous fréquentez simultanément des milieux de mathématiciens et d'historiens, vous avez pu remarquer la différence de comportement et d'attitude entre ces deux groupes. Sociologiquement, les mathématiciens représentent un groupe assez à part au sein du système universitaire et de la recherche. Comme le disait avec humour un de mes amis après 1968 : "Les mathématiciens devraient être les seuls scientifiques à demander leur rattachement à une Faculté des Lettres". Ce qui distingue le mathématicien des autres scientifiques est une mémoire plus longue. Un article de physique, de chimie ou de biologie est périmé au bout de cinq ans. Les mathématiciens se réfèrent encore aux travaux d'Euler (vers 1750), de Riemannn (vers 1850), d'Hermann Weyl (vers 1920). Les mathématiciens participent à la civilisation du Livre, sans doute parce qu'une part importante de leur travail est normative et dénominationnelle.

L'ambiguïté fondamentale des mathématiques provient de leur statut de science abstraite par excellence, se combinant à une extraordinaire efficacité comme outil appliqué aux autres sciences et à presque tous les domaines de la technologie, et même de l'économie. Est-ce pour cela que le mathématicien pratique le "sérieux en jeans" ? Comme je l'ai déjà mentionné, l'attention extrême portée à la dénomination engendre des textes mathématiques d'une grande sévérité. Rien dans l'écriture ne transparaît de l'allure décontractée qui est la leur dans leur vie professionnelle et privée et qui les apparente au monde des techniciens plus qu'à la Sorbonne.

K.C. : Entre ces choix de noms et la rigueur touchant à la rigidité du texte s'est créé, semble-t-il, un modèle bourbachique : n'est-ce pas ce que l'on pourrait conclure dans la reprise terme à terme de ce modèle dans des disciplines qui se sont retrouvées dans un premier temps exclues du choix bourbachique comme la Combinatoire ?

P.C. : La présentation axiomatique est antérieure à Bourbaki, Euclide fut le modèle imité pendant deux mille ans. Ce style de présentation a largement débordé les mathématiques. Il fut celui de Newton en physique, aussi bien que celui de Spinoza en théologie. Au XXème siècle, le succès de Bourbaki a suscité des imitateurs, particulièrement en sciences sociales. Le modèle de référence pour la Théorie économique est le grand traité de Morgenstern et von Neumann rédigé

dans un style axiomatique sans concession. Noam Chomsky a fondé, dans les années 50, une linguistique sur ce modèle, avec l'aide de mathématiciens. On a même cherché à imiter ce mode de pensée et de présentation en psychanalyse avec Lacan, et Lévi-Strauss a tenté de décrire les rapports sociologiques dans ces termes.

En restant plus près des mathématiques, nous aurons à considérer le développement extraordinaire de la Combinatoire. Avant 1950, la Combinatoire est un champ immense, fort peu structuré, et dont l'appartenance aux mathématiques est contestée. A l'une des extrémités, nous avons les *mathématiques amusantes* : jeux, puzzles, réussites, devinettes, dont l'une des caractéristiques est souvent de rechercher un agencement ou une combinaison qui résout le problème. A une autre extrémité se trouvent des problèmes fort disparates issus de considérations pratiques sur l'agencement de réseaux, la recherche d'une stratégie optimale ..., une classe de questions que l'on range depuis les années 40 sous le nom générique de «recherche opérationnelle» et plus récemment d'«optimisation». Le développement explosif des moyens de communication modernes a engendré toute une série de questions concernant le codage, le décodage, le cryptage, la sécurité de transmission. Il n'est pas jusqu'à la statistique qui n'ait fourni son lot de problèmes liés aux plans d'expérience ou aux séries temporelles.

Ce développement multiforme a conduit à de nombreuses redites, et la même question est souvent réapparue dans des contextes fort différents, avec un habillage qui ne permettait pas de la reconnaître.

Tout ceci paraît bien loin des préoccupations de Bourbaki : les mêmes raisons qui lui faisaient rejeter le Calcul des Probabilités hors du champ de la « mathématique pure » s'appliquaient *a fortiori* à la Combinatoire. Comme le disait un des membres éminents de Bourbaki : « Dans ces domaines, les questions sont, ou banales et sans intérêt, ou totalement inaccessibles «. La structuration est l'œuvre d'un petit groupe de mathématiciens, des esprits originaux tels que G-C.Rota ou M-P.Schützenberger, venant après des précurseurs, tels que König ou Glivenko, qui inventèrent la Théorie des graphes vers 1930. Bourbaki a servi explicitement de modèle. Pour effectuer cette structuration, il fallait dégager des concepts de base (tels que la très célèbre formule de sommation de Möbius et Rota), mais surtout inventer un vocabulaire adéquat. Dans la Combinatoire, les principales questions sont l'*énumération* aussi exhaustive que possible de configurations d'un certain type, par exemple : toutes les

configurations de quatre dames en prise mutuelle sur l'échiquier, le *dénombrement*, exact ou approché, des configurations de ce type ou la *recherche* de la ou des combinaisons «gagnantes». Mais dans chacun des cas, il importe de décrire, avec autant de précision que possible, la classe des objets considérés. Des mots tels que «arrangement» ou «permutation», encore utilisés dans les manuels de ma jeunesse, sont trop peu informatifs. Ces vocables ont été remplacés par une terminologie plus suggestive et précise que nous allons décrire ; elle donne les moyens d'une appréhension et d'une dénomination systématiques des objets combinatoires rencontrés, elle fournit une taxinomie efficace.

L'informatique théorique nous a obligés à la distinction de notions telles que «suite, ensemble, tableau, mot» qui toutes désignent diverses formes de groupement. Le langage de l'algèbre dite *moderne* ou *abstraite,* avec ses notions de groupe, de transformation, d'homomorphisme, convient particulièrement pour la mise en ordre des structures examinées. L'origine concrète des problèmes a laissé des sédiments tels que «sommet, arête, face, arbre, forêt, circuit, flot, source, but, collier, ... » dont la puissance d'évocation se combine harmonieusement avec la précision chirurgicale des termes empruntés à l'algèbre.

Dans le domaine des mathématiques pures, on a assisté depuis une dizaine d'années à une mutation importante en géométrie. La topologie fut à son origine liée à ces problèmes de configurations et s'appelait *topologie combinatoire* ; c'est ce qu'elle était encore entre les mains de son véritable fondateur H. Poincaré (vers 1900). Sous l'influence de l'école allemande (Hausdorff déjà mentionné), elle est devenue *topologie générale* ou *ensembliste*. Elle s'est muée plus tard en *topologie algébrique* (sous l'influence de H. Cartan et S. Eilenberg, déjà cités) ; les mutations ultérieures en feront une topologie *différentielle* avant qu'elle ne redevienne *combinatoire*. Aussi bien dans la Combinatoire que dans cette nouvelle géométrie, la difficulté est de nommer les objets. L'écriture atteint là ses limites, et l'oukase de Bourbaki contre les schémas et les dessins se révèle trop contraignant. Il faudrait pour cela élargir la notion même de dénomination : prise au sens strict, la dénomination consiste à attacher un mot du langage écrit ou parlé à un objet réel ou fictif, concret ou abstrait. Mais il y a d'autres modes de représentation (visuel, auditif) et dans son acception la plus large, la dénomination consiste à mettre en rapport des objets ou des représentations. Jusqu'à présent, l'exigence de rigueur du mathématicien s'est déployée à l'intérieur du langage. La normativité de ce langage mathématique est bien comprise et contrôlée, mais nous n'avons pas encore pu dégager une déontologie satisfaisante d'autres modes de

représentation. Pourtant, la symbolique chimique nous fournit des modèles à imiter. Ce sera l'objet de notre prochain article déjà mentionné.

K.C. : En conclusion, comment évaluez-vous le rôle de la dénomination dans l'œuvre de Bourbaki et l'influence durable qu'elle aura ?

P.C. : Lors de sa création (vers 1935), Bourbaki s'était donné pour ambition d'écrire un « Cours d'Analyse »[13] modernisé, incorporant les développements récents de la science allemande (boycottée en France après la première Guerre Mondiale), et un exposé définitif de ces notions pour les étudiants de maîtrise ou d'agrégation de mathématiques. L'ambition s'est ensuite élargie jusqu'à devenir celle d'écrire un traité définitif des mathématiques du XXème siècle, dont on pouvait espérer qu'il rivaliserait en longévité avec Euclide[14]. Vingt ans après la parution du dernier volume de Bourbaki, il faut bien avouer que cette longévité n'ira pas de soi.

Pour reprendre l'analyse de T.Kuhn, la science progresse par « révolutions scientifiques » et périodes de « science normale ». Bourbaki représente un des succès les plus éclatants de la normalisation de la science. Dans son œuvre, Bourbaki a accompli une double tâche : il a fait un effort très important dans la recherche du *juste nom*, la terminologie adéquate au concept permettant l'économie des moyens et la rigueur de la définition et du raisonnement. Mais il a aussi fixé une norme autorisant ses successeurs à continuer ce travail de dénomination au-delà de ce qu'il avait pu réaliser lui-même dans ses ouvrages. Ce modèle a été largement suivi et a permis une réunification des mathématiques ; l'insistance à dire « mathématique » et non « mathématiques » a été justifiée par ce mouvement. Comme on l'a vu avec l'exemple de la Combinatoire, il a permis la réintégration au sein des mathématiques de domaines qui en étaient apparemment exclus ; ce fut paradoxalement l'œuvre de scientifiques à la fois très imbus de ces principes et parfois opposés à Bourbaki sur le plan institutionnel. Bourbaki a créé un modèle que l'on doit et l'on peut imiter, et qui fut très imité. Comme dans toute entreprise de ce genre, l'écueil est que le « sel perde sa saveur » comme le dit l'Evangile. Le Mexique est gouverné

[13] Un modèle très largement répandu dans la tradition universitaire française.
[14] Euclide constitue le paradigme de la mathématique occidentale. Pourtant, à y regarder de près, sa géométrie est plus stérile que celle d'Archimède ou d'Apollonius, bien moins connus du grand public.

depuis soixante-dix ans par le Parti Révolutionnaire Institutionnel (P.R.I.) et il serait regrettable que, par perte d'un certain humour et d'un certain esprit de dérision, on ait créé un nouvel académisme et une nouvelle langue de bois. J'espère qu'on peut compter sur moi pour en protéger les étudiants de l'Ecole Normale Supérieure.