HAL
archives-ouvertes.fr

La dialogique des matrices : interaction et analyses des processus dynamiques sans histoire

Pierre Bernard-Cardascia

▶ **To cite this version:**

Pierre Bernard-Cardascia. La dialogique des matrices : interaction et analyses des processus dynamiques sans histoire. Philosophie. Université Charles de Gaulle - Lille III, 2016. Français. NNT : 2016LIL30061 . tel-01587738

HAL Id: tel-01587738
https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-01587738

Submitted on 14 Sep 2017

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.





Ecole Doctorale Sciences Humaines et Sociales de Lille 3.

La dialogique des matrices
Interaction et analyses des systèmes dynamiques sans histoire

Thèse pour l'obtention du titre de Docteur de l'Université Charles de Gaulle (Lille 3), spécialité Philosophie.

par

Pierre Cardascia

Thèse soutenue publiquement le 9 décembre 2016 devant le jury constitué de

Nicolas Clerbout	Rapporteur & Examinateur
André Hirschowitz	Co-directeur de thèse
Shahid Rahman	Directeur de thèse
Holger Schmid	Examinateur
Tero Tulenheimo	Examinateur
Gertrudis van de Vijver	Examinatrice

Jean-Jacques Szczeciniarz a cordialement accepté d'en être aussi rapporteur.

Table des matières

1 Embarquement 15

1.1 Métamorphose d'un problème 15

1.1.1 *Ebb, Ocean of Life* 15

1.1.2 *The flow will return* 18

1.2 Le Temps... 24

1.2.1 Trois aspects 24

1.2.2 Temps et langage dédoublés, récursifs ou autoréférents... . . 28

1.2.3 **Objection** : séparation entre récursivité et autoréférence . . 29

1.3 Plan 34

1.3.1 Idée du plan 34

1.3.2 Ordre et Résumé des chapitres 36

2 Dialogue à intéractions rompues... 41

2.1 Logorrhée à fragmentation 41

2.1.1 Situation vécue ou imaginée 41

2.1.2 Présupposés acceptés ou refusés 45

2.1.3 **Objection :** temps historique et temps de la preuve 54

2.1.4 **Récapitulatifs** 56

2.1.5 Analyses & Problématique 57

2.2 Le problème des justifications multiples 68

2.2.1 But de cette partie 68
2.2.2 Justifications ? 69
2.2.3 Justification à sens minimum 71
2.2.4 Suite justifiée abstraite 74
2.2.5 Arène et justifications concrètes 75
2.2.6 La double justification 90
2.3 Le problème de compositions 94
2.3.1 But de cette partie 94
2.3.2 Qu'est-ce qu'une composition ? 96
2.3.3 La première composition : les dialogues 104
2.3.4 La seconde composition : les stratégies 105
2.3.5 Composition & Wittgenstein 108
2.4 **Annexe :** les dialogues arénacés... 113

3 Dialogique de matrices 119
3.1 Idée du chapitre 119
3.2 La logique dialogique 120
3.2.1 Le cadre général 120
3.2.2 Les deux niveaux de règles 121
3.2.3 Règles "spéciales" 130
3.2.4 Dialogue & Parties 139
3.2.5 Outils techniques supplémentaires 139
3.3 Dialogue des matrices 142
3.3.1 Règles spéciales et histoire dans le dialogue 142
3.3.2 Les matrices de formules 146
3.3.3 Les rangs de répétition 153
3.3.4 Les mouvements 156
3.4 La logique classique 175

3.4.1 $\binom{2\ 1}{1\ 2}$? 176
3.4.2 *? 176
3.5 La logique intuitionniste 177
3.5.1 Motivations 177
3.5.2 La solution de la dialogique ordinaire 178
3.5.3 La solution en termes de matrices dialogiques 178
3.5.4 Règles ré-implementées 180
3.5.5 Qu'est-ce que ce marqueur d'agression, **l'aggro** ? 184
3.6 Les exemples 188
3.7 Résumés des gains philosophiques et prospectives 188
3.7.1 Economie de mémoire 188
3.7.2 Réaffirmation de la séparation entre le niveau des particules et le niveau structurel 189

4 Les stratégies du sens 191
4.1 Stratégies en sémantique des jeux 192
4.1.1 Deux fois la même définition ? 194
4.2 Preuves sémantiques 196
4.2.1 Idée de la preuve et discussion autour de cette idée 196
4.2.2 Définitions préliminaires 199
4.2.3 Trois propriétés partagées des dialogiques 200
4.2.4 Equivalence sémantique entre $\binom{2\ 1}{1\ 2}_*$ et $\binom{2\ 1}{1\ 2}$ 205
4.2.5 Preuve pour la logique classique 211
4.2.6 **Complément de preuve** : liaison stratégie et forme extensive. 228
4.2.7 Preuve pour la logique intuitionniste 231
4.3 Pourquoi parler de la stratégie en philosophie ? 232
4.3.1 Motivations personnelles 232

4.3.2 Rappels et récapitulatif. 233
4.3.3 Méthode contre stratégies ? 237
4.3.4 Et la tactique ? 250
4.4 Pour commencer à penser la stratégie en local : la tactique 251
4.4.1 La génèse du rapport stratégie/tactique 251
4.4.2 L'exemple chez les militaires 252
4.4.3 L'exemple du labyrinthe 256
4.5 Tactiques matricielles 262
4.5.1 Lecture épistémique de la dialogique des matrices 262
4.5.2 Une ébauche 264
4.5.3 Définitions pour la machine heuristique 269
4.5.4 Hypothèse pour la machine heuristique intuitionniste 275
4.5.5 Preuves sémantiques, tactèmes, ouverture 283
4.6 **Annexe :** Le monisme logique est invivable 285
4.6.1 Les tactiques et les stratégies non-optimales 285
4.6.2 L'interaction réussie comme prérequis de la sémantique . . . 287
4.6.3 La coopération en vue du sens 290
4.6.4 Le sens comme bien commun 291

5 **Epaves :** Où il faut accepter de se perdre... 297
5.1 Préambule méthodologique 298
5.1.1 La peur de l'inconséquence 298
5.1.2 La prudence méthodologique, le rapport au concret 302
5.1.3 Recherche problématique ou recherche thématique ? 311
5.2 Le débat initial entre pluralisme et monisme logique... 314
5.2.1 Que faire de la diversité des logiques ? 314
5.2.2 Exemple d'échecs 316
5.2.3 Monisme et pluralisme de la passivité 319

5.2.4 La métalogique : la paix des labos payée par le passif hybride 321
5.3 La piste catégorique 324
5.4 Ecrire de la logique... 328
5.4.1 Comment différencier une contrainte logique d'une contrainte non-logique sans une forme de métalogique ? 328
5.4.2 Le geste d'écrire 334
5.4.3 Le geste de barrer, ~~"J'écris une antipréface"~~ 336
5.4.4 Le geste de taire 341
5.4.5 Quel genre de geste établit-il le *Méta* ? 344

A **Appendice :** Exemples de dialogues de matrices 347
A.1 Conventions de mise en page 347
A.2 Système $\binom{2\ 1}{1\ 2}$ 349
A.2.1 Comparaison entre implication standard et implication étoilée 349
A.3 Système $\binom{2\ 1}{1\ 2}_*$ 351
A.3.1 Introduction de la double négation 351
A.3.2 Elimination de la double négation. 352
A.3.3 Tiers exclu 353
A.3.4 Double négation du tiers exclu. 354
A.3.5 Modus Ponens:[MP1] 355
A.4 Système $\binom{2\ 1}{1\ 2}_\downarrow$ 357
A.4.1 Introduction et élimination de la double négation 357
A.4.2 Tiers exclu. 358
A.4.3 Double négation du tiers exclu 359
A.4.4 Modus Ponens 360
A.4.5 Formule de Peirce 361

B **Appendice :** Labyrinthes 363

B.1 Labyrinthe orthogonal 364
B.2 Labyrinthe en cercle 365
B.3 Labyrinthe concentrique 366

Bibliography 367

Remerciements

"Ne demande jamais ! À quoi bon gémir !
Prends, je t'en prie, prends toujours !"
Friedrich Nietzsche, *Le Gai Savoir.*

Chaque demande considérée, qu'elle soit satisfaite ou non, appelle un remerciement, ne serait-ce que pour le temps qu'on a pris à vous répondre. On pourrait croire que l'instinct d'oiseau de proie nietzschéen, qui prend sans demander, me dispenserait aussi des remerciements.

Toutefois, ces prises ne furent pas des pillages mais l'acceptation des dons offerts. Ceux qui remplirent cet office de la générosité n'attendaient pas plus de choses en retour qu'une Source n'attend les remerciements des voyageurs - surtout si ceux-ci doivent apparaître au début d'une thèse - et peut-être m'en voudraient-ils même un peu si je me laissais aller à des élans de sentimentalité. Ce qui compte, c'est que les dons furent acceptés et que les Sources ne coulèrent pas en vain. Ce qui comptera demain, c'est que l'office de générosité continue à être servi et que les Sources continuent à couler ... en se moquant, si Elles le veulent, des remerciements des voyageurs assoiffés.

En attendant, les personnes qui m'ont aidé et soutenu ne sont pas faits de pierre, et méritent sans doute des voeux moins cryptiques que mes histoires d'oiseau de proie nietzschéen ou de source...

Mes remerciements vont d'abord et en premier lieu à mon directeur de thèse, Shahid Rahman, duquel je n'espère pas avoir été le plus désespérant doctorant de toute la carrière. Et en même temps, si je veux en rire, c'est que ce "désespoir" n'est que la forme retournée de l'espoir et de la confiance infinie qu'il a placés en moi, me laissant sans doute trop de libertés, ce qui nous a conduit dans des aventures qu'il est bon ton de taire ici comme il sera drôle de les raconter au coin d'un feu. Je lui dois tout ce que je sais de la dialogique, non seulement la théorie, mais aussi de m'avoir fait découvrir ce qu'était le travail d'équipe qui anime depuis les coulisses une théorie. Et ce n'était pas une mince affaire que de me faire travailler en équipe...

En second lieu, que serais-je sans mon co-directeur, André Hirschowitz, dont la grande expérience, la gentillesse et la rigueur me permirent de condenser et de coaguler tout ce qui n'était que fumées et fusées. Depuis 6 ans, il a éprouvé chacune de mes tentatives mathématiques, rejetant une après l'autre chacune d'entre elles qui n'étaient pas assez solides... Celles qui ont survécues ne doivent peut-être pas tant à ma tenacité qu'à la magnamité de mon co-directeur. Je le remercie aussi de m'avoir accueilli en mars 2013 en stage au sein du laboratoire Dieudonné à l'Université Nice-Sophia Antipolis. C'est à cette occasion que nous avons formulé, autour du café de 10 heures et de chocolat 99% cacao, les bases de ce qui deviendrait la dialogique des matrices... en massacrant allègrement feu la seconde version de ma thèse.

Je dois remercier ensuite les deux rapporteurs de cette thèse, Jean-Jacques Szczeciniarz et Nicolas Clerbout, qui ont eu la gentillesse de prendre sur leur temps pour entrer les premiers, après l'auteur, dans ce texte.

Les trois autres jurys ne doivent pas être oubliés, chacun ayant participé à mon itinéraire intellectuel. D'abord, je remercie Tero Tulenheimo, le vigilant, qui co-dirigea mes recherches de maîtrise et qui a depuis gardé une grande curiosité pour mes travaux, curiosité qui l'a conduit à me proposer d'intervenir tellement de fois au sein du groupe de travail Pragmatisme Dialogique, même pour y faire autre chose que de la dialogique. Ensuite, je dois remercier Holger Schmid, "l'éminence grise de la philosophie" ou du moins, celui qui incarnerait le mieux ce rôle si je devais faire un film sur mes années d'étudiant. Il a su tempérer l'enthousiasme délirant de ma jeunesse par sa sérénité olympienne, mon pessimisme lunaire par un constant optimisme et mon goût pour les escarmouches logiques venant d'"angles impossibles" par une argumentation en "perçeuse" : approfondir en tournant autour du même point. C'est par son intermédiaire que j'ai découvert Wittgenstein, la créature de Kripkenstein et la philosophie de l'histoire. Et finalement, je ne dois pas oublier Gertrudis van de Vijver, qui a su deviner dans mon travail les traces d'un héritage que j'avais moi-même oublié ou occulté et m'a incité à le mettre plus en lumière, à faire ma propre archéologie.

Il faut maintenant que je me tourne vers ceux qui ont financé ces recherches : l'Université de Lille 3, à travers le contrat doctoral que j'ai eu le plaisir d'effectuer au laboratoire STL. Je sais bien qu'il ne faut pas confondre les institutions et les personnes, qu'il n'est pas très protocolaire de témoigner plus sa reconnaissance aux secondes qu'aux premières, mais ce sont avant tout des visages qui me viennent à l'esprit quand j'évoque ces années. Christian Berner, avec qui je discutais de la valeur du point-virgule, Joëlle Caulier et Catherine Maignant qui m'ont permis de partager à Louvain-la-Neuve mes recherches en philosophie esthétique... Je sais que certains projets que nous avons montés furent des montages financiers entre l'Ecole Doctorale, la Maison Européenne des Sciences de l'Homme et de la Société

et le Labo STL, montages qui me dépassent administrativement et pour lesquels je dois remercier toutes les équipes.

Par suite logique, l'évocation de ce lieu me conduit à repenser et à remercier pour les nombreuses discussions les anciens doctorants, désormais docteurs (ou encore future docteur), de notre "bureau des doctorants" : Sébastien Magniez, Matthieu Fontaine, Juliele Sievers, Gildas Nzokou, Bernadette Dango, Virginie Fiutek, Zoé MacConaughey qui a récupéré mon bureau...

Plus largement, je tiens à renouveler mon amitié à tous ceux qui forment la communauté des esprits, chercheurs ou doctorants ou plus tout à fait chercheurs ou pas encore totalement doctorants que j'ai rencontrés durant ces années. Une liste exhaustive serait trop longue à établir : Jean-Yves Girard, Alain Lecomte, Jean-Baptiste Joinet, Myriam Quatrini, Mathieu Marion, Paul Gochet, Jurgis Skilters, Christian Bach, Alexandru Baltag, Sonja Smets, Bonan Zhao, Niels Boisonnet, Andrés Péréa, Ignacio Ojea, Zoi Terzopoulo, Domenico Viganola, Shashwat Khare, Izabela Skoczen, Mirela Fus, Piotr Stalmaszczyk, Martin Vacek, Dada Baudelaire, Anne Boissière, Marc Goldschmitt, Giorgio Passerone, Bernard Maitte ... Et je ne peux pas ne pas avoir une pensée spéciale pour Charles Grellois, dont les recherches et les parcours de vie croisèrent si souvent le mien. Il verra ici la fin de mon travail doctoral tant attendue...

Mais la communauté des esprits ne se limitent pas aux seuls universitaires et à ceux qui lisent mes travaux de logique. Ont aussi nourri ma pensée les travaux en mythologie que nous menons avec Bernard Coussée au sein de notre Cercle d'Etudes Mythologiques - en espérant mener rapidement à bien notre projet d'Atlas. Dans des lieux et des heures improbables (mais étaient-ce bien des lieux et des heures ?) j'ai aussi exploré les profondeurs de la mythologie post-

moderne avec pour compagnie des entités aux noms aussi multiples que variés : Barnabé Mons, Lucius Flyleomerras, Lauren Glaçon, Jean-Louis Costes, Romain Deneuville, Stéphanie-Lucie Mathern, Marion Grébert, Adeley, Marieke Laffineur ou encore Claudine/Clothilde Sourdeval...

Qui dois-je remercier encore ? Mes amis joueurs, mais tout le monde sait qu'ils sont bien plus que cela et pas uniquement sur leurs feuilles de personnages ! Ils savent à quel point je suis tributaire pour mes réfléxions des nombreuses observations et tests auxquels je prends plaisir à me livrer autour d'un plateau, d'un paquet de cartes, d'un ordinateur, d'une règle simplement énoncé sans matériel. Ils savent à quel point je sais torturer un poisson rouge jusqu'à ce qu'il me livre sa stratégie optimale. Ils devinent sans doute que je rédigerai un jour la grosse Somme qui sera la référence ultime de tous les *game designer*, et qu'elle n'aura rien à envier à celle de Saint Thomas d'Aquin (sauf la sainteté). Ils savent que *chaque pensée émet un coup de dé*, et que penser à eux est toujours un 20 naturel... Nicolas Pradines, Guillaume et Céline Ménager, Emmanuelle Iger et Marco Poupée, les gérants de Rocambole, Christopher de *Magic-Ville* et toute la communauté (le prochain Pro Tour, on le fait en équipe et je ne jouerai pas Titi-Infect, promis!), les rôlistes des principales conventions du Nord : les Croisades d'Unnord, la Convention du Lion d'Or, les Nuits Etudiantes Fantastiques, ainsi que le groupe des Rôlati et celui des Jeu'Dies...

Je veux aussi remercier l'équipe de la MLEDS *Mission Lille Eurométropole Défense et Stratégie* et plus particulièrement Marianne Vandenberghe et Philippe Vandenberghe, qui m'ont permis de me familiariser et d'entrer en contact avec des professionnels de la défense, de la stratégie et de la cybersécurité. Je garde un très bon souvenir de notre "fausse crise diplomatique" et des subtilités argumentatives

spécifiques à cet exercice. L'Allemagne salue la Russie de Mathilde Collin-Sellier.

Comment arrêter le tourbillon des souvenirs ? D'autres visages, d'autres sourires, me reviennent en mémoire - plus lointains, certes, mais une partie du projet que j'ai mené jusqu'ici courait déjà en marge de nos discussions d'alors - ceux des amis des premières années de fac', ceux qui ont toujours été fidèles à ma légende, même quand moi j'étais un peu en dessous de moi-même, qui se sont plus souciés de moi que moi-même quand j'étais trop dans mes recherches : Emmanuelle Bèle, Arnaud Trotignon, Ariane Damon, Juliette Carpent (Jan aura son doctorat un jour aussi), ; ceux d'avant encore Emmanuelle Dorne, Alexandre Dominikowski, Christopher Szczurek, Benedetta Bertella, Jihann Bouarfa, Virginie Zajdel, Léonor et Jeanne Kohli, Johanna Tydecks... Ils sont restés les mêmes en devenant plus eux-mêmes encore... et toujours amis.

A tous ceux qui se sont un jour sincèrement inquiétés non pas de cette thèse, mais de son thésard. Et à toutes *celles que mes Nuits ont rendues trop fragiles et qui n'ont pas pu ramer pour un dernier Guernica.* Merci!

Les familles, c'est de la merde, jusqu'à ce qu'elle vous soutienne jusqu'au bout dans un projet qui leur échappe complètement : une thèse de philosophie. Je remercie mon père Raymond Bernard pour tout ce qu'il a fait ainsi que ma belle-mère Martine Petit. Comment ne pas remercier à ma grand-mère, qui a chéri tous ses petits-enfants inconditionnellement ? Je remercie aussi mes frères Laurent et François, avec qui nous formons les frères Cérébro. Un beau jour, il va bien falloir qu'on bosse sur un projet ensemble, histoire de changer le monde. Un peu. Je remercie aussi ma tante Anna Clément ainsi que feu mon oncle Michel Clément, qui m'a sensibilisé aux problématiques concrètes des entreprises et a contribué à

ce que je ne ferme aucune porte.

A tous ceux qui ne se reconnaissent dans aucune des lignes précédentes mais qui veulent absolument en être, cette avant-dernière ligne est pour vous : vous n'aurez qu'à dire que c'était une *private joke* entre nous et qu'il y a une explication de cela en **1.3.1**.

A celle que j'ai gardé pour la fin et pour la suite, Lan Phan, OoO OoO !

1 Embarquement

Ebb, ocean of life, (the flow will return)
Cease not your moaning you fierce old mother
Endlessly cry for your castaways, but fear not, deny not me
Rustle not up so hoarse and angry against my feet as I touch you or gather from you.
Walt Whitman, *As I ebb'd with the ocean of life...*

Go, go, go, said the bird, human kind
Cannot bear very much reality.
Time past and time future
What might have been and what has been
Point to one end, which is always present.
Thomas Stern Elliot, *Burnt Norton*

1.1 Métamorphose d'un problème ...

1.1.1 *Ebb, Ocean of Life*

Cette thèse est la quatrième reprise intégrale d'une réflexion plus périlleuse et beaucoup plus difficile à écrire. En effet, dans mes tentatives premières, j'avais essayé de suivre la problématique, dont une des expressions concerne la dynamique de hiérarchisation les niveaux de règles, jusqu'au questionnement de l'écriture même de la thèse - cette dernière obéissant elle-même à une telle hiérarchie. Il en résultait un faisceau de contraintes d'écriture vertigineux, fascinant et primitif. Mais hélas sans doute, insoutenable aussi. Cette démarche de consistance "ultralogique" que

je m'étais imposée avait jusqu'ici eu raison de l'écriture. Pour cette quatrième tentative, j'ai décidé de m'éloigner de tous ces questionnements liés à ce que signifie exactement "écrire une thèse" avec sa liste infinie de complications, de prendre pour acquis qu'une telle rédaction était possible et qu'on pouvait tenir établie par la longue tradition des thèses de logique la vérité selon laquelle l'ordre des règles universitaires et l'ordre du Logos n'entraient jamais en conflit, du moins, pas sur la petite portion dont il sera question au cours de ces pages. Cette vérité si solidement démontrée, je pouvais enfin me concentrer uniquement sur la trahiuction[1] de ma pensée en un écrit.

Si elle ne fait pas sourire, cette entrée en matière n'en demeure pas moins un appel à considérer avec charité les **épaves** réunies à la fin de cette thèse, épaves ou bateaux ivres, qui seules pourtant permettent ou permettront un jour de comprendre exactement quels furent les projets poursuivis à travers cette thèse et comment s'en sont constitués les enjeux actuels .

Toutefois, même dans ces conditions, il faut qu'une thèse soit une thèse[2], il me faut bien partir de ce qu'on appelle couramment, son problème. Cette thèse participe à une critique logique d'un geste langagier devenu omniprésent en sciences humaines, le recours aux *méta*théories. Ce geste, qu'on disait "fondamental du langage" mais qui semblait se fonder sur une séparation imaginaire et inconnue,

[1] Première trahison : l'usage de notes en bas de page. Nous sommes déjà dans un monde complètement artificiel où je m'amuse avec votre regard, déjà je m'amuse à jouer avec ce que je prétends écrire, avec ce risque et le plaisir du risque d'être déjà incompris. Un esprit intelligent remarquera que mes notes de bas de page ne sont pas des additions facultatives mais participent au sens du texte en essayant de dialoguer avec celui-ci. Indices à suivre dans Jacques Ellul, "La Parole Humiliée", [15].

[2] "Show must go on!" On peut halluciner un univers suspendu entre cette chanson de *Queen* et le "Ananke stenai" d'Aristote... Je me demande si ce n'est pas ce cosmos qu'évoquait Alfred North Whitehead quand il écrivait dans "Procès et Réalité"[45] que "toute l'histoire de la pensée européenne" était une note de bas de page de Platon.

me semblait douteux dans ses applications théoriques et m'engageant dans cette voie, je rencontrais d'autres auteurs ayant eu les mêmes soupçons. Citons par exemple le plus emblématique, Jean-Yves Girard[18] :

> **Meta:**
>
> An expression used to hide the absence of any mathematical idea; the frequency of this word can serve as a first indication as to the quality of a work (for instance in the expression "metalogical framework" (this is not always the case, for instance the old book of Kleene *Introduction to metamathetics* [1952] is perfectly respectable.)
>
> The original greek $\mu\acute{\epsilon}\tau\acute{\alpha}$ is mainly around "besides, after", and not all around "before, original". Typical uses are to be found in "metamorphosis, metaphor, metastasis", Aristotle's *Metaphysics* being the book *after* the physics. This expression has invaded all human activities : grammar should be called meta-language, I recently heard about a meta-movie, tomorrow the constitution will be called the meta-law, let's hope that the promoters of the meta will be paid back in meta-money !
>
> "Meta" is problematic since too ambiguous : typically, take the tarskian definition of truth : it is currently assumed that *and* exists before $\wedge$. But a more perspicuous analysis - in the ludic style - would say that the truth but a convenient way to reflect properties of a formalism : typically the reflection schema only works when the syntax enjoys cut-elimination. It would therefore more prudent not to try to make a hierarchy between $\wedge$ and *and*, i.e., to stick to the meaning "besides", "paraphrases" of "meta".
>
> Personally, I never use this expression in front of children.

Si l'explication de Girard fait sens dans le domaine de la logique mathématique, on a toutefois du mal à expliquer avec celle-ci le succès de la notion en dehors de ce champs. Si le problème est réductible à une simple ambiguïté de langage, comment expliquer sa persistance et surtout pourquoi, une fois la notion tombée en disgrâce chez les mathématiciens, pourquoi celle-ci n'a-t-elle pas connu la même disgrâce par ailleurs ... ? Pourquoi ce geste au contraire semble être celui qui permet d'élever le "niveau de scientificité" d'un discours de sciences humaines ? Est-ce qu'on ne doit expliquer cela que par une sorte de mauvaise habitude universitaire, de considérer tout discours qui porterait sur le *méta* comme trop compliqué donc par essence *scientifique* ? Cela serait se montrer fort méprisant envers les sciences humaines

et sociales en insinuant que ces dernières identifient l'ambiguïté et la complexité d'un discours à la scientificité ... Cette position méprisante[3] risquerait de nous faire rater l'important : que viennent chercher les non-logiciens en empruntant des concepts de logique ?

Je me suis donc intéressé dans un premier temps, première erreur, à des théories logiques sans *méta*, en faisant l'hypothèse qu'il pourrait y avoir soit un moyen de passer d'une théorie **avec** à la même théorie **sans**, ou bien dans l'autre sens, la possibilité de décrire rigoureusement l'implémentation du *méta* dans une théorie, de telle sorte à comprendre ce qui le rendait fascinant. Ce fut une erreur, parce que je m'étais mis en chasse d'une **théorie générale du méta**, que j'espérais débusquer dans des recoins particulièrement universels de la théorie des catégories[4]; j'espérais élucider au niveau de la théorie une sorte d'"insconscient de la théorie". Or dans cette approche directe théorique, on ne peut pas dire plus que ce que Jean-Yves Girard aurait dit : "le méta est une échelle qu'on doit laisser tomber une fois qu'on l'a franchie"[5].

1.1.2 *The flow will return*

La notion de *méta* prospère partout en sciences humaines, la liste des usages douteux est presque infinie, plus longue que celle que j'envisageais quand j'ai commencé cette thèse et on vient régulièrement m'en rapporter de nouvelles : *meta*histoire, *meta*philosophie, *meta*éthique, *meta*théologie, *meta*épistemologie, *meta*joke[6], *meta*référence (ou *meta*théâtre, le "théâtre dans le théâtre", c'est prémillénariste) , *meta*publicité, *meta*humain (des post-humains très marvellous),

[3] Hélas trop courante. Les clichés circulent, on ne peut que les refuser, mais on sait que "refuser les clichés" est lui-même un cliché fort peu efficace pour les combattre.

[4] Voir **5.3**.

[5] Propos rapportés.

[6] Traduit de l'anglais : "Un prêtre, un rabbi et un leprechaun entrent dans un bar. Le leprechaun regarde autour de lui et s'exclame, "Par tous les saints, je suis dans la mauvaise blague!"

*meta*darwiniste (comme évolution du post-darwinisme), *meta*communication, *meta*-cognition et pour finir, l'"épistémologie juridique" comprise comme *meta*langage[7]. Ces *métas* peuvent signifier aussi bien "d'ordre supérieur", "premier", "post", "qui contient une auto-référence"; toutes ces interprétations parfois contradictoires[8] ne nous aidant pas du tout à comprendre ce qui structure ce concept.

On pourrait "à la limite" se borner à considérer que ces emprunts sont "juste des abus de langage", mots utilisés hors de leur domaine d'application. Mais ce serait ignorer que ce sont ces usages-là qui façonnent les intuitions premières[9], qu'ils "fonctionnent" comme une pré-métaphysique et que cette dernière passe en dessous de la portée des analyses critiques. En effet, c'est une tarte à la crème de dire qu'il est beaucoup plus difficile de critiquer des habitudes intellectuelles, des tournures d'esprit qu'on n'est même pas conscient d'avoir !

C'est que nous avons appelé par ailleurs *phony retro-investment*, le faux rétro-investissement.

Or, une inspection attentive de cette notion de *méta* fait ressortir qu'elle n'a qu'**un rapport mythique**[10] avec les théories logiques : elle n'est pas vraiment

[7]D'où l'envie de voir ce qu'il reste quand on "barre" le méta, d'où le titre ~~Méta~~ de cette thèse. Pour préciser le sens de ce "barré", j'aime penser à Michel Pastoureau, [31], "Les barres désignent en ancien français non seulement les rayures mais aussi les différentes formes de bâtardises. [...] Chevaliers félons, sénéchaux usurpateurs, femmes adultères, fils rebelles, frères parjures, nains cruels, serviteurs cupides, tous peuvent être pourvus de rayures héraldiques. Ce sont des êtres barrés et la seule mention de ces barres suffit à savoir à qui l'on a affaire." On pourrait, mais cela nous prendrait beaucoup plus de temps, expliquer Lacan [23] : "La barre, c'est précisément le point où, dans tout usage du langage, il y a une occasion que cela se passe à l'écrit". Voir **5.4.3**.

[8]Qu'on puisse donner à *méta* deux sens aussi opposés que *premier* et *post-post*, voilà une énorme "contradiction pragmatique".

[9]Les métaphores et les approximations pédagogiques finissent souvent par remplacer dans le discours ordinaire les concepts qu'elles devaient promouvoir. En effet, il n'y a qu'une minorité de personnes qui font le travail de dépasser la métaphore ou le discours pédagogique. Une fois le concept original oublié, ces "substituts" s'ontologisent, souvent pour le pire, parfois pour le meilleur...

[10]Mais chez certains auteurs, on a bien l'impression que ce rapport mythique est à considérer au sens littéral, tant les formes prélogiques qui y affleurent sont similaires à celles qu'on trouve

la notion importée depuis celles-ci; je répète avec emphase l'expression que j'avais employée sans la marquer avec insistance : elle est avant tout un **geste**, avec tout ce que cela contient d'irréversible[11]. C'est bien ce geste qui est non-explicité[12], c'est sa pérennité à lui qui intrigue, inquiète, interroge.

Ma seconde piste fut donc de poursuivre le rôle non-logique de cette "fausse" référence à la théorie logique, mais qui cache en fait un vrai acte, de mener l'enquête autour d'un soupçon ... Cette enquête m'a conduit à se faire recouper trois pistes indirectes, qu'on peut mentionner sans avoir à les développer :

1. Etant depuis très longtemps passionné des rapports entre l'homme et l'architecture, j'avais saisi, à l'occasion d'un cours de Bernard Maitte sur la symétrie, l'opportunité d'approfondir le rapport architecture/système de pensée mise en évidence par Erwin Panofsky dans [29]. J'en avais profité pour commencer l'écriture d'un texte laissé inachevé où je soulignais une limite **formelle** aux reconstructions de la scholastique par les outils formels actuels : une reconstruction n'est que syntaxique et sémantique, elle oublie totalement qu'elle ne peut pas être une reconstruction pragmatique[13], une reconstruction de l'usage qu'avaient les termes et les rituels ... Aussi, quelques soient la rigueur des costumes et celle des positions, même validées par un expert omniscient, les grandes reconstructions historiques des batailles ne peuvent

dans les grandes épopées.

[11] Comprenez à quel point cela rend mon projet initial imbécile et idiot ! C'est comme si j'essayais de décrire dans le langage du paramétrage des courbes, la démarche qui consiste à abandonner le langage du "tracer à la règle et au compas" pour passer à ce nouveau langage ou pire, que j'essaie de décrire la démarche inverse. Il n'y a pas de théorie du *méta*, il y a juste un geste qui établit un certain idiome.

[12] Ou du moins que très partiellement et pas suffisamment pour l'usage qu'on veut en faire : voir **5.4.5**.

[13] Or, quand on se sert pour cette reconstruction d'une théorie qui met en avant la "dimension pragmatique", c'est bien *notre* praxis que nous mettons en avant, pas celle de ce qui est reconstruit!

se rapprocher du sens des batailles réelles qu'au premier sang versé. Ainsi, je commençais à concevoir une première opposition entre la **reconstruction** (toujours historique) et la dimension pragmatique du travail en logique.

2. La seconde alarme me fut donnée à travers une anecdote racontée par Holger Schmid lors de son cours sur la philosophie de l'histoire. Il avait rapporté que l'anecdote selon laquelle le professeur Gilbert Harman avait placardé sur sa porte de bureau de l'université de Princeton cette boutade : "Just say no to the philosophy of history". Bien que connaissant déjà les oppositions entre la philosophie analytique et la philosophie dîte "continentale"[14], je n'avais jamais entendu l'opposition formulée de manière aussi crue. Auparavant, je considérais cette opposition comme un sous-produit du couple normatif/descriptif, que les enjeux politico-universitaires ou les antagonismes individuels avaient radicalisé. Il y aurait une philosophie des sciences qui prendrait naissance dans la description du processus historique de la constitution des sciences, ce serait l'**histoire des sciences**. Il y aurait une philosophie des sciences qui chercherait les critères de la bonne science et les normes à imposer à l'activité scientifique : ce serait la **philosophie analytique**[15]. Ces deux projets seraient essentiellement complémentaires; leurs oppositions accidentelles. Jamais je n'avais pris au sérieux l'idée que les deux projets puissent être fondamentalement opposés, que l'un comme l'autre cherchait à fabriquer de son côté des armes pour se débarasser de son jumeau maléfique. Dès lors, tous les projets de "logique temporelle" ou de réflexion sur le temps de la philosophie analytique me parurent marqués (même indirectement) du sceau de l'antihistoricité[16]... Quelle étrange chose

[14] Avec des guillemets, parce que l'opposition analytique/continentale donne l'impression que Vienne n'est pas "sur le Continent". Les racines profondes de Vienne plongent dans l'Agartha, c'est bien connu, mais tout de même...

[15] Et dans cette définition, elle ne se réduit pas à la logique et à la recherche formelle.

[16] Les idéalistes britanniques comme MacTaggart, ainsi que Whitehead ou encore

qu'une réflexion sur le temps qui rejette l'histoire !

3. Le troisième indice est beaucoup moins "autobiographique", il a été découvert en prolongeant mes recherches techniques. En effet, bien que mon problème philosophique prenait une forme de moins en moins formelle, je n'avais pas arrêté de développer le formalisme en m'intéressant à ce qui me semblait être un des "points faibles" de la logique dialogique : le fait qu'on ne puisse pas composer les dialogues, c'est-à-dire que d'un dialogue allant de A à B et d'un dialogue allant de B à C, on ne pouvait créer un dialogue allant de A à C... A la base, ce n'était qu'un petit souci technique qui m'ennuyait, parce que mon "autre théorie de référence", la **game semantics** (GS)[17] jouissait de cette propriété bien pratique. En essayant donc de donner cette propriété à la logique dialogique, je découvrais deux problèmes : le problème technique que je résous dans cette thèse, que j'ai appelé le problème des justifications multiples[18], mais aussi un problème philosophique : le problème de composition de suites est lié à un problème, philosophiquement beaucoup plus fameux, **le paradoxe sceptique** ou **paradoxe des suites finies** de Wittgenstein[19] ... A cette occasion, je découvrais les *Recherches philosophiques* de Wittgenstein et je m'aperçus que la jonction entre le temps, la pratique et le sens se fait au niveau du problème **de la règle**. Pour éviter d'avoir une récursion "à

Wittgenstein considéré pour toute son oeuvre, semblent toutefois faire exception.

[17]Nous différencierons autant que possible la **game semantics** comme théorie logique formelle précise et bien établie, du cadre général plus large des sémantiques des jeux. La logique dialogique est une sémantique des jeux, mais ce n'est pas la "game semantics" d'Abramsky, par exemple. Idem, la ludique de Jean-Yves Girard est une sémantique des jeux mais ne se confond pas avec la GS.

[18]A l'origine, double justification. Mais les travaux récents de Shahid Rahman et de Nicolas Clerbout suggèrent qu'on pourrait appliquer ma solution à des triples ou des quadruples justifications telles qu'on les trouve actuellement dans leurs travaux très récents sur la Constructive Type Theory en dialogique.

[19]A vrai dire, on l'attribue à Wittgenstein pour l'avoir réactivé et pris au sérieux. On pourrait aussi dire que ce paradoxe est contenu larvé dans la découverte de Leibniz, qu'on peut attribuer à chaque suite finie un ordre (ou bien et c'est la même chose, que le vrai hasard n'existe pas dans le fini).

l'infini vers le passé"[20], il faut un énoncé magique, mythologique[21], qui prescrive le premier usage à partir duquel, l'usage peut être répété. Nous aurons l'occasion d'y revenir, mais sans faire durer le suspens, c'est à ce niveau-là que le *meta* prend la tournure critiquée par Jean-Yves Girard, quand on bascule dans le "récit mythologique de la logique" et non pas directement à partir de la "théorie logique".

Mon problème avait donc changé et après trois naufrages de thèses, refoulées sur la grève de cette dernière, ces trois pistes réunies m'avaient conduit à formuler la thèse suivante : **"le recours aux métathéories est une manière d'évacuer le problème du Temps"**, et plus généralement, le problème de l'Histoire[22]...

Encore faut-il affiner, ce problème du rapport au temps... Et surtout, comment l'aborder depuis l'intérieur de la logique ? Comment en parler sans se faire emporter par la pente qui voudrait logiciser la philosophie de l'histoire ou bien se contenter de faire l'histoire de la philosophie analytique ?

[20]Rigoureusement, Wittgenstein ne pose pas exactement le problème de la récursion infinie comme le problème du développement infini. En introduction, on peut toutefois se contenter de §218, l'image de rails allant vers l'infini.

[21]Et l'emploi de ce mot ne doit pas être pris à la légère. Ni dans cette introduction, ni dans le §221 des *Recherches philosophiques* [43] où l'auteur commente ainsi l'image des rails (comprise symboliquement) : "mon expression symbolique était une description **mythologique** de l'emploi d'une règle".

[22]Mais d'une manière perverse et implicite : c'est un geste qui n'a lieu que dans des civilisations pour qui "participer à l'Histoire" est conçu comme quelque chose de positif, voire comme un substitut de salut, tellement il est patent qu'on associe l'Histoire et le Progrès! Le recours au *méta* est un geste de "mauvais joueur" : celui qui participe sans participer, ce qui peut parfois même nous conduire au *double bind* schizoïde ou bien de l'injonction paradoxale. D'où le pouvoir stupéfiant et immobilisant du *méta* dans toutes ses formes... Ce geste ne cherche pas à "nous réveiller de ce cauchemar qu'est l'Histoire", mais juste à apaiser notre sommeil.

1.2 Le Temps...

1.2.1 Trois aspects

En logique, et plus généralement quand on essaie de penser le temps dans **un système d'interactions réglées**[23], ce dernier présente sous un triple aspect : à la fois comme une ressource, comme l'abstraction de toutes ressources possibles et en dernier lieu, comme la structure même de l'exploitation/consommation/utilisation desdites ressources.

En tant que **ressource**, il est ce qu'on peut dépenser, de manière directe ou indirecte. Dans une intéraction *discrète* (c'est-à-dire où chacun joue son tour pendant que les autres attendent), il est au minimum ce tour qu'on doit dépenser. Si ce tour autorise plusieurs actions, alors le temps ressource se présente de manière fragmentée. Dans une intéraction *continue* ou *en temps réel*[24], le temps comme ressource est toujours présent, soit sous une forme de *cooldown* ou délai de récupération, c'est-à-dire que les actions disponibles exigent un certain temps avant d'être réutilisées, soit sous la forme d'une canalisation : il faut un certain temps pour que l'action produise son effet, ou encore sous forme d'un coût à payer[25]. Auxquels cas ce temps-ressource est présent explicitement. Ou bien alors, le temps/ressource est

[23] C'est-à-dire dans **un jeu** au sens général.

[24] Et combien cette expression "temps réel" est trompeuse. Il suffit de comparer un tournoi de haut niveau entre un *wargame* au tour par tour à un tournoi de wargame en temps réel (ex:*Starcraft*) pour comprendre l'irréalité du temps réel. Le temps vécu autorise des blancs que le "temps réel" exclut. Idem d'ailleurs pour les *live* télévisés, où les commentateurs du temps réel s'acharnent toujours à combler les blancs et les passages vides du temps vécu. C'est d'ailleurs tout un métier...

[25] C'est le cas d'un jeu comme *Olympos* de Philippe Keyaerts [2011], où même si chaque joueur effectue une action par tour, ces actions ne consomment pas la même quantité de temps et donc l'ordre des tours change. Contrairement à la "canalisation" où l'effet est produit après la consommation du temps, dans ce cas de figure (assez unique en son genre), l'effet est produit avant la consommation du temps, avant que le coût ne soit effectivement payé. Le temps est payé à crédit.

présent comme délai nécessaire pour l'opérateur pour passer d'une action à une autre, auquel cas la ressource n'est pas toujours directement quantifiée. Par exemple, dans le cas d'un jeu vidéo, le temps pour passer d'un clic sur un bouton à un clic sur un autre n'est pas expressément quantifié mais son importance est capitale, d'où l'importance de raccourcis clavier adéquats. En football, personne ne niera l'importance d'un jeu "rapide", or que signifie cette vitesse si ce n'est une capacité à enchaîner les phases de jeu en consommant le moins possible ces 90 minutes plus prolongation : le temps/ressource partagée par les deux équipes ? Dans les deux cas, discret ou continu, la vitesse peut toujours être pensée comme une consommation moindre du temps[26].

En tant qu'**abstraction des ressources possibles**, il est la trace du temps utilisé pour produire ou obtenir les autres ressources exploitables; il est **histoire "des ressources"**[27]. Dans une intéraction dialogique, c'est par exemple le temps et le nombre de tours utilisés par le proposant pour obtenir telle ou telle formule atomique (cela peut-être un nombre de tours ou bien un certain nombre de répétitions). En un sens, la formule ainsi obtenue contient toujours son prix en temps ...

Mais ce temps-abstraction de ressource est très différent du temps-ressource : elle ne se réduit pas à un historique du temps utilisé, qui n'est qu'un simple étiquetage du temps-ressource[28]. Au contraire, le temps-abstraction s'oppose au

[26]La vitesse de calcul d'un processeur est le cas où le temps comme ressource discrète est exploitée si vite qu'elle donne l'impression d'un flux continu.

[27]J'ai choisi ce terme pour le différencier de deux autres termes proches : histoire de la production et histoire matérielle. Pour le premier, certaines ressources ne sont que partiellement produites : par exemple, le pétrole. Le pétrole doit être extrait, doit être raffiné ; ce sont en effet des étapes de production. Toutefois, son histoire en tant que ressources commence bien avant, au moment de l'accumulation de matières organiques et participe donc à l'histoire de la géologie. La production, l'évolution des techniques arrive bien en aval. De même, une ressource n'est pas forcément matérielle : il y a aussi des ressources spirituelles, intellectuelles, morales ... Celles-ci aussi prennent du temps.

[28]L'historique peut être pensé comme une information, c'est-à-dire une ressource tout ce qu'il

temps comme ressource ou à l'historique comme information : un homme qui a besoin de 5 minutes a besoin de 5 minutes de présent et pas de 5 minutes d'histoire. Aussi longtemps qu'on pense le temps sous ces deux pôles, l'**irréversibilité du temps** (supposée) empêche qu'on puisse recouvrir via un usage quelconque, d'une ressource dérivée du temps, le temps utilisé pour la produire[29]. Prenons un exemple. Nous pouvons attribuer à un litre d'essence un équivalent en temps de génération/production : on peut quantifier son histoire et l'estimer. On peut aussi quantifier le temps que nous fera gagner ce litre d'essence en déplacement si on le met dans une voiture. Mais en aucun cas, je ne regagne le temps perdu ! Le temps comme abstraction des ressources n'est pas une ressource stockée ou "congelée". Pour le dire autrement, le temps est une **ressource non-recyclable**, peut-être la seule à l'être d'ailleurs. Quand on dit que tel déchet n'est pas recyclable, c'est soit qu'il coûte trop cher à recycler[30], soit qu'il prend trop de temps pour cela, soit qu'on n'a pas d'idée pour le valoriser. En aucun cas, **c'est une limite conceptuelle**.

D'où le troisième point : le temps se présente à nous en tant que **structure d'utilisation des ressources**. Ce troisième point est le plus délicat. Considérons n'importe quel jeu qu'on peut réitérer[31], le temps y est présent sous les deux premiers aspects déjà énoncés, à savoir le temps-ressource : tour de jeu, nombre de points d'action, chronomètre etc et sous sa forme d'abstraction de ressources[32].

---

y a de plus concret.

[29] Alors que le temps-ressource, c'est une matière première. Le temps pour faire pousser un navet.

[30] Et quand on sait ce que théoriquement, avec la physique nucléaire, on peut accomplir un vieux rêve d'alchimiste, à savoir transformer n'importe quelle matière en une autre, **moyennant** assez d'énergie. Toute Matière est recyclable ! Ou le serait, si on pouvait la penser en dehors du Temps ...

[31] Cela **INCLUT** les jeux logiques, même si leur réitération n'est pas incluse directement au niveau du formalisme. En effet, leur sémantique est donnée au niveau des stratégies, c'est-à-dire de manière de gagner "à tous les coups". Indirectement, on suppose cette possibilité de réitérer...

[32] On pourrait arguer qu'une ressource utilisable une fois par partie, comme par exemple le

Mais le temps est aussi présent dans l'énoncé des règles, et nous pourrions pousser notre idée à dire que l'énoncé des règles est faite entièrement d'aménagement de ce temps-structure, temps qui structure justement les passages entre les deux "pôles du temps" déjà donnés. Par exemple, pour capturer l'irréversibilité du temps dans une règle, il va nous falloir consommer des ressources (prendre le temps d'énoncer la règle), qui sont elles-même du temps.

Second exemple plus concret : combien de fois faut-il qu'une même situation sur l'échiquier se reproduise pour qu'on décide que la partie soit "pat"[33] ? 3 ! Pourquoi 3 plutôt que 12 ? Il faut une règle pour cela et cette règle est **une organisation du temps**. Un dialogicien averti pourrait nous dire : " en fait, ce dont vous parlez là, ce sont les règles structurelles : règles de répétition, règles de commencement, règles de fin, ordre des tours et ainsi de suite ..." **En effet, les règles structurelles traitent de cet aspect-là du temps.** Mais nous verrons par la suite qu'elles ne sont peut-être pas les seules et qu'il ne faudrait peut-être pas trop vite sauter sur les conclusions[34].

Il y aurait une tentation à invoquer ici une forme de temps spécial qu'on appellerait "du méta-temps" mais même les promoteurs du *méta* en aurait un peu honte; même eux sentiraient qu'un recours à un "temps primitif", un "temps d'avant le temps", nous plongerait directement dans la pensée mythologique, dans l'Âge de Khronos et pas du tout dans un discours de scientifique.

Fort heureusement, nous avons **le métalangage**, qui permet de changer le champs de bataille !

---

mouvement initial de deux cases en avant de chaque pion aux échecs, ne se laisse pas penser ainsi. Mais c'est justement là que l'information "réitérable" devient importante : c'est elle qui donne le sens au "une fois par partie".

[33]Le jeu d'échecs sans la règle du "pat" peut en effet boucler sur lui-même et faire des parties infiniment longues.

[34]Voir les règles *spéciales* au sujet des justifications multiples.

1.2.2 Temps et langage dédoublés, récursifs ou autoréférents...

On commence à entrevoir le noeud du problème : là où l'on aurait besoin de redoubler le temps d'un autre temps, de réactiver "un contenu des origines", de pouvoir se réclamer d'une généalogie au sens le plus fort de "science des générations", c'est-à-dire là où co-existent les explications génétiques et la conscience de l'irréversibilité du temps, existe la tentation de remplacer le temps par une **construction récursive**. En effet, une critique des *méta*théories porte sur l'arbitraire de cette répétition : pourquoi s'arrêtait-on à un seul niveau de *méta* alors qu'avec le même geste, le même système argumentatif, on pourrait en empiler les différents niveaux ? N'y a-t-il pas là les germes d'abus futurs[35] ? User de la récursivité contre le cours du "temps qui passe" : cette thèse paraît originale, incongrue ... au contraire, elle est tout ce qu'il y a de plus classique : c'est du Giambattista Vico appliqué !

En effet, Vico associe à chaque âge du monde, un langage qui lui est propre et qui sert donc de support au discours sur l'histoire de cet âge[36]. Les âges se succèdent sans toutefois réussir à se comprendre, c'est le *cours* (*corso*) du temps [37]. Mais Vico introduit aussi une dimension cyclique, qu'on appelle le *ricorso*, dont la traduction canonique est *récurrence* mais dans lequel j'aime toujours entendre *recours*[38]. Or, si l'idée d'un temps cyclique a officiellement complètement

[35] Attention : qu'une théorie n'utilise "officiellement" qu'un nombre fini de niveaux, même raisonnable (comme deux niveaux) ne supprime pas le fait que la notion de *méta* contient en germe l'explosion "vers l'infini" de ces niveaux. On ne se place pas ici exactement au niveau du "working mathematician", mais bel et bien au niveau du philosope qui analyse des concepts.

[36] Giambattista Vico, [42]§§928-931

[37] Par exemple, l'usage de la parole mythique chez Platon ne nous ait plus accessible qu'à travers une réinvestissement herméneutique (voire "technique") du mythe. Aujourd'hui, un discours usant du langage mythologique du même acabit que celui de Platon ne pourrait pas être tenu ou plutôt, pas être entendu...

[38] Chez Vico, c'est une paire, "corso e ricorso". A la trahiuction, on perd cela si on choisit

disparu de nos sociétés occidentales comme principe métaphysique[39], le besoin de récursivité n'a pas disparu et sa charge a été entièrement transposée sur le langage correspondant à notre Âge du monde : c'est-à-dire le langage technique de la logique et son *méta*langage.

1.2.3 **Objection** : séparation entre récursivité et autoréférence

On pourrait toutefois contre-argumenter de la sorte : "ce que vous dîtes là est bien intéressant mais l'intérêt porté sur ce que vous appelez l'acte de faire du *méta* n'est pas tellement lié à la récursivité mais au fait qu'il apporte une réponse à beaucoup des problèmes d'autoréférence comme le paradoxe du menteur, le problème de l'arrêt des machines de Turing ou bien les problèmes de complétude ou d'incomplétude d'un langage".

Il est vrai que c'est explicitement à partir d'une analyse de la vérité dans le paradoxe du menteur que Tarski[41] (I, 7-8-9) introduit le métalangage. Mais il est tout aussi vrai que Tarski n'ignorait pas que sa construction[40] était potentiellement récursive :

"cours et récurrence" du temps. Il vaudrait mieux choisir "cours et recours" du temps, mais en français, la forme déverbale de "recourir" a complètement perdu le sens "courir à nouveau" que possède la forme verbale. A côté de cela, on perd aussi cette résonance nietzschéenne qui me plait bien : "toute chose apte à courir, n'a-t-elle pas dû, nécessairement, parcourir une fois cette route ? [...] Car ce qui de toutes choses est apte à courir devra parcourir une fois encore cette longue route qui s'éloigne devant nous!"... J'aime à dire que Nietzsche a *recours* dans ce passage de [28], pour terrasser le gnome, à la pensée de l'éternel Retour.

[39]Le "Il n'y a plus de saison" n'est pas tellement un constat qu'un *credo* : "je crois en la capacité de l'homme à se munir de son propre climat et de sa propre temporalité" doublé d'une condamnation "il s'en sert pour ruiner ses récoltes et inonder sa demeure". Mais avant, il croyait aux cycles économiques (croissance/crise) ou même au retour cyclique des soldes. Mais pour ces dernières, avec le développement du commerce sur Internet, il paraît aussi, "qu'il n'y a plus de saison des soldes".

[40]C'est un autre point impotant : parler d'un métalangage comme un absolu est absurde : c'est toujours une construction et on devrait toujours en parler comme tel. Mais c'est de cet abus de langage qu'il faut partir.

> Il doit être remarqué que “langage-objet” et “méta-langage” n’ont qu’un sens relatif. Si, par exemple, nous nous intéressions à la notion de vérité appliquable non plus aux phrases du langage-objet originel mais celles du méta-langage, ce dernier devient automatiquement le langage-objet de notre discussion. Pour définir la vérité pour ce langage, nous devons recourir à un nouveau méta-langage, pour ainsi dire à un méta-langage d’ordre supérieur. Nous arrivons par là à une complète hiérarchie des langages.[41]

Le contre-argument consiste à briser le lien entre récurrence et autoréférence, puis cacher tout le *méta* derrière l’autoréférence et par là-même, évacuer aussi le problème du temps. En effet, cette notion de référence ou d’autoréférence n’est pas neutre et appartient déjà à un embryon de sémantique dénotationnelle : celle qui, pour donner le sens d’un mot, pointe avec le doigt. Là où le doigt montre, le sens de la parole se délite. Et dès lors, pour répondre à la question du sens du temps, on pointe la montre ou l’horloge[42]...

Mais cet argument n’est qu’en fait une manière de confirmer ce que nous disions précédemment, à savoir que soit **la référence à la rigueur logique pour justifier l’usage du *méta* sert le plus souvent à se dispenser en pratique de toute rigueur**, soit que c’est autre chose qui est visée à travers ces défenses.

En effet, il y a tout un monde entre “l’intérêt philosophique porté aux *méta*trucs” et leur essence logique. Vous pouvez à l’envie séparer votre intérêt pour l’autoréférence de la question de la récursivité : cela marchera quand vous l’expliquerez aux petits enfants dans la rue. Mais dès que vous chercherez à entrer dans les preuves logiques et plus précisément, dans tous les résultats de type “métalogiques” (preuve de complétude, incomplétude, compacité etc), dès que vous chercherez les bases concrètes d’une telle séparation dans la machinerie formelle, vous serez bien embêté

[41] Traduction personnelle.

[42] L’autoréférence du temps ? La fameuse *métamontre* de l’article parodique *Les montres à moutarde : une approche intégrée au temps et à la nourriture* de Girard [19]!

d'y trouver quoique que ce soit qui la fonde, sauf **par approximation** ... En effet, l'idée d'autoréférence n'existe pour ainsi dire pas dans les premières preuves de complétude ou d'incomplétude; seule la récursivité peut y être présente[43] et c'est à partir d'elle qu'on introduit l'autoréférence dans le *méta*.

L'approximation qui permet de faire surgir d'une construction récursive l'idée d'autoréférence n'est pas "une erreur philosophique" : elle a même une certaine noblesse issue d'une grande tradition philosophique : ARISTOTE déjà reconnaissait que la récurrence pouvait être une bonne approximation de l'auto-référence **dans le cas de la cause première**, que c'était là même sa manière de se développer dans le temps. Mais ARISTOTE ne faisait pas le petit saut qui consistait à identifier le Moteur premier absolu, auto-généré, qui meut toutes choses sans être mu avec la construction récurrente à l'infini. C'est ce petit "saut" qui fait qu'on peut entendre parfois des discours interprétant les *méta* à la fois comme *premier* et comme *récurrence*.

En négligeant ce détail contextuel, à savoir qu'on parle bien de logique, on se fait l'**idée d'une séparation facile entre autoréférence et récursivité**. Dès lors, à cause des effets Oulipo recherchés pour au choix, scientifiser "une oeuvre artistique" ou bien illustrer des théories scientifiques, on a pris l'habitude de ne plus du tout garder à l'esprit que l'autoréférence, bien plus aisée à représenter. On peut, par exemple, l'illustrer avec "*cette phrase est en italique*". C'est un cas d'autoréférence et en effet, il n'y a aucune récursivité là-dedans. De même, il n'y a qu'un lien grossier entre une illustration de type "vache qui rit" et la représentation d'une fractale : le premier cas est un dessin auto-référent où la récursivité est suggérée, dans le second cas il y a une vraie définition récursive[44], dont on calcule une certaine représentation[45] qui suggère parfois une autoréférence.

[43] Et cela n'a rien d'obligatoire.
[44] Systèmes de fonctions itérées, relations de récurrence ...
[45] On choisit de calculer un nombre fini d'itérations.

Le contre-argument présenté exige qu'on puisse séparer autoréférence de récursivité, mais il n'y a pour cela que deux chemins argumentatifs :

1. Soit on renonce à faire de la logique et on fait de la libre association d'idées.

2. Plus intelligemment, il faudrait refuser l'approximation d'Aristote, voire la retourner. Il faudrait alors nous montrer que l'autoréférence est première dans les preuves citées[46] et que c'est l'autoréférence qui suggère une récursivité qui n'est en fait pas là, qui n'est qu'une illusion. Bref, affirmer que le *méta* est dans une représentation de style *Vache-qui-rit* et que ce concept ne contient en aucun cas de récursivité.

Il faudrait donc descendre dans les profondeurs de la machine logique pour voir ce qu'il en est exactement, mais comme :

1. cette descente dépasse l'ambition de cette simple introduction et je l'ai déjà entreprise ailleurs, [4][47].

2. la plupart des gens qui utilisent cette ligne d'argumentation le font en mode "libre association d'idées". Personne ayant étudié en détails ces preuves sémantiques ne m'a jusqu'ici mis en avant le primat de l'autoréférence,

3. qu'il nous semble préférable d'avancer nos arguments que de spéculer sur d'éventuels contre-arguments à venir,

[46] J'insiste peut-être trop sur les preuves d'incomplétude ou de complétude, comme si la métalogique était le tout des théories sur le métalangage. Ce n'est pas le cas, mais c'est à ce niveau que se lie le noeud "scientifico-mythique" du discours sur les *méta*trucs. Répétons-le : nous cherchons à comprendre un acte qui se réclame de la logique, qui en tire une puissance réelle, contre toute évidence logique.

[47] A vrai dire, ce papier a été mis en ligne sans que je le sache : c'est le texte "brute" d'une intervention orale à laquelle je souhaitais apporter quelques modifications avant divulgation. Mais pourquoi renierai-je mon travail ?

il nous suffira ici d'avoir un peu dragué quelques courants souterrains souvent oubliés et d'en avoir remué les douteuses associations sédimentaires qui les obstruaient, suffisamment pour discerner plus clairement le sens de la thèse et les difficultés qu'elle soulève.

Comme notre problème est très général, le rapport du langage au temps, comme la solution indirecte du " recours au méta" a essaimé dans beaucoup de domaines des sciences dites dures mais aussi des sciences sociales, comme chacun de ces domaines s'est approprié ce geste à sa manière et en a développé un dialecte différent[48], les difficultés auxquelles nous nous affronterons auront la même multiplicité, elles seront nombreuses et d'ordre différent : des difficultés métaphysiques qu'il faut assumer comme telles, des difficultés épistémologiques ainsi que des difficultés d'ordre technique ou formelle. En considérant la logique au sens fort de *science du Logos*, notre problème prend d'autres formes qu'en considérant la logique comme branche des mathématiques, et encore différentes pour la logique comme branche formelle de la théorie de la connaissance (et ainsi de suite).

Aucune de ces formes n'est première, si bien qu'il n'y a pas à chercher à dériver un niveau de problème d'un autre niveau; mais aucune forme n'est non plus autonome si bien qu'aucune étude sérieuse ne pourrait faire l'impasse sur aucun de ces ordres.

En l'absence d'une origine unique, une conséquence de cela est qu'une réponse réelle à notre problèmatique ne pourra pas ne pas capturer cette diversité : il faudrait idéalement parler tous ces dialectes en même temps et ne pas croire qu'on pourrait injecter dans une sphère privilégiée du langage une contre-théorie, qui en se diffusant, finirait par établir les idées défendues ici. Pour combattre une

[48]Quand on réfléchit aux sciences comme à des ensembles organiques, l'idée s'impose que les concepts, les solutions, sont les cicatrices de blessures faites à l'esprit humain. On pourrait donc dire que les *métas* représentent un certain type de tissu cicatriciel, mais toutes les cicatrices sont différentes.

hydre, il faut être soi-même une pieuvre, une hache dans chaque tentacule. Ou Hercule[49]...

1.3 Plan

1.3.1 Idée du plan

Doit-on pour autant penser que sous prétexte de devoir rendre compte d'une multiplicité, nous pouvons nous autoriser à nous y prendre n'importe comment ? Evidemment, non. Seulement, il nous a fallu nous résoudre à choisir une stratégie argumentative forcément imparfaite et incomplète pour mener au mieux ce programme.

La stratégie d'exposition à laquelle nous avions pensé d'abord fut l'exposé organique, montrant que les choix stratégiques, aussi bien ceux qui seront faits ensuite mais aussi les précédents qui orientent ce premier chapitre, s'inscrivaient et prolongeaient même la problèmatique dans le domaine très pratique de la coexistence d'exigences logiques et d'exigences universitaires. Or cette coexistence, dont la possibilité est supposée, est nécessaire mais jamais établie, n'a pas à l'être de manière statique mais toujours à être réactivée [50]...

Invariablement, la thèse de l'organicité assumée dans sa forme totale nous conduit à ne pas nous contenter de la seule logique interne de notre texte, mais à nous interroger à ses multiples interfaces avec "le monde extérieur" - et ne le cachons pas - les lecteurs d'un texte constituent la majeure part de ses interfaces

[49] Tentacule. Hercule. Tante Hercule ?

[50] C'était déjà l'enjeu des premières lignes de cette introduction : comment parler logique dans un espace qui n'est pas pure logique, mais aussi politique, social, économique, idéologique et on en passe : **un espace humain complexe**. Et surtout, comment parler sans qu'aucun des discours spécialisés ne monopolise la place de discours primitif puis joue le jeu pitoyable de *métalangage* régulateur ?

avec le monde extérieur. Si on veut donc que la forme s'accorde avec le contenu, que la dynamique des jeux qui conduit notre recherche en interne se prolonge organiquement au niveau des interfaces, alors en toute conséquence il nous faudrait jouer avec le lecteur. Si je me mets à jouer avec le lecteur, je ne lui donne pas un plan, clair, détaillé, mais je lui donne une carte aux trésors, pleine d'énigmes, de cocotiers, et bien sûr un x qui ne marque pas une inconnue mais un trésor. Et le lecteur a son droit de retrait, d'exiger du plan qu'il se tienne.

Cette organicité de l'écriture, même localement, pour l'exposé du plan, ne s'assume pas **seul**, on ne le sait que trop bien : il faut que le lecteur accepte d'y participer, c'est à lui que revient la liberté de boucler ou non le mouvement circulaire qu'exige cette forme d'écriture. A vrai dire, la tentation est forte de lui dénier cette liberté; c'est le piège du solipsisme. Cela ressemble à une stratégie gagnante, puisqu'elle consiste à s'accaparer la lecture et par là, capturer le lecteur[51]. Hélas, ce dernier[52], jusqu'ici patient et bienveillant, mais désormais excédé par ce nombrilisme déguisé en scientificité, jetterait cette thèse et son auteur au feu; *exit*-stratégie.

Entre les exigences de clarté de la prise de parole universitaire (qu'incarne mon lecteur) et mon devoir d'organicité, nous trouvons donc une liberté qui n'a rien d'absolu mais qui au contraire **n'existe que dans la réciprocité**. Naturellement, le plan qui en résulte ne peut être qu'une mise en scène ingénieuse du texte afin d'en offrir une première lecture, mais nous invitons le lecteur à s'y perdre. Trouvez juste assez indulgence envers tout ce vernis baroque, il est le miel dont j"emmielle les pinceaux grâce auxquels je trace mes meilleures problématiques [53].

[51] Mais c'est aussi la stratégie d'"un fou incurable enfermé dans un blockhaus imprenable"[38].

[52] Je pourrais rêver comme James Joyce, d'un lecteur idéal, pris d'une insomnie idéale, qui lirait ce texte pour aussitôt revenir à la première page et entamer un cycle de lectures sans fin. Et pourquoi ne pas lui supposer une mémoire parfaite et quelques connaissances en logique ?

[53] Prenez chaque majuscule depuis le titre "Plan" et lisez la phrase ainsi formée. Mais une fois cet avertissement divulgué, quel en est son sens ? Il vaut pour tous les livres du monde, même le plus aride des grimoires de grammaire...

1.3.2 Ordre et Résumé des chapitres

Cette thèse est construite en cercles concentriques, amenant le lecteur à s'intéresser à des problèmes de plus en plus précis, au prix toujours d'une reproblématisation qui peut être déconcertante. Le premier chapitre élabore une thèse à éprouver, le second travaille cette thèse à travers un filtre plus "technique", qui permet d'isoler des points précis et qui nous conduit à écrire le chapitre trois. Ce troisième chapitre est sans doute le plus positif : nous construisons un système logique qui répond aux attentes précédentes. Le chapitre quatre fournit la sémantique de ce système, et est en quelque sorte son épreuve finale par laquelle il nous renseigne sur les problèmes précédents. Le chapitre cinq rappelle le problème d'origine dans toute sa complexité...Voyons maintenant ces chapitres en détail.

Dans ce premier chapitre introductif, nous avons posé la thèse suivante "le recours au *méta* est une manière d'évacuer le problème du Temps". Nous en avons expliqué la provenance, comment cette thèse s'était formulée en se détachant d'un problème initial ... Nous avons appelé ce chapitre **Embarquement** comme une entrée possible et suggérée pour un "archipel". En effet, dans ses premiers ébauches, cette thèse semblait partager les mêmes qualités topographiques qu'un archipel, à savoir d'être composée de multiples îles/chapitres, proches les unes des autres, partageant une origine commune, géologique, volcanique, souterraine[54]... Certaines seraient plus civilisées que d'autres, on trouverait même des ponts inter-insulaires; d'autres plus sauvages, accessibles uniquement en ramant contre des

[54] Au fur et à mesure que l'analogie se tissait, les lectures opportunes se firent échos, se renforcèrent mutuellement, avec toujours le joyeux risque de contamination incontrôlée du sens ! *Le cycle de l'Abarat* de Clive Barker ou *Le navigateur sur les mers du destin* de Michael Moorcock, Rimbaud, la poésie TS Eliot et de Coleridge, Ulysse et la *Dialectique de la Raison* d'Adorno, alluvions du vieil océan qui te torpille ...

courants contraires. A vrai dire, les îles sauvages ne le sont plus, le plan a été retravaillé, mais nous avons voulu garder cette analogie. Ce premier chapitre contient aussi la conscience des naufragés; plus prosaïquement il permet aussi bien d'entrer dans la thèse par la voie "navigable" directe et donc d'aller au chapitre **2**, que de prendre l'eau pour s'affronter directement à l'épave du chapitre **5**.

Ensuite, les deux chapitres suivants se présentent principalement comme l'élaboration progressive et la résolution le problème de la double justification.

Le second chapitre **Dialogue à intéractions rompues** aborde le rapport du temps et du langage en faisant un parallèle entre la continuité du temps[55] et la continuité d'un dialogue... Les continuités du temps et des dialogues sont en effet une autre face du problème des "origines" : en effet, pour continuer il faut bien avoir déjà débuté et pour comprendre le chemin parcouru depuis une origine, il faut savoir ce qu'est "continuer". Or, un jugement qui déclare "telle phrase en continue une autre" semble appartenir à ce qu'on entend usuellement par la sphère du *méta*. C'est donc bien notre problème, quoique retourné, qui se dessine ici.

Dans ce chapitre, nous privilégions d'abord l'aspect philosophique en restant au niveau d'élaboration mathématique non spécialisé (**2.1**). Il ne s'agit toutefois pas de faire de la vulgarisation, mais de préparer le chapitre suivant en dessinant l'arrière-plan philosophique hors du cadre formel. Le cadre formel s'établit en écartant des difficultés spéculatives intéressantes : une théorie formelle, on veut qu'elle fasse ce qu'on lui demande, les applications pratiques ne sont jamais oubliées. La spéculation philosophique propose un horizon plus large que nous ne souhaitons pas sacrifier. C'est donc dans ce chapitre que nous appliquons la réduction nécessaire qui nous permettra de donner des solutions formelles. Ces

[55]Métaphysiquement, cette continuité du temps est soumise à un débat entre les partisans de la durée et ceux de l'instant. Toutefois, comme ce débat ne se retrouve pas dans ce parallèle, comme il n'y a pas de débat sur un langage instantané, il n'y a pas de raison de l'importer ici.

réductions se focalisent sur deux points problèmes précis : la justification multiple **(2.2)** qui permet ensuite de réfléchir sur la composition **(2.3)**. Le chapitre se conclut sur une récapitulation philosophique **(2.4)** puis sur un addendum qui expose le théorème des "dialogues arénacées", théorème très intéressant pour le technicien en ce qu'il confirme l'intuition qu'il était possible de traiter la dialogique de l'école de Lille comme une *game semantic* "à la Abramsky". L'approche brutale par traduction directe toutefois, n'est pas des plus fructueuses et par conséquence, nous avons du mettre au point une solution plus hybride qui est exposée dans le chapitre suivant.

Le troisième chapitre **Dialogue de matrices** précise le problème au niveau de la dialogique et en propose une solution. Après avoir rappelé l'idée générale du chapitre **(3.1)**, nous rappelons les règles de la logique dialogique ordinaire **(3.2)** avec néanmoins une spécificité, à savoir que nous discutons la notion de "régles spéciales", en ce que ces règles-là sont susceptibles de faire surgir le problème de la double-justification. Cette analyse sert de pivot pour introduire la dialogique des matrices dont on expose d'abord les arguments généraux **(3.3)**. On fournit ensuite les spécificités de deux systèmes : celles de la logique classique en **(3.4)** puis celles beaucoup plus intéressantes de la logique intuitionniste **(3.5)**. En effet, cette sous-section nous permet de découvrir le *marqueur d'aggro* et quelques-unes des nouvelles interprétations que ce dernier permet. Et finalement, le chapitre se conclut en **(3.7)** par une mise en relief philosophique.

Le chapitre quatre, **Les stratégies du sens**, fournit les théorèmes sémantiques de la dialogique des matrices. Puis, nous recentrerons notre discours sur les notions de stratégies en sémantique des jeux proprement dite **(4.1)**, puis nous exposons les preuves sémantiques **(4.2)** en prouvant que les formes étendues des jeux de la

dialogique ordinaire correspondent à ceux de la dialogique des matrices. Toutefois, ce chapitre est aussi l'occasion d'interroger la notion de stratégie en philosophie non pas comme un concept construit *ad hoc* dans un recoin de la sémantique des jeux, mais en la réintégrant dans des rapports plus larges, d'abord une micro-histoire **(4.3)** puis quelques analogies avec la stratégie militaire ou la stratégie économique **(4.4)**. La dynamique générale de cette *Fin de partie* est de forcer, pousser encore plus loin, la thèse de l'actualisme de la dialogique des matrices. Le **(4.4)** cherche à donner quelques intuitions en dehors de la logique, autour du concept à affiner de *tactique*. Le **(4.5)** est une proposition pour formuler des *tactiques matricielles*. L'annexe **(4.6)** propose le schéma d'une solution à un problème périphérique, qui était beaucoup plus présent dans la problématisation d'origine. Ce schéma peut fournir quelques idées sur comment utiliser les différents outils abordés dans ce chapitre.

Pour finir, nous avons rejeté en fin de thèse un chapitre au nom évocateur d'**Epaves** : c'est l'une des introductions de cette thèse qui a échoué et "que la mer a reprise". Intégrer cette cinquantaine de pages à la fin de la thèse au lieu de les jeter ou de les retravailler fut un choix très difficile. La retravailler en fonction des résultats obtenus aurait éludé à mon sens leur principal intérêt, qui réside justement dans la distance entre le projet initial toujours mégalomane et les réussites effectives toujours plus modestes. Et l'intégrer tel quel pourrait être malcompris. Ces doutes, nous les avions déjà lors de la rédaction de ces feuillets, ce qui fait qu'ils commencent par un préambule méthodologique **(5.1)**, où nous essayons de donner quelques spécificités de la recherche dans laquelle nous sommes entrés. Le **(5.2)** pose le problème du débat entre le pluralisme et le monisme en logique, débat qui se co-constitue avec la notion de métalogique et de hiérarchie des logiques, et que nous avons peu à peu écarté de nos travaux[56]. Le **(5.3)** détaille

[56]Bien que **(4.6)** propose encore une petite contribution à ce débat; même dans un langage encore assez peu élaboré...

les “recoins particulièrement universels de la théorie des catégories” que j'évoquais en **(1.1.1)**, tandis que le **(5.4)** les réflexions sur l'écriture de la logique en règle générale, pensées de naufrageurs de thèse, qui, paraît-il, n'écrivent leur nom que sur l'écume ...

Il y a peut-être une certaine forme d'ironie à conclure avec une introduction abandonnée... Mais si cette thèse participe, par ses interrogations sur le temps et le langage, à une réflexion sur l'histoire et la mémoire, ce n'est pas pour autant une *Recherche du Temps Perdu* à la Proust, où l'on fait l'inventaire des faits enfouis/enfuis dans la mémoire (pas depuis l'enfance du doctorant, mais du moins si on peut le dire, depuis l'enfance de cette thèse). Nous ne sommes pas dans une récapitulation ouverte sur l'avenir. Au contraire, si on peut le dire, nous serions dans une démarche plus proche de celle du *Wake* joycien, où l'extrême condensation, la superposition et la répétition incantatoire des thèmes conduisent à des épiphanies. Cette épave d'introduction doit donc être lue comme une réintroduction renvoyant au début même du texte. *Riverrun.*

2 Dialogue à intéractions rompues...

"C'est un film qui s'interrompt, mais ne s'achève pas
Toutes les conclusions sont encore à tirer, les calculs à refaire.
Le problème continue d'être posé, son énoncé se complique.
Il faut recourir à d'autres moyens.
Ce message informel, de même qu'il n'avait pas de raison
profonde de commencer,
de même n'en a pas de finir.
Je commence à peine [...]"
Guy-Ernest Debord, *Critique de la séparation*

2.1 Logorrhée à fragmentation

2.1.1 Situation vécue ou imaginée

Vendredi soir, je suis chez un ami : nous discutons. Nous échangeons les nouvelles de quelques connaissances communes. Je présens que, de proche en proche, nous allons parler de la personne taboue, cette traîtresse dont la simple évocation suffira à créer un froid[1]. Quand tout à coup, on tape à la porte. L'ami va ouvrir : c'est la voisine qui vient emprunter du sel[2]. Après quelques banalités d'usage, le sel est prêté, la voisine promet de rembourser "avec de la bière comme intérêt!"[3], enfin

[1] On peut tout aussi bien recontextualiser l'exemple en parlant de l'affaire Dreyfus, ou de n'importe quel sujet qui serait un tabou.

[2] Décidément toutes les excuses sont bonnes pour venir frapper ici.

[3] J'imagine qu'aux temps des routes du sel, un emprunt de sel pouvait revêtir une certaine gravité économique, qui justifierait le mélange de gaucherie solennelle et de séduction manière *sitcom* américaine de cette voisine... Mais bon, ce sont les affaires de voisinage de cet ami.

elle est partie et la discussion peut reprendre.

Reprendre ? L'ami lance le fameux : "Où en étais-je déjà ?". Je tiens une opportunité d'éviter le sujet fâcheux. Dois-je faire un résumé honnête de la conversation ? Dois-je mettre les pieds dans le plat en lui signalant qu'il était sur le point d'aborder un objet de discorde ? Ou bien dois-je tricher, rappeler la discussion à un point antérieur, mais avec une formulation un peu différente de telle sorte à la ré-orienter vers des sujets moins problématiques ? Reprend-on réellement la même intéraction, la même discussion ?

Je décide d'agir, je redirige la discussion vers son métier : professeur de mathématiques. Il me raconte alors sa journée. Il faisait une preuve devant sa classe, les questionnant en même temps qu'il opérait au tableau, de telle sorte que son auditoire n'était pas dans la passivité du recopiage mais participait activement à cette preuve[4]. Quand tout à coup, la cloche sonna : "on ne voit pas le temps passer quand on s'amuse mais on l'entend toujours". Il leur promit alors de reprendre la preuve la semaine prochaine. Toutefois il a quelques appréhensions : que reprendront-ils exactement ? Le cours ? Certainement ! La preuve ? Pour sa partie écrite, certainement aussi ... Mais l'intéraction dans laquelle ils étaient, cette grâce du moment qui donnait pleinement le sens du cours à ces élèves, reviendra-t-elle ? Cela est moins sûr...

"Quelle facilité, quelle simplicité a le professeur de philosophie de la salle voisine, se lamente-t-il. Quand ce dernier donne cours lui-aussi à ce même auditoire idéalement attentif et impliqué et que ce dernier auditoire ne comprend pas les idées du cours, l'interroge, lui qui essaie tant bien que mal de les expliquer, la cloche lui offre plutôt un répit. Les élèves sont libérés et le professeur peut s'interroger calme-

[4]On peut supposer que cet auditoire idéal (ou cauchemardesque) se limite au premier rang de sa salle de cours...

ment sur leurs difficultés. Le lendemain, à la reprise du cours, il leur annoncera qu'il a trouvé un nouvel angle d'approche, une nouvelle stratégie pour leur faire comprendre de quoi il en retourne. Les preuves mathématiques et les lois d'airain de la logique n'offrent pas la même souplesse." Mais ce revirement stratégique n'est-il pas la suite du cours ? Ce changement de cap modifie-t-il le sens même de l'intéraction ? Est-ce que la nouvelle compréhension que les élèves obtiennent est fonction de leur ancienne incompréhension ? Pour le dire autrement, n'y a-t-il pas là une continuité dans le dialogue que mon ami refuse de voir ? Un dialogue argumentatif exigerait-t-il une continuité stratégique ?

Je me permets donc d'attirer la discussion sur les spécificités de l'argumentation en philosophie. Je prends alors l'exemple du *Gorgias* de Platon. Ce texte est aussi un dialogue, mais qui a cette particularité de changer d'interlocuteurs. Ou bien est-ce en fait plusieurs dialogues connectés, interdépendants ? Et alors, cette connexion ne se fait-elle que sous le régime de la succession, c'est-à-dire que le dialogue suivant est expliqué au plus par les dialogues précédents ? Ou bien est-il concevable que Socrate ait intégré à sa stratégie argumentative face à Gorgias le fait que sa stratégie ferait réagir forcément Polos et énerverait Calliclès ? Le discours de l'un peut-il anticiper la rupture de dialogue de l'autre interlocuteur[5] ?

Puisque nous ne rechignons pas à penser qu'un dialogue puisse se poursuivre avec de nouveaux interlocuteurs, nous devons expressement considérer le cas où il survit à **tous** ses interlocuteurs. Il est usuel de dire qu'un débat "traverse" un siècle, généralement indépendamment à ceux qui y prennent part. Par exemple, la Querelle des Anciens et des Modernes survit à Perrault et Boileau ... Si on admet

[5]Et si je pose la question de l'anticipation dans la stratégie de Socrate, c'est parce qu'il est déjà classique de considérer que la stratégie de retraite (*exit*) de Calliclès annonce/anticipe la mise à mort de Socrate... Le refus de réponse de Calliclès à la fin du dialogue est en quelque sorte la fin du personnage de Socrate, personnage dont l'existence ne se trouve que dans le dialogue...

que c'est bien l'interaction qui donne le sens d'un dialogue, force serait alors de reconnaître que le dialogue interagit plus avec lui-même qu'avec des agents [6]... Avec des rôles peut-être ? Des fonctions que les agents pourraient se transmettre ? C'est sur cette ligne que je me retrouve à défendre l'idée qu'une argumentation philosophique n'est pas moins organique qu'une argumentation mathématique[7].

Il me rétorque que je confonds tout, qu'on ne peut pas comparer une situation d'énonciation de la vie ordinaire, un texte littéraire et une catégorie synthétique, un "corpus" thématique, qui réunit plusieurs textes et confrontations autour d'un même thème. Je lui demande naïvement pourquoi : "qui fixe cette règle ?". Il ouvre la bouche pour défendre je ne sais quelle thèse ou plutôt, je sais trop quelle thèse : l'usage, comme garantie du sens. Mais comme il devine que je vais le renvoyer à l'usage que font ses élèves de ses cours de mathématiques, à savoir "avoir une bonne note" et que cela le mettrait en difficulté[8], il se ravise et me lance le laconique et fatal : "tu compliques toujours tout!" puis me propose une partie d'échecs[9].

Nous jouons. La partie s'enlise jusqu'à tard dans la nuit quand soudain, mon adversaire et ami reçoit un appel téléphonique qui le force à travailler tôt le demain matin sur un de ses projets personnels. Nous devons donc arrêter la partie afin

[6] Ou bien faut-il peut-être supposer l'existence d'un *auditoire universel*? Mais *l'univers est sourd et dort, sa patte aux pinces stellaires sous son oreille immense.* Maiakovski[25].

[7] Thèse qui n'aurait jamais été remise en question au XVIIIème siècle mais qui aujourd'hui, est mise en face à face avec une conception plus fragmentaire du discours argumentatif en philosophie, qui fonctionnerait par fusées ou par *punchlines* (les idées-forces, les arguments chocs)... "À mort les systèmes, vivent les slogans!" mais tout cela est encore de l'énoncé systématique et en même temps, du slogan.

[8] En effet, si on recherche l'usage "le plus partagé" des différents cours, on trouve la "bonne note" et on ne différencie plus que par le coefficient (arbitraire du coup) le cours de sport du cours du mathématiques.

[9] A vrai dire, je ne joue pas aux échecs et je pense que la mythologie liée à ce jeu est largement exagérée, totalement embrumée par de la *turquerie mécanique*...

de lui laisser quelques heures de sommeil urgemment. Nous quittons la table mais il ne peut s'empêcher de me lancer un sourire en m'affirmant cela : "De toutes façons, tu étais échec et mat dans 13 coups, tu n'as qu'à noter les positions sur l'échiquier et finir la partie à ma place et tu verras". Est-ce que cette affirmation a vraiment un sens ? Si "ça interagit", le départ de mon adversaire ne devrait rien changer et je peux vérifier son affirmation. Mais attention : peut-être pouvait-il gagner en 10 coups et non pas 13 ? Peut-être avait-il choisi une stratégie de victoire non optimale, c'est-à-dire que mon adversaire est plus qu'un opérateur en stratégie : il effectue un choix (qu'on peut dire stratégique). Imaginons qu'il y ait deux stratégies gagnantes à 13 coups : est-ce que je capture le sens de son affirmation si je la vérifie avec une autre stratégie ? Et si cela se trouve, mon adversaire était ironique et, connaissant mon goût pour ce genre de défi, a lancé volontairement un propos invérifiable pour le plaisir de se tailler une place dans ma thèse, de quitter avec dignité l'échiquier[10] et de me mettre poliment à la porte, avec de quoi réfléchir pour la nuit.

Ma vraie victoire fut donc d'avoir su finir cette discussion sans en rien noter, si ce n'est une anecdote à raconter ici ...

2.1.2 Présupposés acceptés ou refusés

Remédiation du sens ou réparation du code?

Toutes les situations proposées présentent des intéractions (le plus souvent des dialogues) interrompues puis "reprises" en suivant **les mêmes règles**. En un sens, on pourrait dire que ce sont des cas de **remédiation**.

[10]D'ailleurs, l'astuce est connue : on demande à un ami de téléphoner pour avoir un bon prétexte pour fuir une défaite cuisante.

Il nous faut toutefois faire attention aux concepts déployés pour comprendre le noeud des problèmes, car on ne sait plus bien ce qu'on peut cacher derrière un terme désormais galvaudé que **remédiation**. Il y a, certes, le sens "faible" de la langue admistrativo-pédagogique où il déguise tout simplement une nouvelle politique du rattrapage scolaire. Mais il y a un sens plus technique où "remédiation" se rapproche plus de l'étymologie de remède et où il **s'oppose à la réparation**. Par exemple, en médecine, la remédiation peut désigner les méthodes non-opératoires utilisées après un AVC pour restaurer une fonction sans passer par la réparation chirurgicale des zones lésées. En ingéniérie sociale, la remédiation se pose plus souvent en complément d'une réparation, dans tout ce qui est conflit entre les individus, les institutions, les Etats et parfois même remplace cette réparation. On peut penser au rôle d'un médiateur dans un conflit entre voisins : le médiateur ne peut pas imposer de réparations financières pour d'éventuels dégâts causés lors de la guéguerre de voisinage; toutefois il peut s'arranger pour que les parties adverses se réconcilient soit en oubliant ces dégâts, soit en s'engageant par eux-mêmes dans des réparations, qui sont alors mieux vécues, avec une charge de culpabilité moindre ... C'est dans cette optique-là que nous sommes le plus proche du sens philosophique abstrait de remédiation comme **retour à/de la médiation**[11].

C'est cette dernière piste que nous suivrons, mais avec quelques réserves toutefois. Nous sommes bien tentés, dans un geste très XXème siècle, d'introduire la déclaration de foi pan-langagière qui pourrait amoindrir notre propos, peut-être jusqu'à le rendre insignifiant : à savoir que le média universel, c'est le langage et que de là, partout où il y a remédiation possible, il y a langage. Il y a au moins deux raisons de refuser cette profession de foi :

[11] On sait trop bien que le retour à quelque chose n'est pas le retour de la chose. Ainsi, le retour à l'innocence n'est pas le retour de l'innocence...

1. D'abord, elle nous rendrait bien obscur notre passé. Comment pourrions-nous comprendre par exemple les voeux de silence d'un moine pour qui l'Esprit Saint est le médium universel et non pas le langage ? Nous serions obligés de lire ces voeux comme un dialogue silencieux avec Dieu ? Plus moderne, comment pourrions-nous comprendre la pensée du trader débridé pour qui "tout s'achète, tout se vend", pour qui l'argent est un flux plus continu que la parole[12] ? Il faut donc faire très attention à ne pas prendre pour acquis l'idée que tout se passe déjà *a priori* dans le langage, afin de se ménager des espaces de réflexion intermédiaire[13].

2. Mais ensuite et plus proche de nos préoccupations, cette déclaration de foi vingtièmiste lisserait aussi notre propos, en rendant difficile la séparation entre **interactions** (qui peuvent être ou ne pas être langagières) et **dialogues** qui sont des interactions spécifiques. Dans aucun des cas présentés, il n'y a réellement de rupture de toutes les interactions. En effet, ces interactions (et leurs suspens) peuvent toujours être décrites sous la forme "je fais quelque chose puis j'attends une réaction" : il n'y a pas de chronomètre qui interdise la réponse d'arriver trop tard ou de ne jamais arriver[14]. Les ruptures alors, sont reconnues et se produisent alors à une couche qu'on dirait "supérieure" de la structure et une partie de la question est justement de

[12] "La Parole est d'argent mais le Silence est d'or"...

[13] Si tout est langage, alors la seule zone non-langagière est l'indicible, forcément exclu d'office de la logique ou relégué *a priori* dans le **6.522** du *Tractatus logico-philosophicus* de WITTGENSTEIN : " Il y assurément de l'indicible. Il se montre, c'est le Mystique..."[44]. J'invite d'ailleurs le lecteur à reprocher ce **6.522** du **6.36** du même livre : "S'il y avait une loi de causalité, elle pourrait se formuler "Il y a des lois de la Nature". Mais à la vérité, on ne peut pas le dire, cela se montre". Doit-on pour autant conclure à une mystique naturaliste chez le premier Wittgenstein ?

[14] Il existe des considérations logiques autour de la non-réponse, mais plus dans le domaine de l'informatique, où l'on peut plus facilement analyser les processus de non-réponse, c'est-à-dire faire la différence entre une non-réponse qui produit un objet en prenant infinitivement de temps et les non-réponses qui ne produisent rien. Dans le domaine de la logique "humaine", nous ne pouvons pas raisonner ainsi.

savoir quelle couche et quelle structure est déterminante, quelles interactions sont du dialogue et quelles interactions n'en sont pas. Ce n'est pas tellement un problème de langage que de **localisation du langage**[15]. Si on part du principe que "tout est langage", on pose les jalons d'une distinction entre des dialogues langagiers et des dialogues non-langagiers, bref on se prépare des **monstres logiques**, dont nous aimerions à tout prix limiter la prolifération !

La deuxième réserve concerne la place du couple réparation/remédiation dans ce projet. Ces dernières années, des chercheurs de différents domaines se sont beaucoup intéressés au premier pôle, plus technique mais sans jamais l'identifier exactement et par là, sans reconnaître leurs intérêts et réflexions convergents. Que ce soit en ingéniérie informatique quand il s'agit de corrections automatiques des erreurs de codage ou même de réparer les erreurs physiques d'écriture sur un disque dur ou bien en nano-ingénierie (voire même en nano-ingénierie génétique) et c'est dans le même prolongement d'idée, dans les études philologiques sur l'étude du fragment, où il faut restituer un texte par rapport à des morceaux, tous tournèrent toujours autour du même problème : **réparer du code**, du texte ou du langage. Cet intérêt est lié à une réinjection de la pensée mécanique à travers une certaine conception de la cybernétique[16] : qui dit mécanisme dit système mécanique, dit erreur systémique, dit désir d'un système d'auto-régulation/auto-réparation qui exige à la fois des outils d'auto-analyse[17] et des capacités à produire des stratégies

[15]Et je me permets d'insister sur ce terme en bas de page : localiser le langage. Est-ce qu'il suit linéairement la phrase, ou est-ce qu'il saute en bas-de-page, ou encore ailleurs ? Ecrire sur l'interaction, même dialoguée, ne se fait pas sans jouer avec l'intertextualité.

[16]Celle qui est restée la plus attachée à la pensée mécanique.

[17]A mettre en relation avec le fameux primat de l'intérêt pour l'autoréférence **AVANT** la récursivité évoquée dans le chapitre **1**... C'est la récursivité qui produit les erreurs systémiques, mais c'est l'autoréférence qu'on prie de nous faire la grâce des moyens de combattre ces erreurs. D'où la tentation de séparer **plus ou moins astucieusement** les deux aspects et de ne garder que celui qui "résout" les problèmes. Une fois n'est pas coutume : on sépare les deux aspects de la figure mythique : le père Noël et le croque-mitaine, Baba-Yaga et la Bonne Marraine ... on

de réparation les plus intéressantes possibles.

Toutefois, à considérer le langage que sous son aspect de **continuum de code** pouvant être réparé, on fixe un primat du syntaxique sur le sémantique, ou pour le dire un peu différemment, un primat de la forme sur le fonds. Le sens ne se manifeste alors que dans un second temps, comme **une contrainte supplémentaire** dans la reconstruction du code : il faut une réparation qui fasse sens. Cette démarche correspond absolument à la démarche de création des langues artificielles et autres langages logiques : on commence par donner des méthodes de construction de formules ou de phrases, un ensemble de termes utilisables (un alphabet), bref une syntaxe. Puis on y ajoute une seconde couche théorique, qui doit donner le sens de cette construction première.

Mais l'étude que nous proposons prend au sérieux l'idée que **le sens ne vient pas se greffer comme une seconde peau** (miraculeuse ou artificielle) sur le code ou sur la phrase, mais qu'il se produit quelque part - préciser cette location est un de nos enjeux - au niveau des intéractions soit de ce code avec lui-même, soit avec un autre, ce qu'on appelle un **jeu de langage** [18]... Or, en termes d'interactions, il n'est pas évident *de différencier une rupture devant être réparée de la simple attente d'une réponse.* C'est-à-dire une fois admise la possibilité d'une continuité sémantique là il y a une rupture syntaxique, il faut admettre en même temps qu'une réparation trop hâtive pourrait casser le sens[19]. La situation

dé-dialectise nos problèmes.

[18]Bien que ce terme ait fini par désigner tout et n'importe quoi.

[19]Du point de vue de la logique formelle, cela semble aberrant : quand une théorie est bien faite, ces cas ne se présentent jamais... Mais le problème des techniques trop bien huilées, c'est qu'elles se muent en routines, routine intellectuelle, routine technique, routine métaphysique larvée. On oublie les anciens problèmes, on croit en rencontrer de nouveaux et c'est parfois vrai, mais le plus souvent on ne reconnaît même pas nos "anciens ennemis". Eux toutefois, nous reconnaissent toujours ...Ces spéculations peuvent nous plonger dans les pires recoins du langage, mais finalement, tant mieux, si le détour permet de mieux apprécier les éclairages apportés par les auteurs plus sages que votre serviteur. "La lumière d'où qu'elle vienne, c'est quand même la lumière"...

idéale, mais qui n'est qu'un idéal de la théorie et jamais un état des faits positifs[20], serait la suivante : séparation claire et distincte entre **réparation syntaxique** et **remédiation sémantique** si possible, pas de séparation sinon.

Quelle forme dynamique pour le langage, double-flux contre atomisme mécanique ?

Si notre questionnement sur la continuité est avant tout sémantique, il n'est pas ni question, ni possible même d'abandonner l'aspect syntaxique[21].

Comme nous l'avons laissé entendre, réfléchir à partir d'une séparation claire de ces deux pôles reviendrait à poser le problème à l'envers : partir du **déjà constitué** pour expliquer la constitution. On ne peut hélas autopsier que le langage mort et le doux rêve qui consiste à espérer pouvoir créer du langage vivant à partir d'un découpage propre et d'un éclair de génie n'est ni plus ni moins que le rêve prométhéen du Dr Frankenstein. Qu'espèrent-ils donc les utopistes du volapük ou de l'espéranto ? Au moment même où leurs chimères prendraient vie, elles créeraient de nouvelles interactions, de nouvelles poétiques qui finiraient forcément par se révolter contre le rêve unitaire de ces langues artificielles, réintroduiraient du flou et de l'incompréhension là où tout était pensé pour faciliter les échanges. Les logiciens font preuve de bien plus de probité quand ils élaborent leurs langages artificiels : ils savent et assument que ce sont là des langages spécialisés, qui peuvent être enrichis par des extensions **conservatives** mais dont les dynamiques

[20] Idéalement, il faudrait reprendre à zéro cette distinction, la critiquer, éprouver ces fondements et ce n'est qu'après qu'on pourrait prétendre à un vrai travail technique, de fonds. Mais un tel projet ressemble plus à un champs de recherche entier qu'à une note de fin de page. Il faut en retenir que mon travail peut participer indirectement à ce débat, mais ne saurait remplacer la bonne vieille charge frontale.

[21] Pour autant que la distinction fasse sens, nous n'y reviendrons pas puisque d'une manière ou d'une autre, on y revient tout le temps sans se forcer ...

ne s'autonomisent jusqu'ici jamais[22], en tout cas jamais au point de dépasser par elles-mêmes leur domaine de spécialisation[23].

Or, dès qu'on assume l'aspect dynamique, on ne peut pas ignorer cette vivacité du langage, et par là, une certaine difficulté à préciser exactement ce qu'on appelle un langage.

En effet, refuser le "tout langagier" conduit à devoir fixer les bornes du langage, les bornes **formelles** de celui-ci.

Prenons un exemple simple pour bien se faire comprendre. Imaginons qu'on veuille donner la logique du fameux langage des fleurs. On commencerait par donner une syntaxe, constituée par un certain nombre de fleurs, plus des qualités (couleurs, avec ou sans épines, en bouton ou pleinement éclose et caetera ...). Puis on pourrait donner une sémantique pour interpréter, par exemple $s(rose) = amour$, et $s(blanc(x)) = chaste(x) \wedge pur(x)$. On pourrait donc donner l'impression

[22]Il y a quelques années, nous n'aurions jamais émis aucune réserve sur ce point. Aujourd'hui toutefois, le progrès des IA apprenantes est tel qu'elles arrivent presque à passer le test de Turing. Mais si elles y arrivent; c'est grâce et avec la complicité de leur interlocuteur. Le sens se construit dans les intéractions et une machine qui passe le test de Turing n'arrive à passer pour humain que **face** à un être humain, très piètre interlocuteur au final (mon chien est sans doute plus doué pour reconnaître les êtres humains que les êtres humains le sont; il a l'avantage du point de vue externe). C'est sur ce point qu'une philosophie de l'autonomie (à la Kant) se heurte à une philosophie de l'organicité (cette bouffée d'oxygène qui a chaque mot prononcé pour défendre le kantisme, l'humilie en retour...)... Les IA apprenantes ne se pensent pas autonomes, elles ont au contraire une attention toute particulière à leur hétéronomie, **bien supérieure** à celle d'un être humain non sensibilisé à ces problématiques. D'où l'illusion produite par le test de Turing, mais nous n'avons pas mieux à proposer ...

[23]Une fois encore, nous suivons notre thèse du sens créé dans les interactions. Une machine produit des interactions, elle participe donc à la création du sens. Conséquence directe. La machine est co-productrice de la poésie de la modernité. Conséquence directe. Par contre, la machine n'est pas libre de créer. On peut l'utiliser pour créer mais elle ne nous utilise pas pour faire sa propre poésie. C'est assez alambiqué, j'en conviens, mais je ne fais que suivre les conséquences d'une thèse bien connue de la philosophie analytique. Cette dernière nous conduit à réintroduire la catégorie de la **spontanéité** chez les artistes, catégorie très périlleuse, très romantique aussi ... "Le romantisme de l'analycité".

de déduire de ce langage des fleurs que des roses blanches signifient un amour chaste et pur. On pourrait même évaluer l'expressivité d'un tel langage, en prouvant très scientifiquement que le langage des fleurs est moins expressif que le langage naturel[24] mais plus expressif que le langage des flageolets.

Mais cela se repose sur un langage qui se construit facilement à partir d'une syntaxe et d'une sémantique qui interpréte la syntaxe. Nous refusons que la simple possibilité d'une interprétation fasse un langage[25] : **tout peut s'interpréter mais tout n'est pas langage**. Il y a une dynamique propre au langage qui est absente dans le pseudo-langage des fleurs ou celui des flageolets et nous pensons que cette dynamique est plus importante que les histoires de double articulation entre des sons et des sens...

Si notre réflexion se veut avant tout sémantique, elle ne s'articule pas sur n'importe quelle syntaxe : il nous faut proposer un cadre, même flou, des formalismes qu'on appelle langage et de ceux auxquels on refuse ce nom. Il faut en donner "une borne supérieure" et une "borne inférieure" :

1. D'une part, refusons toute conception trop large du langage, où celui-ci se dissout dans une simple mécanique d'échanges régulés - un simple flux sonore pouvant emprunter diverses formes, mais finalement traitables extérieurement comme n'importe quel flux, en identifiant, isolant et cataloguant ses régularités comme autant de **morphèmes** voire de **fluxèmes**[26]. On peut trouver des séquences organisées et/ou rhythmiques dans n'importe quel flux, mais tout flux comportant des régularités n'est pas langage. Par exemple, les flux bour-

[24] Dont il tire sa signification.

[25] Ou fasse un métalangage... On ne peut pas déduire du fait qu'"on puisse interpréter tout langage dans le langage naturel", que "le langage naturel est un métalangage universel", comme nous l'avons déjà entendu faire.

[26] *Exemple:* Le Dirac des physiciens.

siers ne sont pas un langage mais ne sont pas dépourvus non plus de sens[27]. Le langage semble en effet disposer de deux propriétés difficilement conciliables et pourtant conciliées. Il se présente comme une **structure ouverte**, c'est-à-dire qu'il est capable de prendre en charge de la nouveauté, le langage inclut la capacité d'écouter ce que l'autre veut dire. Mais en même temps, il semble n'avoir aucune extériorité : on ne peut pas parler du langage à partir d'un en-dehors (sauf en assumant un poids ontologique très fort même pour les défenseurs du métalangage, prix qu'on se refuse évidemment à payer).

2. D'autre part, celui d'une vision trop étriquée du langage, où celui-ci devient administration du bruit, tellement régulée qu'il devient impratiquable, imprononçable, tellement cadenassée sur elle-même que chaque rupture serait sans remédiation possible, où chacun parlerait une langue morte pour chacun des autres. Au contraire, nous rechercherons les continuités, toutes les continuités, c'est-à-dire que ce ne sera pas tant le langage comme support du transfort d'informations qui nous intéressera, mais le langage comme support de possibilités de réponses[28].

Ces consignes doivent paraître bien abstraites. Nous allons reprendre ces exemples en essayant de situer, pour ainsi dire, **le problème du problème**, d'abord sur le plan philosophique, puis ensuite dans sa contrepartie technique, i.e. la prise en charge (aussi rudimentaire soit-elle) par le formalisme de ces noeuds conceptuels.

[27] Alors ça voudrait dire qu'il y aurait du sens non-langagier ? Distinction importante entre **sens** et **vérité**.

[28] Que l'information ne prime jamais sur le sens. Voire même, que l'information soit ce qui est le plus contraire au sens. Se référer à l'annexe du chapitre 4 : "Le monisme logique est invivable".

2.1.3 **Objection :** temps historique et temps de la preuve

Il y a une objection plus générale et que nous n'avons pas abordée dans l'introduction par manque de place et parce qu'elle est en quelque sorte un prolongement de la première objection. Nous avions formulé l'hypothèse d'un rapport entre la pensée sur le temps et la pensée sur le langage : grossièrement le métalangage apparaitrait dans une sorte de coup de poker (ou de pliage magique ou d'origami théorique), où toute la charge de la récursivité du temps était renvoyée sur un "langage nouveau", artificiel et pleinement contrôlé : le *méta*.

Notre stratégie argumentative dans ce chapitre consiste à suivre une propriété "partagée" par le langage et le temps, la continuité, et à montrer qu'à ce niveau-là, plus on essaie de formaliser et de faire de la logique "propre"[29], plus il y a de problèmes.

On peut toutefois arrêter tout ce raisonnement si l'on avançait la thèse d'inspiration néo-platonicienne mal dégrossie d'une intemporalité des mathématiques : "les mathématiques ont lieu dans l'intemporel, tandis que l'histoire a lieu dans le temps[30]".

En effet, la thèse vichienne revisitée ne peut être étendue sur la réflexion formelle des mathématiques ou de la logique qu'en admettant que ces dernières constituent un langage, que le formalisme mathématique n'est pas qu'un accident causé par notre intellect débile, qui aurait été incapable de trouver mieux pour

[29]Nous ferons de la logique propre au chapitre suivante et nous verrons ce qu'elle coûte réellement, cette propreté.

[30]Ceci n'est pas une citation du Captaine Obvious. Pour faire entrer l'histoire dans le temps, faire que notre existence "ici-bas" ne soit pas un épiphénomène accidentel de l'histoire divine et intemporelle, il a fallu un combat considérable et qui n'a rien à voir avec le débat sur l'athéisme, un combat dont les acteurs peuvent aussi bien des laïcs, que des religieux, des mystiques ou des scientifiques. On peut se référer à Mircea Eliade [14] ou Karl Löwith[24].

exprimer ces réalités éternelles indicibles[31].

Si on admet ce platonisme grossier, que faire du calcul et des "machines à calculer", les ordinateurs ? Il semble bien que le calcul convertit l'"intemporalité des mathématiques" en temps de calcul. En suivant la ligne d'argumentation précédente, on pourrait se débarasser du problème en dénigrant le calcul comme un raffinement de ce moyen débile qu'est l'écriture des mathématiques et par là, faire de cette temporalité calculatoire le sous-produit d'un défaut.

Cette objection, bien que n'étant pas très fine et empruntant sa forme à un platonisme "des plus grossiers", est plus difficile à démonter de l'intérieur qu'il pourrait sembler. La meilleure réponse consiste alors à renverser la charge de la preuve et à demander de rencontrer l'Intellect qui conçoit ces mathématiques intemporelles.

Malheur à qui demande à rencontrer cette extension rebelle du Dieu Mécanique, le Grand Calculateur. Je le dis "rebelle", car si le premier, le Dieu Mécanique, prend la relève du moteur premier d'Aristote, "qui meut sans être mu", il me paraît plus difficile de dire de celui-là "qu'il calcule sans être calculé". Enfin, nous préférons penser que les mathématiques ont lieu dans le temps, à défaut de preuve solide invalisant cette thèse et prenant en compte entièrement la situation contemporaine des sciences et des techniques.

Un Dieu Horloger "à la" Leibniz, quant à Lui, mériterait bien une mise à jour en 2.0 avant de pouvoir participer à nouveau aux débats.

[31]Les scientifiques ne sont pas des rationalistes par défaut, ils le sont pour des raisons variées, personnelles, mais toujours selon le régime de la nécessité. Tous les scientifiques ne le sont pas devenus par dépit.

2.1.4 Récapitulatifs

Enoncés négatifs

1. **Tout n'est pas langage.**
2. **Une rémédiation n'implique pas nécessairement un langage.**
3. **Pas de primat de la syntaxe sur la sémantique.**
4. **Les mathématiques n'existent pas sous le régime de l'intemporel.**
5. **La possibilité d'interpréter ne suffit pas à faire un langage.**
6. **Le sens n'est pas à l'extérieur du langage.**
7. **Le sens n'est pas l'information.**

A titre d'informations, nous empruntons cette manière de présenter des énoncés négatifs à la préface de "Procés et Réalité" de Whitehead[45], un grand livre sur la pensée de la dynamique et de l'organicité. Les réserves que le penseur de Cambridge émet sur les "habitudes de pensée" de son époque, rejoignent parfois celles qui sont formulées ci-dessus.

Enoncés positifs

1. **Le sens est produit dans les interactions.**[32]
2. **La démarcation sémantique/syntaxe est toujours à réévaluer.**

[32] Ce que nous résumons parfois par un "au niveau des stratégies", qui peut être trompeur, car nous verrons au chapitre 4 que le "niveau des stratégies" n'est pas aussi clairement localisé qu'on aimerait le croire. L'orthodoxie dialogique dirait "sens au niveau des particules", nous aimerions y ajouter "niveau des particules telles qu'elles sont prises dans la dynamique vivante du jeu et pas exposées comme des papillons cloués dans une table". Le chapitre 4 plaide en faveur d'une telle interprétation de la stratégie. Ces deux interprétations convergent sur certains points, malgré les apparences contraires...

3. **Tout langage inclut une certaine forme d'ouverture**. Vers autrui, vers d'autres langages ? Le langage a des interfaces.

2.1.5 Analyses & Problématique

Le cadre philosophique ayant été précisé, nous pouvons entrer dans une première analyse simple de la situation proposée. On procédera pour chaque point de la même manière : mise en évidence des concepts philosophiques posant problème, exposition de quelques réponses techniques existantes et éventuellement critique de ces réponses.

1. **Le premier paragraphe pose le problème de la localisation de la mémoire et de l'usage qu'on fait de cette mémoire.**

   Il est classique de penser que la mémoire contient une dimension interne, qui n'est pas une pure répétition des faits qui se sont produits en externe. Il est classique aussi de dire que deux personnes prenant part à la même interaction (dialogue ou pas) ne mémoriseront pas nécessairement les mêmes données. Il est moins classique mais toutefois pas exceptionnel de se pencher sur la constitution interpersonnelle de la mémoire : considérons les travaux sur la mémoire collective de Maurice Halbwachs ou toute la théorie de l'annonce publique en logique qui peut être interprétée comme une théorie de la création d'une mémoire partagée[33].

   Mais la question de la mémoire posée conjointement avec celle de la continuité d'un dialogue me parait plus rare. En quelque sorte, on pose la question du **minimum de mémoire** nécessaire pour prétendre continuer une interaction, avec en arrière-plan cette exigence que cette suite fasse sens. C'est que de même que le langage a tendance à se diviser en de multiples entités

[33]Mais déjà on introduit un biais : "common knowledge as common memory".

sous le scalpel du logicien, sa continuité se multiplie de même et la mémoire ne peut que suivre cette division. La mémoire syntaxique fonctionne-t-elle comme la mémoire sémantique ou encore comme la mémoire pragmatique ou encore comme une mémoire des stratégies ?

Il est clair qu'il faut commencer par bien la situer.

Une solution étriquée serait de proposer une mémoire totale, où chaque interlocuteur se souviendrait de chaque énoncé[34] et où un dialogue ne pourrait être "repris" qu'à condition qu'il y ait transfert de l'intégralité de cette mémoire totale. A l'autre extrême se trouve la solution dissolvante : supposer une mémoire limitée au coup précédent uniquement, où la notion même de continuité n'aurait aucun sens : tout se jouerait au coup à coup.

2. **Le second cas, le professeur de mathématiques, pose le problème de la localisation du sens et de la localisation de sa constitution.**

   Ou pour le dire autrement, est-ce que la stratégie argumentative utilisée pour faire comprendre un message est identique à la mémorisation de ce message. Le sens reste-t-il localisé là où il est produit ? Si l'argumentation du professeur de mathématiques ne peut pas être continuée, est-ce que cela signifie que rien n'est passé, que tout le sens est perdu[35] ?

   Si on répond par l'affirmative, comme nous assumons que le sens se constitue dans des interactions, alors sa mémorisation prend **la forme d'un dialogue interne**[36]. Or, même quand le prof' de maths est face à un auditoire réactif,

[34] Encore que cela encore est insuffisant! **2.2.6** et **2.3.5** soulignent bien cette insuffisance.

[35] On a bien l'impression que cela fait sens, de parler d'un "début de preuve", même quand on n'a pas la preuve complète. Mais si le "début de preuve" est vrai (dans une sémantique donné), ce en quoi il est bien une preuve, il est aussi un "début", c'est à dire un appel à s'intégrer dans une unité argumentative plus grande.

[36] Du dialogue interne au langage privé, il n'y a qu'un pas qu'il ne faut sans doute pas franchir...

il a bien l'impression que celui-ci se souviendra d'une ligne argumentative et non pas d'une interaction[37]. La mémoire lisse l'interaction, mais peut-être est-ce à cette condition uniquement que nous pouvons la suspendre et la poursuivre ultérieurement ?

Nous aimerions alors répondre par "non". Mais nous sommes alors fort embêtés : soit toutes les stratégies pour construire le sens se valent, disparaissent totalement après usage et ne sont que des catalyseurs de sens, soit il y a des stratégies meilleures que d'autres mais sous quel critère non-sémantique les différencier ? Généralement, le plus simple est d'introduire un critère purement syntaxique comme la longueur de la preuve produite. On peut introduire des critères esthétiques comme l'élégance de la preuve. Toutefois, tout cela ne nous dit pas que faire des stratégies sous-optimales ...

Quand on donne à quelqu'un plusieurs preuves d'un même théorème, on a bien l'impression d'enrichir sa compréhension dudit théorème et pourtant, logiquement, ce que nous faisons n'apporte rien et n'est qu'une débauche de moyens et donc va à l'encontre même du principe d'économie, qui régit pourtant la pensée scientiqiue[38]. En effet, en suivant notre analyse : deux stratégies de sens sont soit équivalentes auquel cas on se répète et on ne voit pas comment cela pourrait enrichir le sens, soit l'une des stratégies est meilleure que l'autre, on comprendrait alors comment la meilleure améliorerait la compréhension par rapport à la plus faible, mais on ne saisit plus **comment la stratégie la plus faible pourrait enrichir la meilleure**.

Il y a donc un écart entre le sens et la stratégie qui l'engendre[39]. Mais il y

[37]Ce dialogue est réductible à une interaction avec soi-même, d'où l'idée d'un dialogue interne et par là, d'un langage interne.

[38]Le principe du minima/maxima : un minimum de ressources (axiome/temps, on retrouve là la multiplicité d'aspects évoquée en introduction) pour un maximum de résultats

[39]Les outils proposés en **4.5** aident à cerner cet écart d'un point de vue technique, à condition d'accepter l'analyse dite "tactique".

aurait aussi quelque chose comme une qualité du sens, qui se jouerait quelque part dans le rapport sens/stratégie.

3. **Le troisième cas, le professeur de philosophie, prolonge le précédent en développement le problème de l'optimisation stratégique**, ou bien et c'est la même chose, si le sens est produit au niveau des stratégies, comment peut-on changer de stratégies au cours d'un même dialogue[40] sans changer le sens de son propos mais sans non plus s'en référer à une "méta-stratégie".

   La différence donc entre l'argumentation philosophique et l'argumentation mathématique que souligne le professeur de mathématiques réside dans le fait qu'établir la "valeur de vérité"[41] ne suffit pas à établir le sens dans les cas moins formels. Aussi, dans le cadre des mathématiques, ma stratégie d'argumentation suit les lois de l'établissement de la "valeur de vérité" et peut assez rarement en dévier. Dans ce cas là, ma stratégie de sens est une stratégie de vérification ou de vérifaction[42]. En philosophie, ma stratégie de sens peut être bien différente : mon but n'est pas forcément de délivrer un message (stratégie de communication), d'en obtenir un (stratégie de renseignements) ou d'empêcher d'en obtenir (contre-renseignements), et bien que toutes ces formes de stratégie peuvent se rencontrer, aucune n'épuise réellement l'ensemble des stratégies disponibles. C'est d'ailleurs pour cela que nous insistons sur le pluriel dans "les stratégies de sens".

[40] L'optimisation stratégique "en temps réel" donc, pas celle qui optimise les probabilités avant une décision, en fonction des informations connues et des estimations sur les inconnues...

[41] Nous mettons des guillemets parce qu'il est clair que personne ne réfléchit pas en termes de booléen, ni le lycéen, ni le prof de maths, ni le logicien.

[42] Vérifier ou constuire une vérité, sachant que les deux sont synonymes dans une pensée constructiviste.

Jusqu'ici, il y a eu assez peu de réflexion sur l'usage de la notion de stratégie en philosophie[43]. C'est presque soit un concept importé des écoles militaires ou du monde de l'entreprise, soit un concept *ad hoc*. Clausewitz en a sans doute donné une des définitions les plus synthétiques possibles : *la stratégie est la science de l'avantage*. Toutefois, nous retournerons à cette définition dans le quatrième chapitre qui y est plus directement dédié ...

4. **Le quatrième moment, où nous abordons le Gorgias, pose le problème de la continuité du dialogue et des stratégies par rapport à une rupture ou un changement d'interlocuteurs.** La question change complètement de sens selon que l'on considère le dialogue platonicien comme une oeuvre littéraire ou bien comme un dialogue réel retranscrit.

   Dans le cas de l'oeuvre littéraire, l'analyse peut être relativement simple : l'unité du dialogue pouvant être établie par l'unité de l'oeuvre. Le changement d'interlocuteur n'est alors qu'une mise en scène illustrant la progression dans l'élaboration des thèses, mais ne participe pas réellement à leur élaboration. Il n'y a alors qu'une seule vraie stratégie d'argumentation dans le texte, c'est celle de Platon, une seule vraie interaction : c'est le rapport lecteur/livre[44]. Au mieux peut-on réduire le problème à celui du troisième point, à savoir comment les changements de stratégies que Platon fait adopter aux différents interlocuteurs servent son propos sans qu'on s'oblige à attribuer à Platon le rôle de "métastratège" du dialogue[45] ...

[43] Il y a une épistémologie de la stratégie, qui est une réflexion sur la notion de stratégie en dehors de la philosophie. Mais comme on l'évoque rapidement en **4.4.1**, tout se passe presque comme si le philosophe avait toujours voulu penser la méthode contre la stratégie.

[44] En effet, il n'y a pas de sens créé dans les interactions fictives des personnages fictifs. Le sens n'est pas un artefact à l'intérieur de la fiction.

[45] Titre ridicule, prétentieux, pompeux, que personne n'a jamais avancé. Mais tournons-le en ridicule de manière préventive.

Mais si on essaie désormais de faire abstraction de la mécanique littéraire et de faire comme si la situation décrite était réelle, on est en droit de se demander si la stratégie argumentative de Socrate prenait en compte à l'avance les interventions des spectateurs. En effet, il est usuel d'interpréter le retard de Socrate comme l'expression de son mépris pour les grandes démonstrations oratoires ou bien comme, au choix, une mise en pratique de ce qu'on appellera plus tard, ou bien le retard philosophique ou bien **son intempestivité** (ou encore, son inactualité[46]). On peut aussi se dire que d'entrée de jeu, ce n'est pas tellement Gorgias que Socrate cherche à rencontrer mais bel et bien, les convives, et qu'il sait bien que ces derniers s'attardent toujours après un spectacle. Pour le dire en termes de stratégie, d'entrée de jeu, Socrate incorpore dans sa réflexion stratégique la présence d'un public particulier : les jeunes élèves (Polos) et les clients de Gorgias (Calliclès).

La continuité du dialogue se fait-elle au moment de la reprise des arguments par Polos puis par Calliclès, ou bien est-elle visée dès le début par la stratégie argumentative de Socrate ? En effet, en faveur de cette seconde thèse, on ne peut pas penser que Socrate ignorait que les personnes présentes auraient à coeur de défendre leur maître (voire leur investissement dans Calliclès). Même, il les y encourage, à la fois directement, en louant l'enthousiasme de la jeunesse et sa sincérité[47], mais on peut aussi voir une incitation indirecte dans la ligne argumentative choisie : en produisant "une gêne" chez Gorgias, il ne peut pas ne pas savoir que cette gêne serait palpable pour tous, en particulier pour les jeunes justement "sans gêne" ou pour les clients qui défendent toujours plus "le service acheté" que celui qui le fournit. D'ailleurs, il est notable que jamais l'analyse de Polos ou de Calliclès de l'échec du

[46] Bien que j'aime moins cette trahiuction de *Unzeitgebar*.

[47] Et on se demande à quel point ces compliments sont eux-mêmes sincères. Socrate serait-il fourbe au point de faire un faux éloge de la sincérité ?

précédent interlocuteur n'est remise en question par personne. C'est étrange, parce que quand Polos dit que Gorgias éprouve une gêne à admettre certains points, ou bien que Calliclès dit de même de Polos, chacun vise à amoindrir la victoire de Socrate sur le précédent. D'une certaine manière, Polos se grandit par rapport à Gorgias, et Calliclès par rapport à Polos.

D'un point de vue stratégique, tomber d'accord sur le fait que sa victoire précédente n'a aucune valeur, c'est retourner à gain zéro. Dans une stratégie de sens, où le but n'est pas d'établir la vérité ou la fausseté mais de produire du sens, ce gain zéro signifie reconnaître que tout le travail conduit jusqu'ici n'avait aucun sens. Et c'est ce veulent faire Polos et Calliclès : retour à zéro complet.

Soit Socrate est bien sûr de lui pour accepter si facilement que son travail argumentatif soit effacé, auquel cas c'est un Socrate très sûr de ses compétences de dialecticien et bien différent du Socrate "qui doute de tout" qu'on entrevoit ici. C'est alors une continuité thématique qui fait l'unité du dialogue.

Soit Socrate avait prévu cette intervention du public, intervention qui l'arrange finalement bien, cette jeunesse et cette clientèle ayant finalement beaucoup moins de répondant et de prudence que Gorgias. Si on accepte cela, en incitant le public à parler, en le provoquant presque, Socrate se fabrique réellement un boulevard argumentatif : Calliclès a beau analyser la gêne de Gorgias, fait-il seulement mieux ? Il est "sans-gêne" mais force est de constater qu'il n'a rien à dire: il finit par ne pouvoir plus répondre que par monosyllabe ou presque[48]. La continuité du dialogue n'est alors pas uniquement assurée par les thématiques abordées ou l'unité de la narration, mais

[48]Quel contraste par rapport à l'impression de force qu'il veut donner !

par l'unité dans la stratégie de Socrate[49].

Ce quatrième point illustre bien ce que nous voulons dire par continuité stratégique.

5. **Le cinquième moment pose le problème de la réalité de l'interlocuteur.** Nous retrouvons le problème de la localisation du concret déjà abordé avec le langage. Est-ce que c'est le langage qui interpréte le concret comme tel ou bien parlons-nous en réaction au concret, "par la force des choses" ? Le problème d'une interaction qui survit à tous ses interlocuteurs, c'est qu'il force à définir des rôles abstraits. Or, un rôle abstrait, c'est quelque chose de très particulier parce qu'on frôle la circularité : l'intéraction donne sens au dialogue, qui définit les rôles des agents, qui intéragissent selon ces rôles, pour donner un sens au dialogue, qui définit les rôles ... Quand on a un vrai point de départ et la possibilité de définir à l'avance qui tiendra quel rôle avant que l'intéraction commence, comme c'est le cas dans les sémantiques des jeux usuelles, nous ne rencontrons pas ce problème.

   Mais si on essaie d'inscrire ces sémantiques dans les jeux de langage usuels, dans toutes ces interactions jamais réellement rompues, mais dont les continuités posent problème, n'y-a-il pas cette étrangeté : que tous ces rôles ne se retrouvent jamais concrètement incarnés[50] ? En quelque sorte, tous les comportements, toutes les stratégies, seraient déjà en germe dans tous les rôles possibles, si bien qu'au final, la subjectivité, la créativité des individus à concevoir dans le dialogue, tout cela ne serait que des illusions.

   Le langage ne produirait que des dialogues en fait fermés sur eux-mêmes, où

[49] Auquel cas, c'est une stratégie de rencontre avec la jeunesse et la clientèle plus que de lutte contre la rhétorique de Gorgias. C'est donc une stratégie indirecte, diagonale. Mais je crois que le Socrate de Platon pratiquait beaucoup l'argumentation diagonale.

[50] J'hésite entre la tirade de Macbeth et le monologue final de Puck. En tout cas, quelque chose d'un baroque shakespearien où **les rôles se font en se défaisant**.

“**ça** parle”, “**ça** interagit” en totale indépendance ? Avec pour horizon ce problème : la création du Sens dans les interactions deviendrait une entité métastasée voire “exstasée”, un absolu qui s’entretiendrait en jouant avec lui-même de lui-même, et qui n’aurait plus de dialogue que le nom.

Pour ne pas aller dans ces extrêmes, il faut bien marquer la différence entre le rôle et les stratégies. Techniquement parlant, la différence est faite; on pourrait presque parler d’un faux problème ici. Toutefois, cette différence est trop souvent oubliée ou négligée à cause du peu d’intérêt qu’elle représente dans les programmes de recherche. Dans l’état actuel des recherches, on s’intéresse le plus souvent aux seules stratégies de victoire, si bien qu’un rôle finit par se limiter à jouer le coup optimal, en espérant que la suite des coups optimaux conduiront à une victoire. Pour le dire autrement, les stratégies sous-optimales de chaque rôle n’intéressent personne et “jouer son rôle” consiste à se calquer sur la meilleure mécanique pour ce rôle. Mais dès que nous nous retrouvons à considérer des cas où les projets poursuivis par les agents assumant des rôles dans le dialogue ne se limitent plus à établir la “valeur de vérité” d’un énoncé, la notion de stratégie optimale devient caduque et la multiplicité des stratégies doit être reconsidérée... Le projet de l’agent peut être différent de ce que son rôle lui assigne : nous l’avons par exemple suggérer dans notre proposition d’analyse du Gorgias, où nous suggérons que pour poursuivre son projet, Socrate provoque plus ou moins le changement d’interlocuteur. Nous pouvons toutefois proposer des exemples moins soumis à discussion : quand un joueur expérimenté décide d’initier un néophyte à un jeu compétitif, le premier peut décider de jouer un opposant “plus faible” que ce qu’il n’est réellement afin de mettre en évidence des mécaniques de jeu précises. Dans ce cas, le projet “faire découvrir un aspect du jeu” diffère de ce que lui assignait son rôle : “gagner la partie”. Il existe

aussi des jeux à objectifs cachés ou objectifs changeants dans lesquels un joueur peut projeter de ne pas jouer pleinement son rôle afin d'anticiper un changement de rôle ou bien pour cacher une information[51].

Il faut garder en tête l'existence d'au-moins trois aspects : **l'agent** qui cherche à accomplir un projet dans l'interaction, le **rôle** qu'il joue dans l'interaction[52], **la stratégie** que l'agent choisit pour poursuivre son but à travers ce rôle.

6. **Le sixième moment pose le problème du rapport concret entre l'existence des stratégies et la capacité à les concevoir effectivement avant qu'elles ne soient déployées.** C'est aussi un problème connu en logique formelle : l'existence des stratégies ne dépend pas des capacités cognitives des agents mais uniquement des conditions du jeu. Ou pour le dire autrement, quand on pose la question des stratégies, on se moque éperdumment du fait qu'un joueur joue mal ou même que les joueurs ne jouent pas du tout.

   Dans un premier temps, cette démarche participe à la confusion déjà citée dans le point précédent, à savoir identifier le rôle et l'agent. Mais nous l'avons dit, cette confusion peut être assez facilement surmontée en prenant

[51] Je pense ici à deux jeux : *Archipelago* de Philippe Keyaerts et *Les Demeures de l'Epouvante* de Corey Konieczka. Dans le premier, les joueurs coexistent dans un archipel qu'ils doivent développer économiquement. Il existe un objectif partagé mais chaque joueur reçoit en plus un objectif secret. Le score final est déterminé par l'objectif partagé mais aussi et la subtilité est là, **par tous les objectifs secrets**. Chacun doit donc faire un pari sur les objectifs secrets des autres joueurs. Un joueur peut donc décider de renoncer à son rôle secret pour vivre uniquement en "prédation" sur les objectifs secrets des autres. Dans le second, un joueur tire les fils d'une intrigue "surnaturelle" sur laquelle les autres joueurs doivent mener une investigation. Seul ce premier connait au début de la partie les tenants et les aboutissants du scénario et dès lors, il doit manoeuvrer les joueurs selon cette connaissance supplémentaire. L'investigateur quant à lui, doit composer avec son objectif de base : "enquêter", qui lui est donné par son rôle, et le fait qu'il sait qu'à un moment donné, son rôle va être modifié (par exemple, il aura peut-être à fuir le lieu qu'il explore ou à supprimer un autre joueur qui se révèle être un traître...).

[52] Et la notion de rôle doit être pensée conjointement avec la notion du tactique abordée au chapitre 4.

les précautions nécessaires, c'est-à-dire en menant une réflexion épistémique préalable. Là où c'est plus problématique, philosophiquement parlant, c'est que sans cela, nous réduisons les intéractions effectives à n'être que des simples témoins dans le temps d'intéractions potentielles. L'important pour le sens, ce ne serait pas ce qui se passe réellement, mais ce qui pourrait se passer. Quand l'ami affirme qu'il peut gagner en 13 coups, son affirmation repose soit sur un pari, soit sur un défi, soit sur un calcul qui ne peut-être pas rendu effectif : il ne peut pas me prouver **maintenant** qu'il a une stratégie de victoire : il n'en a pas le temps au moment même où il doit dormir. C'est le fameux problème de la prévision à court termes ou **faite dans l'urgence** : un programme peut parfois prévoir ce qui va se passer, mais il existe tellement de données à compiler que le programme ne donne sa réponse qu'une fois l'événement passé[53].

L'urgence sémantique est un concept lié au fait que les interactions qui produisent réellement le sens ont lieu au présent, ce ne sont pas des interactions virtuelles. De même, le plus souvent, dans l'urgence du présent, nous devons considérer des stratégies réelles et non pas les stratégies formelles. C'est en quelque sorte le revers du problème de la connaissance imparfaite dans la vie de tous les jours : si on avait plus de temps, on pourrait demander les informations manquantes, "Il faudrait préciser, mais le temps manque et on n'est pas sûr d'avoir été compris. Avant d'avoir su faire, ou dire, ce qu'il fallait, on s'est déjà éloigné. On a traversé la rue. On est allé outremer. On ne peut pas se reprendre [...][54]"

[53] C'est par exemple cette urgence qui justifie la nécessité d'une immense puissance de calcul pour les prévisions météorologiques! Trois jours de calcul pour calculer la météo à J+1, c'est stupide !

[54] Après tous ces temps morts et les moments perdus, restent ces paysages de cartes postales traversés sans fin; cette distance organisée entre chacun et tous. L'enfance ? Mais c'est ici, nous n'en sommes jamais sortis." Guy-Ernest Debord, *Critique de la Séparation.*

Sans prétendre répondre exhaustivement à tous les problèmes soulevés dans ces analyses, notre étude suivira les fils ainsi tendus. La suite de ce chapitre reprendra les problématiques soulevées à l'occasion de la situation proposée, mais de manière séparée, pris en dehors des horizons philosophiques dans lesquels nous les avons posées d'abord. Si d'une part cela permet d'approfondir les analyses, cela peut aussi troubler la lecture d'ensemble car ces problèmes portent des noms différents. De même qu'on voit apparaître en mettant une culture sous le microscope, de "nouveaux continents", de nouveaux assemblages qui n'auraient pas eu de noms si l'on était resté à l'échelle macroscopique, de même en philosophie, un changement d'échelle ou d'angle crée de nouveaux paysages dans un espace problématique pourtant bien connu.

2.2 Le problème des justifications multiples

2.2.1 But de cette partie

Quand une personne tient un propos, on peut lui demander ce qui le justifie : on lui demande donc de mettre en évidence quelque chose qui justifie ses propos. Dans un jeu de questions/réponses, le répondant doit pouvoir dire à quelle question il répond. Tout devient plus compliqué quand ce qui justifie n'est plus une entité unique : une phrase ou un événement précis du passé, mais une entité plus diffuse comme par exemple, "l'usage" ou les "traditions". Nous nous proposons ici de fournir quelques éléments techniques qui permette de penser les suites justifiées et ce que de telles suites peuvent nous apprendre sur les problèmes de "localisation de la mémoire".

Ce chapitre commence à exposer des définitions formelles, bien que cet exposé essaie de rester le plus possible au niveau des idées derrière le formalisme (vers la fin, il se peut qu'on commence à avoir une ou deux notions un peu difficiles formellement, mais qui ne sont pas indispensables). Il a été pensé pour être lisible sans notion de logique, bien que des exemples ont été dirigés particulièrement vers la dialogique. Ces explications "transitions vers le chapitre 3" seront exposées en italique.

2.2.2 Justifications ?

Dans cette partie, nous élaborerons progressivement quelques définitions de la sémantique des jeux usuelles, jusqu'à formuler le concept assez barbare d'"arène". Toutefois, en même temps que nous donnerons les définitions générales[55], nous prendrons toujours parmi nos exemples ce qui nous rapporte à dialogique et aux problèmes philosophiques évoqués.

Les arènes ne sont pas les objets les plus primitifs avec lesquels nous travaillerons. Ce qui nous intéresse d'abord philosophiquement, ce sont les **suites justifiées**, objet on ne peut plus abstrait que nous allons préciser, à partir de leur forme la plus abstraite. Pour le dire simplement, une suite justifiée, c'est une forme de suite déterminée qui s'oppose aux suites aléatoires et aux suites purement arbitraires.

Les suites aléatoires sont très difficiles à générer humainement. Contrairement à une idée reçue, pour générer une bonne suite numérique aléatoire, donner "au hasard" des chiffres ne suffit vraiment pas. L'être humain a tendance à penser le

[55]Pour certaines, très générales, afin de faciliter l'implémentation d'autres idées par la suite...

hasard comme irrationnel et donc à se forcer à penser irrationnellement dès qu'on lui demande de produire du hasard. Pour une suite de 4 chiffres, par exemple, il aura tendance à privilégier une combinaison qui lui semble "faire moins sens" qu'une autre dont le sens lui semble "meilleur" : il privilégiera par exemple 9137 à 1234 ou à 1111. Or, un tel privilège, quoique difficilement quantifiable, fragilise la qualité du hasard générée par cette méthode[56]. Dans notre réflexion qui porte sur les dialogues, sur comment continuer un dialogue interrompu, sur comment le sens est généré (et par extension, sur le rapport entre le discours et l'histoire) de telles suites ne nous intéressent pour ainsi dire presque pas. Bien sûr, on peut imaginer une stratégie qui se construit en utilisant des suites aléatoires, justement pour empêcher qu'on puisse en percer le sens. Mais ces stratégies-là relèvent encore de la cryptographie, ne font pas encore l'objet d'études en terme de "game semantics"[57], et nous éloigneraient trop de nos problématiques. On ne dialogue pas aléatoirement. Et à l'autre bout de notre réflexion, à part Macbeth, qui a pour excuse le suicide de sa femme, on refuse généralement que l'Histoire soit "racontée par un idiot, pleine de fruit et de fureur, et qui ne signifie rien"[58].

Les suites purement arbitraires, c'est-à-dire les actes qui correspondent à un choix libre et non pas à un choix sous contrainte (comme une contrainte de règles), correspondent mieux à la liberté humaine : on pourrait y ranger les suites générées

[56] Que le hasard puisse avoir différents niveaux de qualité, voilà une idée qui n'est pas courante et généralement assez ignorée en philosophie. On s'accorde généralement sur une capacité créative du hasard, ou du moins, sur sa capacité à générer des situations auxquelles on n'aurait pas pensé sans son intervention. Mais toujours, on range le hasard du côté de la spontanéité et de l'irrationnel. Or, les spécialistes de cryptographie ne me contrediront pas, générer un bon hasard, un hasard solide et robuste, pas facile à cracker par une machine puissante, demande un travail rationnel conséquent. Cet aspect est très souvent ignoré par les philosophes. La mise à jour 2.0 du Dieu Leibnizien passera sans doute par une réévaluation du hasard comme hasard généré et non pas hasard irrationnel et spontané.

[57] ... bien qu'elles entrent dans le cadre plus large des contre-stratégies du sens.

[58] Cela signifie pas non plus qu'elle ait un "sens téléologique". On peut tout simplement vouloir que ce soit une "bonne" histoire.

par un humain, les sauts du "coq à l'âne"[59] mais aussi et globalement, tous les actes qui témoignent un refus de relier le terme suivant d'une suite au précédent. Dans un dialogue par exemple, on peut poursuivre un dialogue sans se référer aux phrases précédentes, en ignorant tout simplement les remarques de l'interlocuteur ("je monologue"). On comprend que si de telles suites existent bien dans la langue naturelle, il peut être difficile de les modéliser, ne serait-ce que parce qu'en définissant le purement arbitraire comme choix non constraint par une règle, on se met hors du cadre de la modélisation, par définition toujours réglée.

La suite justifiée, donc, c'est une suite générée arbitrairement mais dans un cadre réglé. Elle n'est donc pas forcément déterministe mais toujours déterminée... Nous allons construire et affiner petit à petit cette notion de justification, jusqu'à définir une l'**arène**, qui est le cadre théorique "naturel" où de telles suites évoluent.

2.2.3 Justification à sens minimum

Une **suite justifiée "à sens minimum"** est une suite d'objets { a_1, a_2, a_3, ..., a_n }, avec un objet initial et munie d'une relation entre les objets dîte **relation de justification** (minimale) : $\vDash$, tel que quelque soit b un objet non-initial, il existe un objet a (initial ou non-initial) tel que $a \vDash b$.
On dit alors que "a justifie de manière minimale b".

Cette définition est dite "à sens minimum", parce qu'elle ne dit absolument rien sur le processus de justification : le dernier objet de la suite peut être justifié par l'objet initial, aussi bien que ce dernier objet peut justifier le premier (rien ne l'empêche), des objets peuvent se justifier eux-mêmes (...).

Toutefois, elle permet de voir par exemple que les relations d'ordre sont des relations de justification minimale. Prenons l'exemple de l'ordre alphabétique, et

[59]Etymologiquement, ce n'est pas l'âne mais l'*asne*, c'est-à-dire l'oie. Belle harmonie entre la forme et le sens. Passer de l'asne à l'âne, n'est-ce pas une merveilleuse coq-à-l'ânerie ?

n'importe quelle suite de mots ordonnée alphabétiquement : < abbaye, artichaut, chien, xylophone >. A considérer cette liste, et nos définitions, on pourrait dire que "L'artichaut justifie le xylophone"; ce qui n'a un sens extrêment faible (et nous conduirait à dire que certes, "l'artichaut justifie le xylophone", mais "l'artichaut justifie le xylophone au même titre que le chien justifie le xyolophone").

Il faut donc réfléchir un peu plus précisément à ce que pourrait être une justification, à un sens plus fort. Pour cela, il faut se souvenir que la suite fournit des éléments dans un "ordre donné", c'est-à-dire qu'on peut dire quel est le premier terme de la suite, quel est le second, le troisième et ainsi de suite... L'idée de rajouter à ces suites une notion de justification, c'est tout simplement dire : okay, **il y a ordre dans la donation des termes, mais cet ordre n'est pas forcément ce qui justifie la donation des termes.** La relation de justification permet de suivre ce qui justifie quoi, indépendamment de l'ordre de déroulement de la suite, l'idéal étant bien sûr de considérer non pas une "suite donnée", mais une construction séquentielle, c'est-à-dire la suite en train de se construire à partir de règles qu'on applique. Or, quand on construit une suite des termes précédents, tous les termes précédents de la suite peuvent être utilisés et pas uniquement le précédent...

Considérons pour exemple la suite de mots suivantes : < mikado, domino, kabuki, nodule, bidule, biberon >. Elle a un premier terme, okay, un second, parfait, un troisième pas de surprise. Mais comment est-elle justifiée ? Sur quelle règle ? Eh bien, elle a été construite en appliquant une variante du *Qamoki*, jeu de combinaison de mots ou d'idées de Laurence Alsac[60].

[60]Edité chez *Envie de jouer* [2012]. Le jeu dispose de nombreuses variantes, qui tournent toutes autour de règles de construction de suites de mots trisyllabiques. Certaines de ces règles de construction sont syntaxiques, d'autres sémantiques, et peuvent se superposer. Là, j'ai sélectionné une variante très syntaxique! Notons que géométriquement parlant, les mots trisyllabiques forment une sorte de sous-ensemble de triominos (pas ceux du jeu *Triominos*), des

Le jeu se joue avec des cartes portant des mots trisyllabiques, avec lesquelles nous devons construire des suites ou des piles[61] en respectant les règles de construction. Abstrayons-nous du support, travaillons uniquement avec l'ensemble des mots trisyllabiques de la langue française et avec une seule règle de construction de suites, à savoir : **il est possible d'ajouter un mot de trois syllabes à la suite si ce mot partage au moins une syllabe non-utilisée avec un mot précédent**. Après qu'un nouveau mot a été ajouté, les syllabes partagées entre ce mot et le mot précédent qui justifient l'ajout sont désormais **utilisées** sur les deux mots.

En notant $\vDash$ le symbole de justification[62], j'ai donc ce schéma de justification :

$$Mikado \vDash Domino$$

$$Mikado \vDash Kabuki$$

$$Domino \vDash Nodule$$

$$Nodule \vDash Bidule$$

$$Bidule \vDash Biberon$$

Je pourrais compléter cette suite avec Butane en arguant $Kabuki \vDash Butane$, mais pas avec Pendule, en effet, la syllabe -dule est déjà utilisée dans le couple $Nodule \vDash Bidule$.

dominos à 3 faces.

[61] Une pile, c'est une suite où le nouveau terme construit recouvre le terme précédent, le rendant invisible. C'est une suite sans mémoire.

[62] On peut se demander pourquoi $\vDash$, qui est un symbole logiquement très connoté. La réponse est "historique" : la théorie de la justification est très logico-centrée dans ses origines. Dans cet exposé, qui contourne pour le moment le problème du formalisme logique, ce symbole n'a aucun rapport avec la déduction. Mais il ne faut pas s'étonner si vous le retrouvez ailleurs avec cette connotation logique.

Ce qui est intéressant à remarquer dans cet exemple, c'est que ma règle de construction peut utiliser n'importe quel objet présent dans la suite et pas uniquement le précédent, et que dès lors , ce qui est donné comme une suite peut cacher une structure différente (par exemple, ici, une structure arborescente[63]). Cette structure ne remplace pas la précédente, puisque l'**ordre de la construction reste séquentiel**[64], mais complète ce suivi de l'ordre de la construction avec l'"ordre de la justification"[65] : le suivi de l'usage des règles de construction.

2.2.4 Suite justifiée abstraite

On réexpose la définition :

> Une **suite justifiée abstraite** est une suite d'objets $\{ a_1, a_2, a_3, ..., a_n \}$, avec un objet initial et munie d'une relation entre les objets dîte **relation de justification** (abstraite) : $\vDash$, tel que quelque soit b un objet non-initial, il existe un objet a (initial ou non-initial) **antérieur dans la suite** tel que $a \vDash b$.
> On dit alors que "a justifie abstraitement b".

Cette nouvelle définition de la relation de justification, la **justification abstraite** a cela de plus que la précédente qu'elle interdit qu'un objet soit justifié par un objet qui n'était pas **encore là** au moment où l'objet justifié a été construit. On interdit donc un objet d'être justifié *a posteriori*, ce qui de fait exclut l'intervention de **cause finale**. On interdit aussi l'autojustification.

Pour le moment, on reste dans la justification abstraite. Nous avons décidé de

[63] Un arbre, c'est en quelque sorte une suite avec des branchements. Quand on ne regarde qu'une branche isolée, on ne voit qu'une suite...

[64] En fait, si la construction se justifie uniquement de l'objet précédent à l'objet suivant, de manière complètement automatique, comme dans le cas d'une suite numérique linéaire : $u_{n+1} = u_n + 2$, la notion de justification est redondante avec la notion d'ordre de la construction.

[65] Qui n'est pas nécessairement un ordre au sens mathématique du terme.

la dire “abstraite” car elle n’est pas reliée avec aucune règle de construction, juste à des considérations générales sur le fonctionnement des règles de construction... Comment pourrait-elle être concrète, cette relation de justification qui dit à partir de quel objet on en a construit un nouveau, si elle ne tient pas compte des règles de construction de cette suite ?

Le caractère “concret” de la justification ne se donne pas par la forme générale de la Loi mais par sa formulation particulière, excusez les sonorités kantiennes de cette distinction. Or, il existe sans doute une infinité de règles de construction différentes et par là, autant de formulations concrètes de la justification.

Toutefois, nous visons **la définition des arènes** et celles-ci ne sont introduites que comme milieu où évoluent de telles justifications concrètes pour une certaine famille de jeux qu’on pourrait appeler “les jeux sémantiques”. Cela permet de préciser quels types de règles étaient intéressantes à capturer dans ce caractère concret et de donner les définitions de la prochaine partie.

2.2.5 Arène et justifications concrètes

Idée générale

Pour donner une vague intuition de ce qu’est une arène, il s’agit de fournir un espace où les règles régissant la partie vont s’appliquer. Et par la suite, ce cadre assure que la partie se déroule bien en fonction de ces règles.

L’arène est donc la donnée de trois objets : un **plateau**, des **règles**[a], et **une relation de justification concrète**.

[a] Là encore, on va exposer les règles en introduisant quelques notions supplémentaires, qui n’ont pour but que de fournir un support physique à d’éventuellement critiques, extensions ou applications ...

On va donc définir ce que sont ces trois éléments qui définissent l'arène $\mathfrak{A}$[66].

Plateau

Le plateau (**board**) est une ontologie supplémentaire, "philosophique" pourrions-nous même dire et en fait, on pourrait très bien se contenter de donner simplement des règles de mouvements et une relation de justification... En effet, dans l'usage que nous faisons ici, les mouvements se justifient entre eux et le plateau, simple support "physique" des mouvements, pourrait bien être supprimé. La notion tire son intérêt à partir du moment où nous commençons à qualifier le plateau et à analyser ses propriétés. Nous ajoutons ce concept supplémentaire uniquement pour faciliter la compréhension du développement, mais on peut bien garder l'idée de mouvements abstraits...

L'ensemble des positions en dialogique des matrices formera le plateau de la dialogique des matrices. D'ailleurs, on pourrait affirmer que le changement entre la dialogique mainstream et la dialogique des matrices est un "changement de plateau", et que c'est une manière de rendre le plateau plus explicite en évitant le recours à l'"histoire de la partie"[67]

Commençons par cette définition très générale mais qui n'est **pas utilisable de manière opératoire** (donc on peut se permettre de la garder dans le vague sans nuire au travail). On pourrait donc très bien la passer pour se concentrer sur ce qui est utilisé. Toutefois, elle m'intéressait parce qu'elle formule assez bien le niveau de généralité duquel on part, les exigences de base, et aussi, qu'elle force

[66] A chaque fois qu'on les indexera $_{\mathfrak{A}}$ dans les définitions, ce sera pour rappeler leur participation dans sa définition de l'arène $\mathfrak{A}$.

[67] Voir **3.3.1**.

à matérialiser notre approche progressivement plutôt que dans la donner "clef en main".

Un **plateau** P est la donnée d'une entité possédant des états distincts (ou moments), appelés **états du plateau**. On peut se permettre de confondre d'ailleurs le plateau avec l'ensemble de ses états[a].

[a]Rigoureusement, ce n'est pas le cas; surtout que le processus de dotation du plateau peut être un processus décrit de manière finie (un algorithme) tandis que l'ensemble des états du plateau peut ne pas l'être, on donne donc l'algorithme qu'on peut écrire, bien que l'ensemble des états s'obtient en laissant courir l'algo à l'infini. Les entiers naturels par exemple s'obtiennent de la sorte. D'ailleurs, en règle générale, on confond la donation et le mode de donation, ce qui peut provoquer quelques perplexités.

Cette définition est très floue, volontairement; on y a même mis l'adjectif "distinct" pour faire cartésien[68]. L'idée est qu'il nous faut partir de quelque chose qui puisse avoir différents états, d'un même qui puisse contenir en son sein de la différence. Presque tout peut faire un plateau, mais tout ne fait un bon plateau : il faut parfois monnayer des définitions souvent plus complexes que celles qui semblent naturelles pour obtenir un bon résultat : ainsi, l'échiquier avec les différentes pièces dessus ne suffit pas à faire "un bon" plateau pour le jeu d'échec[69].

Pour la dialogique ordinaire, le plateau sera la donnée de la syntaxe "étendue" : à savoir, les règles de construction des expressions bien-formées PLUS l'écriture des coups qui ne sont pas des propositions de notre langage. C'est assez important de préciser cela, sinon on risque de s'embrouiller et de rater quelques spécificités. Comparons par exemple avec DEL (dynamic epistemic logic). Dans DEL, les

[68]En fait, la notion de "distinction" est plus précise et on l'oublie souvent. "Est distincte une idée quand l'esprit voit si bien ce qu'elle contient qu'il la distingue nécessairement de toute autre." On ne veut pas qu'il y ait des états indistincts... Un bon plateau ne contient pas de boîtes noires et donc s'il y a de la génération aléatoire sur ce plateau, **les processus aléatoires** sont connus. On sait s'il faut tirer un dé, ou tirer des cartes dans un paquet connu ... Un jeu peut littéralement changer de physionomie quand on change la manière d'y générer du hasard.

[69]Voir **(3.2.3)**

agents vont modifier leurs états de croyance dans le but de délibérer et de décider; dans ce contexte les actions sont toujours ***des modifications de l'état de connaissance des agents*** *(via des annonces publiques et autres), le plateau "serait" donc cette connaissance. En dialogique, les différents joueurs débatent sur le mode agonal d'une hypothèse. Une règle structurelle exige toutefois qu'ils n'aient que deux types de mouvements : attaquer un argument, ou défendre un argument. Or, il n'est pas nécessaire de modifier l'état de connaissance du jeu pour demander des précisions sur un argument, par exemple. Il y a des attaques qui ne sont pas de l'ordre de l'assertion*[70]*, qui sont des mouvements capturés dans la dialogique, et qui transposés brutalement sur le "plateau" de DEL, ne seraient pas des actions. Des formulations peuvent se ressembler, mais porter sur des plateaux tellements différents, métaphysiquement parlant, qu'on ne parle plus de la même chose ...*

Coups possibles

Un coup est tout simplement un changement d'état du plateau. Toutefois, on comprend bien que tous les changements d'état d'un plateau ne peuvent pas être possibles en même temps[71] et donc que tous les coups ne sont pas permis ! On peut distinguer deux types de coups : les **coups possibles** qui seraient tous ceux qu'autorisent le support "physique" (le plateau), et un sous-ensemble des coups possibles[72], les **coups légaux**, qui dépendent des règles du jeu et donc seront ex-

[70] En fait, savoir si un coup est une assertion ne dépend pas du fait qu'il soit une attaque et une défense. D'ailleurs, les joueurs ne demandent jamais à l'adversaire d'asserter quoi que ce soit, mais demandent des défenses. Et c'est en **même temps** qu'il défend, qu'il asserte ...

[71] Nous serions alors dans l'anamorphose totale. Et bien que certains jeux permettent de grande reconfiguration du plateau, je pense par exemple au *Rummikub* où tous les matériaux en jeu peuvent être recombinés, ou encore au *Jarnac!* qui repose sur le principe de l'anagramme mais une anagrammatisation réglée.

[72] Question de bon sens : les règles normalement n'exigent jamais l'impossible donc n'exigent jamais un coup que le plateau ne peut pas faire ! Toutefois, dans le cas d'un "plateau mal conçu", comme l'échiquier aux échecs, il faut parfois avoir recours à des éléments extérieurs comme la

pliqués avec les règles, par la suite.

Parfois, la règle est contenue dans le support physique du plateau, par exemple la règle du *Rubik's Cube* est contenue dans l'articulation de la structure, qui empêche certains mouvements : "ça bloque!". De nombreux jeux de types "solitaires" ou "réussites" sont construits sur cette identité structure physique/règles des coups[73]. La définition générale du coup possible n'est d'ailleurs pas nécessaire pour comprendre la sémantique des jeux, seule la définition des coups légaux est nécessaire. On a besoin de savoir comment on joue, les coups qu'on pourrait faire mais qui sont interdits, n'intéressent normalement pas le joueur honnête ...

Toutefois, il se peut que le joueur ne dispose pas de toutes les informations nécessaires à sa réflexion stratégique sur les règles de coups et les règles structurelles. Il sait tout de même alors quelles sont les limites "physiques" de son plateau. Même si j'ignore quelles cartes l'adversaire a en main, et donc quelle combinaison il peut jouer, je sais juste, par exemple, qu'il ne peut pas avoir 5 as, puisqu'il n'y en a que 4 dans le jeu. Cette information ne provient pas des règles, mais des limitations physiques du jeu[74]. Toutefois, quand j'élabore ma

mémoire des joueurs. Le plateau des échecs est tellement mal conçu qu'on peut admettre deux variantes pour la règle de **la promotion du pion**. Version abstraite : le pion qui atteint la dernière ligne de l'adversaire peut être promu en n'importe quelle pièce. Version physique : le pion qui atteint la dernière ligne de l'adversaire peut être promu en n'importe quelle pièce capturée par l'adversaire (on libère la pièce). La première version autorise cette grande immoralité qui est d'avoir deux reynes pour un Roy. C'est physiquement impossible aux échecs. Mais cette première règle annule tout le choix stratégique de la promotion : en effet, pas besoin de choisir, la Reyne est la pièce la plus puissante et faire un autre choix, bien que théoriquement possible, serait faire de la **sous-promotion**. Le scénario ne se trouve guère que dans les exercices d'échecs.

[73]Le grand expert de ce type de jeu s'appelle Raf Peeters, à qui on doit un nombre incroyable de jeux très ingénieux chez Smart Games, comme *Vikings : au coeur d Maëlstrom* ou *L'aventurier*. Tous ces jeux exploitent des mécaniques similaires à celle du *Tangram*, à savoir l'anagramme géométrique. Dans le même ordre d'idée, on peut penser aux jeux d'adresse qui exploitent généralement la gravité comme règle supplémentaire : par exemple l'ancestral *Labyrinth* ou sa réactualisation dans les différents *Perplexus*.

[74]Il arrive de manière extrêmement rare qu'une règle du jeu puisse être fournie sans le matériel du jeu. Dans ces cas-là, on peut y trouver des règles du type : "Ce jeu doit être joué avec tel ou tel type de jeu de cartes".

réflexion stratégique, je prends en compte à la fois les règles que les limitations physiques du jeu : si j'ai une paire d'as, l'adversaire n'a pas de brelan à l'as. Dans les jeux abstraits et donc principalement ce qui nous concerne quand on pense "structure logique", on peut confondre limitations physiques du plateau et règles structurelles. Ce n'est plus le cas quand on passe à la programmation[75] ou à des réflexions plus avancées sur les stratégies appliquables[76].

Un **coup** est un changement d'un état du plateau à un autre.

Théoriquement, on pourrait donc croire que l'ensemble des coups possibles,**CP** , correspond à l'ensemble des paires ordonnées du plateau. Seulement, encore faut-il que le plateau soit "ordonnable par paire" !

Il y a un second problème, un peu moins évident, c'est le problème de la mémoire du jeu. Est-elle entièrement contenue dans les états du plateau, ou dans la liste des coups ? A vrai dire, "ça dépend" de la nature du plateau et de la nature des coups, certains coups conservant mieux la mémoire que d'autres. On pourrait penser qu'un plateau qui ne contient pas la mémoire de la partie n'est pas un "bon" plateau, mais tous les jeux n'ont pas besoin de conserver toute la mémoire de leurs coups. Il n'y a pas de mémoire dans le *Rubik's Cube* mais cette mémoire n'est pas nécessaire pour jouer[77].

Considérons quelques exemples :

1. Sur le plateau des ensembles avec chaque élément une position, alors un **coup** est une paire ordonnée d'états de P, $< e_1, e_2 >$. L'état e_1 est l'état

[75] Mais même dans les cas cités précédemment, nulle part dans la règle du *Perplexus* ne sont indiquées les conditions de gravité, de pression et de température qui régissent une "vraie partie".

[76] Voir le chapitre **4**, sur la notion de tactique ou de stratégies sous-optimales.

[77] Mais nécessaire pour utiliser un algorithme de résolution du Cube ! Eh oui !!! Il faut donner un peu de soi !

initial du coup, e_2 est le résultat du coup.

2. Sur un plateau "catégorique", chaque objet pourrait être une position et ainsi, un **coup** est tout simplement une flèche d'un état à un autre. Ou bien, si nos états sont des sous-catégories, un foncteur.[78]

3. *Pour la dialogique, un coup, c'est donc la donnée de deux formules : une position du plateau de départ, et une position qui résulte du coup*[79]

   De fait, en dialogique, on ne formule pas tous les coups possibles, mais on donne uniquement les coups légaux, avec un formalisme propre que nous verrons par la suite : celui des règles de particules.

Les règles & Coups Légaux

Maintenant que nous avons la structure "physique", le plateau, il nous faut ajouter les différentes règles, qui fixent les limites et ce qu'il est licite de faire dans ces limites; bref de dire dans quel ordre s'enchaînent les différents états du plateau pour faire sens... Ces règles sont de différents types, mais toutes entrent dans la définition des arènes. Essayons de distinguer trois types de règles :

1. **Règles des joueurs**, parce que qui dit "jeu", dit "joueur", et qu'un coup légal doit bien être légal pour quelqu'un (alors que quand il est possible, il est possible pour tout le monde "de droit")...

[78] Et nous n'avons pas nécessairement une flèche de tous les objets de la catégorie vers tous les autres! Toutefois, et c'est là à mon sens qu'il est mieux de penser un plateau catégorique avec comme état des sous-catégories, c'est qu'on a tous les foncteurs qu'on veut! Après, tout dépend de ce qu'on veut modéliser... bien sûr !

[79] Attention, c'est là qu'il faut avoir fait attention aux précisions données : une position du plateau n'est pas nécessairement, une proposition. Quand on attaque $A \vee B$, le coup que nous faisons, c'est $?_{A\vee B} =<< A \vee B >, ?_\vee >$ où $?_\vee$ n'est pas une proposition. C'est une attaque "non assertorique". Quand on attaque $A \longrightarrow B$, on asserte A, mais le coup, ce n'est pas exactement A, mais : $?_{A \longrightarrow B} =< A \longrightarrow B, A >$ ...

2. **Règles des coups légaux**, c'est-à-dire sélectionner parmi les coups possibles lesquels sont légaux, et quelle est leur valeur[80].

3. **Règles des positions privilégiées** : on y met les états initiaux et les éventuelles positions de victoire ou de défaite (en fait, les positions d'arrêt du jeu).

Ce qui nous donne les trois définitions suivantes :

Les **joueurs** sont un ensemble d'index ordonnés, **J** = <joueur1, joueur2, ...>; **l'ordre des joueurs** est l'ordre de cet ensemble.[a]

[a] On ne dit rien sur comment est formé cet ensemble et cet ordre.

En fait, on ramasse deux règles différentes : l'**ordre du jeu** et le **nombre de joueurs**. En fait, pour un jeu synchrone où tous les joueurs jouent en même temps, c'est beaucoup plus complexe, mais pas impossible, je crois. Si on a une unité du tour (ex: une minuterie), on doit pouvoir penser le tour comme un système des coups.

Mais sans entrer dans ces complications, il suffit de dire que le **premier joueur** est le premier élément de cet ensemble ordonné, et on se contente de ne donner que les numéros des joueurs au lieu de donner leurs noms *(environnement, programme, opposant, proposant, Héloïse, Abélard ...)* dans toutes les situations où il n'y a pas de changement de l'ordre des joueurs[81]. Remarquez que bien que nous ne travaillerons qu'avec deux joueurs, il faut garder à l'esprit qu'on pourrait étendre le nombre des joueurs, ou même donner une fourchette de joueurs, genre de 2 à 4.

[80] C'est-à-dire, fixer ce qui neutralise quoi. On admettra par simplicité qu'on a des questions et des réponses, et que cela forme un ensemble (q,r).

[81] De nombreux jeux, une fois encore, proposent un double système de tour : un "grand tour" (ou tour de jeu) où chaque joueur joue un "petit tour", le tour du joueur (parfois, plusieurs fois). Chaque tour de jeu peut commencer (ou contenir) avec une réévaluation de l'ordre des tours des joueurs. Par exemple, dans *Five Tribes* de Bruno Cathala, chaque "grand tour" commence avec une enchère sur l'ordre de jeu des joueurs, l'ordre des "petits tours".

Toutefois, on y gagne beaucoup de complexité, sans être sûr d'y gagner beaucoup d'expressivité logique ! On ne le fera donc pas ici [82]...

L'ensemble des **coups légaux CL** est un sous-ensemble des coups possibles tel qu'il est aussi le domaine d'une fonction $s_{\mathfrak{A}}$, **sélection des coups légaux de l'arène** $\mathfrak{A}$ de $\mathbf{CL} \xrightarrow{s} \mathbf{J} * (q, r)$.

Là-encore, on ne dit pas comment est fabriqué ce sous-ensemble, mais gageons qu'on ne donne pas toutes les règles légales sous la forme d'une liste extensive et exhaustive! Toutefois, on se retrouve fort embêté sur un point : c'est au niveau de la mémoire du jeu : s'il y a des coups possibles qu'après qu'un autre ait été joué, il semble nécessaire que le jeu conserve quelque part la mémoire que ce coup a été joué[83] et on ne peut pas garantir *in abstracto* que cette mémoire soit contenue dans le coup, dans l'état du plateau ou dans l'histoire du jeu (sur laquelle on n'a encore rien dit[84]) !

En fait, on peut contourner la difficulté de la localisation de la mémoire en remplaçant **l'ensemble des coups légaux** donné une fois pour toute par le processus de sélection de cet ensemble qui peut être et doit être recalculé à chaque coup[85].

Cette manière de faire a un second avantage : limiter le nombre d'informations à donner ! Aux échecs, on remplace le mouvement du pion donné sous la forme

[82] Il y a un résultat toutefois qui me semble intéressant, et que j'essayerai d'établir proprement un jour, c'est la **réduction au solitaire**, comme interprétation des résultats de décidabilité ou quelque chose d'approchant.

[83] Je pense ici au cas de l'utilisation des constantes en dialogique, où le proposant ne peut que reprendre une constante déjà utilisée par l'opposant !

[84] Je ruine un peu le suspense mais plus un plateau est "faible", plus il peut exiger de mémoire et donc une meilleure gestion de l'histoire. Il y a un équilibrage à faire.

[85] C'est ce qui se fait dans de nombreux jeux de société, où l'on précise cette règle étrange, généralement appelée **règle d'or** : si une règle imprimée "dans le jeu" (ex: imprimée sur une carte) contredit la règle du jeu officielle, la règle imprimée "dans le jeu" prime. L'idée sous-jacente, c'est bien l'aspect procédural de la sélection des coups légaux!

extensive de tous ses mouvements possibles, dans toutes ses situations possibles et pour tous les pions (!!) par : il avance d'une case sauf à son premier mouvement où il peut avancer de deux cases, et il mange en avançant en diagonale, quel plaisir ! Au poker, on remplace la donnée de tous les brelans par la donnée d'un processus de reconnaissance des triplés ! Il faut alors faire attention à ce que le processus ne contienne pas de *bugs non fonctionnels*, c'est-à-dire un problème qui n'altère pas la sélection dans le cas normal mais qui peut être exploité[86].

Pour procéder ainsi, il n'y a pas besoin de changer la définition, juste de fournir les processus[87] et de ne pas forcer la sélection des coups possibles dès le début de la partie ! Ajoutons que le plus souvent, la sélection parmi l'ensemble des coups possibles est remplacée par un processus de description des coups légaux *ex nihilo*, ce qui permet d'éviter de donner l'ensemble **CP**.

En logique dialogique, les règles des particules, données en tableau avec des règles de lecture, sont un tel processus de construction de coups légaux, à la différence près qu'on n'effectue pas de restriction sur un ensemble de coups possibles.

[86] Je continue à penser à *Five Tribes*, qui est censé contenir des pions Chameaux. Or, ces pions ont une seule bosse donc sont des dromadaires. L'esprit humain fait naturellement la correction, si bien qu'un tel bug n'a jamais été signalé à aucune étape du *game design* ni des nombreux tests réalisés, ni parmi les nombreux jurys auxquels le jeu a été soumis. Il y a toutefois clairement une faille qui, dans le contexte d'un programme informatique, aurait été exploitable.

[87] Attention toutefois, il y a le problème des processus qu'on s'autorise, tout de même. Dans la sélection du brelan, par exemple, il faut qu'on s'autorise à reconnaître des identités de valeur entre les cartes!

L'ensemble des **positions privilégiées** est la donnée du produit de deux ensembles de positions du plateau : l'ensemble des positions initiales et l'ensemble des positions d'arrêt (victoire ou défaite) : $\mathbf{PI} * \mathbf{PA}$.
PA peut être l'ensemble vide, mais **PI** contient au moins une position initiale. Si **PA** n'est pas vide, alors il ne contient pas d'éléments qui appartiennent aussi à **PI**.

Comme dans les précédents cas, on peut remplacer la donnée d'un ensemble par le processus de sélection de cet ensemble. Ainsi, un jeu comme le poker commence avec une main aléatoire pour chaque joueur (nombreuses situations initiales) tandis que les échecs commencent toujours avec la même situation initiale.

Comme les situations gagnantes sont en fait les situations d'arrêt du jeu AVANT que ce dernier n'arrive à termes par manque de coups possibles, un jeu sans situation gagnante n'est donc pas forcément un jeu où l'on ne peut pas gagner, mais c'est alors un jeu qui s'arrête quand il a épuisé toutes les possibilités de coups. De plus, ce jeu présente le risque d'être cyclique et de ne pas s'arrêter[88].

La dernière condition, qui veut que le jeu ne commence pas sur une situation où un joueur a déjà gagné, sert à éviter de voir le jeu s'arrêter avant même le premier coup. Toutefois, il ne faut pas confondre cette condition avec l'absence d'un avantage ou d'un désavantage du premier joueur : le jeu peut être tel qu'un joueur commence avec une stratégie de victoire, mais il ne commence pas en ayant gagné! Tout reste à faire : il doit prendre conscience qu'il a la stratégie de victoire

[88]Bien sûr, un jeu peut avoir des positions gagnantes **ET** être cyclique. Il peut alors boucler sans jamais passer par les situations d'arrêt : c'est ce cas de figure qui a entraîné l'apparition du pat aux échecs par exemple : résoudre un cycle en déclarant le match nul. Remarque : on voit déjà poindre une extension "naturelle" de cette définition en interprétant les positions d'arrêt comme des positions de nullité, des positions perdantes et des positions gagnantes (parce que gagner et ne pas perdre peuvent être deux conditions très différentes)! Les développeurs des jeux contemporains s'arrangent toutefois pour exclure les situations cycliques de leurs jeux.

et l'appliquer correctement ! L'avantage, même important, qui peut être contenu dans une situation de départ, n'empêche jamais la partie d'être jouée...

Reprenons l'exemple de la dialogique.

Nous avons deux joueurs, respectivement <proposant, opposant>, avec un léger problème sur l'ordre de ces joueurs, liés au problème du coup initial sur lequel nous reviendrons dans la partie suivante : on gâche le suspense, l'ordre qui va bien aller pour ce qu'on veut, c'est <opposant, proposant>.

La dialogique n'a pas de position d'arrêt privilégiée, et dépend pour ce qui est de la position initiale d'un choix philosophique[89] *: on peut choisir de considérer* ***l'hypothèse comme un coup initial fait sur une position vide****, ou de considérer que* ***le coup initial est l'attaque de l'adversaire****...*

La justification concrète des arènes

La spécificité des arènes est d'avoir des règles qui donnent des coups, coups répartis selon le joueur et selon une polarité question/réponse ou attaque/défense. On pourrait dire : coups qui ouvrent une attente/coups qui comblent des attentes. C'est un schéma d'intéraction mais toutefois, il est à remarquer que toutes les intéractions (en général et dans les jeux) ne fonctionnent pas ainsi. Les échecs, par exemple, n'ont pas de structure en question/réponse, bien que chaque pièce ait un déplacement régulier et une prise, souvent confondu. La seule chose qui correspondrait à une attaque dans le sens utilisé, c'est la mise en échec du roi, qui exige un mouvement spécifique qui pourrait être lu comme une réponse... Mais globalement, l'échec ne se prête pas trop à une telle lecture et on pourrait tout

[89] En fait, le problème philosophique se pose sans même passer par le formalisme : "comment commence-t-on un dialogue ?", avec cette sous-question : "Tous les dialogues commencent-ils toujours de la même manière (ie avec une hypothèse)?"

aussi bien décrire ce jeu sans polariser les coups ... Plus généralement, tous les jeux où les joueurs doivent gérer ensemble une ressource disputée ou partagée (les jeux de placement appartiennent tous à cette catégorie) ne se prêtent pas trop à la modélisation avec polarité question/réponse, bien qu'ils peuvent présenter localement une telle mécanique[90]. Les arènes que nous avons décrites correspondent mieux pour les intéractions "frontales" ou autres interfaces.

Pour le moment, ces règles n'ont encore aucune valeur en terme de justification comme elle a été définie précédemment : il nous reste encore à les implémenter dans notre notion de justification, ce qui va donner la définition de **justification concrète pour une arène donnée**[91].

[90]Exemples de jeu de placement : le *Go*, *Smallworld* de Philippe Keyaerts, *Les Aventuriers du Rail* de Alan R. Moon.

[91]On n'exclut pas une extension de la définition des arènes qui correspondrait à une volonté de modéliser d'autres intéractions, par exemple, avec plus de joueurs, avec absence de polarité ou avec que des polarisations locales. Gardons ouvertes ces possibles extensions, même si pour le moment, on voit mal quel serait le gain en expressivité logique...

$\vDash_{\mathfrak{A}}$ est une **relation de justification concrète** sur l'arène $\mathfrak{A}$ si et seulement si :

1. $\vDash_{\mathfrak{A}}$ est une relation de justification abstraite sur les coups de l'arène $\mathfrak{A}$[a].
2. **Ouverture : (Ouv)** Le premier joueur commence nécessairement avec une question, qui ne peut être justifiée que par le coup vide. Formellement, cela se traduit de la sorte : si $\varnothing \vDash_{\mathfrak{A}} m$, alors $s_{\mathfrak{A}}(m) = J_1 * q$.
3. **Les réponses viennent après les questions: (RaQ)** Une réponse ne peut être justifiée que par une question précédente. Formellement, si $m \vDash_{\mathfrak{A}} n$ et que $s_{\mathfrak{A}}(n) = J_k * r$ (où J_k est un joueur quelconque), alors $s_{\mathfrak{A}}(m) = J_l * q$, (où J_l est un joueur quelconque).
4. **Pas d'autojustification: (NoA)** Un joueur ne peut pas justifier ses propres mouvements. Formellement, si m n'est pas le "mouvement vide", que $m \vDash_{\mathfrak{A}} n$ et que $s_{\mathfrak{A}}(n) = J_k * -$ et que $s_{\mathfrak{A}}(m) = J_l * -$, alors $J_k \neq J_l$[b].

[a] Elle est donc susceptible de définir des suites de coups justifiées. En fait, il y a même une relation de justification maximale, qui est celle qui fabrique le plus de suites justifiées en respectant les conditions suivantes. On admet généralement que c'est celle-ci qu'on choisit quand on construit l'arène; une restriction supplémentaire sur la justification étant pour le coup, injustifiée...

[b] La barre $-$ sert à indiquer n'importe quelle valeur, question q ou réponse r ...

Nous allons maintenant donner quelques précisions de vocabulaire usuel, qui viennent compléter cette définition :

1. La justification dans les arènes se fait comme une restriction des combinaisons joueurs/polarité. En effet, quand un joueur pose une question, elle peut toujours être justifiée par un mouvement précédent de l'autre joueur : c'est le principe du **"Il n'y a pas de questions stupides"**. Toutefois, la réponse, elle, doit être justifiée et amenée par une question posée par l'autre joueur. Nous avons donc deux cas de justifications différentes : la première,

nous l'appellerons une **contre-attaque**[92], le second type de justification sera appelé **une réponse justifiée**[93].

2. Quand $m \vDash_{\mathfrak{A}} n$, nous pouvons dire indifféremment que "m justifie n", ou que "n est justifiée par m", ou "m est la justification de n". Aussi longtemps que dans une suite de coups, une question n'a justifiée aucune réponse, cette question reste une **question ouverte.** Toutefois, ce n'est pas parce qu'une question n'est plus ouverte qu'il faut la considérer comme "fermée" et incapable de recevoir de nouvelles réponses, il y a une notion de rang de répétition qui a été dégagée récemment dans les travaux de Nicolas Clerbout[94], qui mérite d'être signalée ici : combien de fois puis-je attaquer la même proposition, ie combien de fois puis-je répéter une question/attaque ? Si on devait implémenter une telle réflexion, ce serait intuitivement au niveau de la justification qu'il faudra introduire les rangs de répétition : il est légal d'attaquer X fois la même chose, mais ce n'est justifié qu'un certain nombre de fois. L'exemple à considérer sur la quantification universelle : si quelqu'un affirme $\forall x P(x)$, on a le droit d'exiger de lui de nous donner le x qui vérifie $P(x)$ que nous désirons, mais est-il vraiment justifié qu'on s'épuise à lui demander un par un tous les x disponibles ? Non ...

Nous verrons dans l'annexe "les dialogues arénacés" que ces définitions sont compatibles avec celles de la dialogique.

[92] Bien que ce nom soit un peu abusif et un peu trop fort. Une question sur une question n'est pas nécessairement une contre-attaque, mais cela peut-être une demande de détails, dans le but de mieux répondre à la première question. Si je demande où est l'Eglise la plus proche à un passant, ce dernier ne contre-attaque pas en me demandant si je recherche une église catholique, ou un temple protestant. Nous donnons des pistes pour formaliser proprement la notion de contre-attaque en **3.5.5**.

[93] C'est un peu redondant de l'appeler ainsi, mais l'essentiel est d'avoir deux termes qui différencient les deux cas. Les réponses "non-justifiées" ne sont généralement que des amusettes formelles.

[94] Avec un à-propos différent mais convergent, nous le verrons en nous concentrant davantage sur la dialogique dans le chapitre 3.

2.2.6 La double justification

Nous avons donc vu ce qu'était une arène et la justification qui y correspond. Nous devons laisser là ces concepts, bien qu'ils courent dans la suite de nos travaux mais de manière plus implicite. Nous en connaissons suffisamment pour pouvoir formuler notre problème. **Une justification s'appuie toujours sur un mouvement unique.** Or toutefois, dans les situations concrètes, cette unicité de la justification n'est pas du tout évidente. Donnons quelques situations exemplaires :

1. Un dialogue : "Comment s'appellent déjà vos enfants ? Où sont-ils ? - Paul et Virginie sont à la piscine..." La règle de la succession des coups interdit un joueur de poser deux questions à la fois, mais qu'importe. On voit ici qu'une réponse peut répondre à plusieurs questions.

2. Une série d'agressions (challenges, questions) peut recevoir une seule réponse "globale". C'est la fameuse goutte d'eau qui fait déborder le vase[95]. Normalement, en restant dans le cadre et donc en interdisant un joueur de passer son tour, on doit se dire que chacune des agressions a soit reçu une réponse, soit qu'il y a eu une contre-attaque (sur un autre front). Mais certaines réponses peuvent être équivalentes à "passer son tour" ou être moindre. Comme je l'indiquais, les arènes correspondent mieux à la modélisation d'une opposition frontale, donc imaginons le cas "simple" : deux peuples, une frontière contestée. L'un des peuples peut répéter des petites agressions (une roquette par ici, un kidnapping par là) - stratégie du poke ou de provocation - et recevoir comme réponse uniquement des déclarations officielles condamnant les agissements de groupuscules terroristes et forcément minoritaires. Puis

[95] On peut remarquer à ce propos que les arènes ne prescrivant aucune condition de victoire, elles n'exigent absolument pas que toutes les questions soient répondues. La pertinence d'apporter ou non une réponse (adéquate ou non) vient à un autre niveau de la théorie.

un jour, personne ne comprend pourquoi, le peuple agressé décide d'envoyer ses chars. Il est naturellement faux de dire que les précédentes agressions n'avaient pas reçues de réponses en la matière des condamnations officielles et il est également faux de dire qu'une seule agression a provoqué la réponse de cavalerie. Il est clair que la justification de cette réponse se construit en plusieurs temps, dont la plupart passe en dessous du scope simple de la règlementation de l'arène[96].

3. Plus généralement, quand la mémoire du plateau est trop faible et que la justification "coup par coup" ne suffit pas pleinement à autoriser ou à interdire les coups, on se retrouve avec un problème de justifications multiples. Reprenons l'exemple du "pat" aux échecs. Il faut une triple répétition d'une position pour que l'arbitre puisse déclarer la partie comme nulle. Mais rien sur l'échiquier ni dans les positions des pièces n'indique une telle répétition à l'identique[97]. Le pat est donc déclaré indépendamment des coups et de leurs justifications[98].

4. *En dialogique ordinaire, le proposant peut se retrouver à devoir rechercher deux coups : le coup, challenge ou assertion, qu'il souhaite relever ou attaquer. C'est la justification usuelle. Mais il peut avoir besoin pour ce faire d'asserter une proposition atomique, qu'il doit dupliquer/copy-catter sur un coup déjà joué par l'adversaire. D'où le besoin d'une seconde justification*

[96]Non pas que la disproportion challenge/réponse soit interdite dans les arènes; mais disons que le choix stratégique d'envoyer les chars dépasse le simple jeu des questions et des réponses. Heureusement, ai-je envie de dire...

[97]En fait, ce serait un comble que la répétition à l'identique soit notée sur l'échiquier d'une manière ou d'une autre : cette marque le rendrait instantanément différent !

[98]On peut imaginer qu'une partie passe 3 fois par la même position en se déroulant par des séries de coups différents. De là à l'illustrer par un exemple, je ne suis pas expert aux échecs... Toutefois, il faut garder à l'esprit que rechercher le pat est une stratégie comme une autre. "L'avantage du trait initial" tend d'ailleurs à suggérer que le pat est un résultat satisfaisant pour les Noirs.

pour vérifier cette règle là. Double justification[99].

On pourrait multiplier les exemples à l'infini.

Nous voyons que le problème des doubles justiifcations n'en est plus un dans le cas d'une utilisation normale de l'arène (avec la notion de point de vue), ou bien avec un choix judicieux du plateau et des règles correspondantes. L'utilisation normale, c'est une utilisation pour décider d'un nouveau coup et qui reste sur des considérations présentes/actuelles. En effet, une seule justification suffit pour progresser et si le coup est "surjustifié", cela n'a *a priori* aucune conséquence.

Toutefois, ces usages "normaux", on en atteint vite les limites et il n'est pas tout à fait exclus que la sémantique puisse mordre sur ces limites.

Une première limite concerne la rétro-ingénierie *(inverse engineering)* des décisions. Admettons que nous cherchions à comprendre le choix stratégique ou tout simplement, la causalité d'une décision. Nous allons naturellement nous concentrer sur la justification du coup. Or, dans le cas d'une décision admettant une justification multiple, un cadre trop faible ne peut en fournir qu'une et une seule. Alors dans certains cas, l'impossibilité de pouvoir restituer l'intégralité des justifications n'est pas important : qu'importe que ce soit la première, la deuxième ou la dix-millième agression qui a été stratégiquement "décisoire", les moyens de la réponse étaient déjà disponibles et la réponse vaut pour toutes. Toutefois, dans certains cas, un coup peut dépendre de deux règles qui peuvent impliquer deux justifications : la multiple justification n'est alors pas une répétition de la même justification mais une "vraie double justification", ce qui pourrait s'apparenter à une multicausalité, que nous n'avons plus tellement l'habitude de penser depuis que nous avons réduit la causalité à la seule causalité mécanique "proche à proche"

[99]Détails chapitre **3**.

(mécanisme cartésien). Mais si par exemple, nous avions deux types de causalité[100] : une cause qu'on pourrait dire *mobile* ou *mécanique* en fonction des règles de coup et une cause *matérielle*, qui consisterait à utiliser une ressource dont on n'a pas forcément la trace sur le plateau[101], cela produirait un dilemme du type "justification multiples".

Un simple suivi des causes "mobiles" et donc des justifications ne suffirait pas à donner l'état d'un plateau si ce dernier n'est pas exhaustif, et donc pas de "retracer" l'usage des matériaux. *Pour le dire dans le registre de la dialogique, la justification formelle n'arrive qu'à formaliser les dialogues formels. Si on quitte le domaine des langages formels, la justification ne donne pas la présence ou l'absence des formules atomiques utilisées par l'opposant.*[102]

Une seconde limite concerne plutôt la projection dans le futur. On croit naïvement qu'il suffit d'avoir les règles et l'histoire d'une partie pour pouvoir la continuer, mais les justifications y jouent aussi un rôle. Ce préjugé rejoint la question du paragraphe suivant, "Le problème des compositions", ou plus vulgairement, comment je sais qu'une suite donnée prolonge ou non une autre suite. Nous allons donc nous concentrer sur le problème général de la composition avant de détailler l'aspect particulier de celle-ci, comme "capacité de projection".

[100] Petit détour par Aristote. Nous savons qu'il propose quatre types de causes, cause matérielle, motrice, formelle et finale. Si on veut faire des parallèles avec notre univers de la justification, nous dirons que les coups forment les causes motrices, que le matériau sur la plateau représente les causes matérielles, que la réflexion stratégique appartient au domaine des causes finales et finalement, ce sont les règles structurelles qui ressemblent le plus à des causes formelles.

[101] A cause d'un "mauvais" plateau. Pour revenir aux échecs, la "répétition" d'une situation des pièces sur la plateau peut être pensée comme une de ces ressources invisibles, partagée, qu'on peut épuiser pour provoquer un *pat*.

[102] Voir dans le chapitre **3** dédié.

2.3 Le problème de compositions

2.3.1 But de cette partie

Nous avons vu dans la partie précédente comment le suivi des mouvements au passé était dépendant d'un cadre conceptuel construit sur la notion de justification.

Les problèmes de remédiations ne sont pas tournées vers le passé et la justification, mais bel et bien, sur l'avenir : comment peut-on continuer ? Ou bien, est-ce que ce dialogue continue bien ce dialogue précédent ? C'est-à-dire, pour l'expliquer dans un vocabulaire plus "mathématique", est-ce qu'on peut composer deux dialogues ensemble pour former un nouveau dialogue cohérent ? Toutefois, les exemples étudiés au début de ce chapitre mettent en avant une double continuité dans les dialogues : celle des propos, celle des stratégies d'argumentation (ou du moins, des stratégies du sens). Or, comme les propos ne sont pas de même nature que les stratégies, ne devons nous pas nous attendre à avoir deux niveaux de compositions ?

Philosophiquement parlant, on peut différencier la composition de la synthèse. On admet généralement que la synthèse a une dimension **transcendentale** : elle réunit deux éléments mais dans un élément d'une nouvelle nature, transcendée. Alors que la composition réunit deux éléments mais dans la nature de l'un ou de l'autre[103]. Ainsi, une salade composée ou un bouquet composé ne sont ni une synthèse de crudités ni une synthèse de fleurs; ce ne sont pas des formes transcendées... Quand j'ai une base de salade[104] et que j'y rajoute des crudités,

[103]Plus formellement, si les deux éléments sont de même nature, on parle de composition interne. Sinon, la composition est dite externe. La composition interne est de $E * E$ dans E, alors que la composition externe est de $E * F$ dans E.

[104]Id est, un assaisonnement. Bon, okay, il faut admettre que la base de salade est déjà une

j'obtiens une salade. *Idem* pour une base de bouquet, même si on voit plus difficilement ce que pourrait être une "base de bouquet"[105].

On admettra que **l'écoulement du temps tient plus de la composition que de la synthèse**[106].

Linguistiquement parlant, nous ne parlons pas directement de composition, mais de langage **compositionnel** ou non. Un tel langage a cette propriété : le sens d'une construction se détermine à partir du sens de ses composants. C'est sous cette condition qu'on peut assumer par exemple que le sens d'une phrase est donné par les mots qui la compose. Or, notre idée était que **le sens était produit dans les interactions** et non pas dans les éléments. Il serait donc étrange qu'on ait une compositionnalité au sens plein[107] dans la logique que nous recherchons. Il est même douteux qu'un seul langage non-artificiel ait été pleinement compositionnel...

Mathématiquement parlant, eh bien, le terme "composition" est utilisée à la

salade, c'est un peu la limite de l'analogie.

[105]Autre limite de l'analogie : quand on se sert d'un bouquet garni comme base de bouillon.

[106]Ce n'est vraiment pas aussi évident que cela. Le Progrès implique une anisitropie du temps : le temps n'est pas égal dans toutes ses directions ... Parfois, quand ce Progrès se produit par "bond", le fameux saut qualitatif qui fait que de nombreux progrès minimes produisent un vrai tournant, fonctionne plus par synthèse que par composition. Au final, toute téléologie participe à cette logique, qui n'est pas l'approche contemporaine. D'une manière maladroite, on a tendance à ranger ces "causes finales" et tout ce qui tient de la téléologie dans la sphère des stratégies. Les hommes s'autodéterminent, s'engagent stratégiquement et ne sont plus jouets du Destin et des projets des forces supérieures - nous sommes engagés dans cette voie par l'humanisme cartésien, **l'humanisme du sujet**. Mais alors, ce temps téléologique de la stratégie serait nécessairement agonal : on aurait une **chronogonie**. Il y aurait sans doute une piste métaphysique voire même physique à explorer, mais elle dépasse largement les objectifs déjà démesurés que nous nous sommes assignés dans cette thèse.

[107]En effet, si tout le sens est mis dans les éléments, alors une rupture du sens ne peut se trouver qu'au niveau des éléments : soit il manque des éléments, soit ils sont dans le mauvaise ordre. On retournerait donc à la remédiation syntaxique...

fois dans un sens très général de "loi de composition" ou bien dans celui plus précis de "composition de fonctions"[108]. *Nous retrouvons les deux usages différents dans notre étude sur la dialogique, la composition des stratégies, dans ce cas-là on entend composition comme "composition de fonctions", les stratégies étant interprétées comme des fonctions. Mais ces fonctions se construisent sur des dialogues décrits dans le langage des matrices dialogiques sous le forme de suites. Or, ces suites se composent entre elles, dans le sens cette fois-ci de "loi de composition". En un sens, c'est ce premier étage sur lequel se construit le second, l'étage fonctionnel.* Mais avant d'entrer dans ces détails mathématiques, élaborons plus en détail le **concept de composition**[109]. Nous allons essayer de remonter à l'origine de ce double usage, non pas l'origine historique mais comment elle se constitue dans l'enseignement des mathématiques. Ensuite, nous ré-inspecterons les exemples proposés en début de chapitre afin de déterminer plus précisément de quelle composition nous parlons, puis nous ouvrirons ce problème en direction du paradoxe sceptique de Wittgenstein.

2.3.2 Qu'est-ce qu'une composition ?

Définition générale

La composition est un procédé mathématique qui permet de construire à partir de deux fonctions, une nouvelle fonction.

Formellement, c'est d'une simplicité biblique : étant donné deux fonctions f et g, je peux composer ces deux fonctions s'il existe une unique fonction h telle que pour tout x, $h(x) = g(f(x))$. Au lieu de noter cette fonction h, je la note $g \circ f$, que je lis "g rond f" ou bien "composée de f par g" ou bien "f après g". On

[108] Dans ce cas encore, c'est une abréviation de "loi de compositions de fonctions".

[109] La philosophie a beaucoup traité du couple analyse/synthèse, mais finalement assez peu du couple composition .... décomposition ?

remarquera que cette définition est mathématiquement incomplète, puisqu'elle ne donne aucun ensemble de définition et aucun domaine de quantification; ce n'est donc que les grandes lignes d'une définition, où ce qui est problématique a été retiré, non pas le "problématique pour le mathématicien", mais les difficultés du non-mathématicien à entrer dans la pensée mathématique.

En effet, si on veut comprendre en philosophe ce qui se pose problème en mathématiques, il ne faut pas commencer à partir du point du vue du mathématicien accompli[110] mais de la part qui est résorbée justement dans l'apprentissage des mathématiques. Comment se forment ses habitudes de mathématicien accompli. Quand le mathématicien s'adresse aux philosophes, il n'attend pas que ce dernier le paraphrase, en y ajoutant trois lignes de Platon [111].

Les pré-métaphysiques véhiculées dans l'enseignement des mathématiques

Reprenons donc avec cette définition basique et le contexte dans lequel il apparait. J'emploierai à dessein le terme "procédé" pour éviter le tout aussi générique mais philosophiquement plus marqué d'opérations.

En effet, un lycéen ne reconnait que quatre opérations[112] : les opérations arithmétiques élémentaires $+$, $-$, $\times$, $\div$[113]. Comme ces dernières s'appliquent

[110]Dans la limite du sens qu'on peut attribuer à cette expression. En effet, "le regard du mathématicien", c'est comme le "regard de l'artiste", on ne sait pas trop ce que cela signifie rigoureusement.

[111]Et cette méprise existe aussi dans l'autre sens. Les mathématiciens et les philosophes se cherchent mais se trompent souvent sur ce que l'un cherche dans l'autre.

[112]Bien qu'il en connaisse plus !

[113]Ce joli symbole s'appelle **une obèle** (le symbole de multiplication, *, "Astérix", et de division, l'obèle, "Obélix"). Dans un usage général il est interchangeable avec : et avec /, bien qu'en toute rigueur, il existe quelques subtilités : l'un désigne une opération, l'autre désigne une fraction. Ainsi, on peut dire que dans $\mathbb{N}$, l'opération $a \div b$ n'a pas de résultat, alors que l'écriture a/b n'a carrément aucun sens. Puis, par extensions successives de $\mathbb{N}$, on arrive dans $\mathbb{Q}$ où $a \div b$ a un résultat, qui est a/b.

d'abord aux entiers naturels, ce sont bien les entiers naturels qui vont composer les bases de son univers mathématique et par là, le fonds géologique du réalisme mathématique : on pourrait parler en quelque sorte d'une pré-métaphysique (pré-réalisme naïf) des tables de multiplication[114].

Sur ce fonds, il construit un étage supplémentaire, celui des fonctions, qui n'existent le plus souvent pour lui que comme abréviation d'une combinaison d'opérations élémentaires. De là, il éprouve quelques difficultés à conceptualiser les fonctions exponentielles ou trigonométriques qui sont des fonctions mais qui ne se réduisent pas aux opérations élémentaires. Il a du mal à concevoir la fonction comme un cas "plus général" d'opérations , qui lui semblent déjà moins réelles, moins concrètes[115].

[114]Une vidéo circulait sur Internet, présentant une multiplication *par jalousies*. On n'y voit que des mains qui tracent les lignes et écrivent les résultats. Comme c'est souvent le cas dans les buzz, le texte accompagnant la vidéo diffère d'un lien à un autre. J'ai donc pu relever 3 types de commentaires :

1. Les commentaires "mathémagiques" : on n'explique rien, on ne donne pas le truc, on fait croire que c'est la magie des nombres qui opère.

2. Les commentaires qui attribuent la méthode à une intelligence forcément non-occidentale et forcément "disparue". Exemple : regardez comment les Aztèques faisaient leurs multiplications, ils étaient beaucoup plus intelligents que ces connards d'Occidentaux avec leurs tables qui ne vont pas au dessus de 10 !

3. Les commentaires qui attribuent cette méthode à une pédagogie non-occidentale, pour expliquer pourquoi les Chinois obtiennent de meilleurs résultats que les occidentaux dans des tests internationaux inventés par les Chinois pour les Chinois.

Jamais je n'ai vu une référence aux *jalousies*, pourtant connues en Occident au moins depuis le XIIIème siècle et pour lesquels on fabriquait même des "bâtons" spéciaux. Par extension, je n'ai jamais lu non plus une critique de cette méthode. Ce n'est qu'un buzz Internet et les universitaires ne philosophent pas sur les bruits de couloir. Toutefois, je ne peux m'empêcher de remarquer qu'en parfaite bonne conscience, les personnes ayant partagé cette vidéo ne reconnaissent pas ces multiplications *par jalousies* comme appartenant à leur "ontologie mathématique". De même, il ne reconnait pas les manipulations géométriques comme "tirer une droite", "placer un point", comme des entités mathématiques premières.

[115]Ainsi, la notation polonaise, qui consiste à placer l'opérateur avant les opérandes et pas "entre" (exemple : $a + b + c = +(a, b, c)$) lui parait métaphysiquement douteuse. L'économie de signes (+abc est plus court que a+b+c) est étrangère à sa pré-métaphysique.

Cela provoque en quelque sorte un choc anti-"réalisme naïf", l'application numérique s'éloigne, l'esprit cherche à se rattacher aux nombres[116], alors qu'il est emmené par ses développements dans un monde fonctionnaliste. Ainsi, certaines personnes se créent un vrai mur cognitif qui sépare le numérique (le réel) de l'analyse (l'abstrait)[117].

Il est d'ailleurs absolument remarquable qu'à l'occasion de l'introduction de ces nouvelles fonctions, on réintroduise des tables de calculs, comme si pour aider à consommer ce choc, il fallait revenir à la bonne vieille méthode des tables ! Essaie-t-on de recréer un réalisme mathématique moins naïf, qui incorpore les fonctions à son ontologie tout en conservant les nombres? Sans doute n'y a t il rien dans cela qui soit délibéré[118], mais force est de remarquer que c'est à cette occasion, et c'est là où je voulais en venir, qu'on voit apparaître les **composés de fonctions** de manière explicite[119]. C'est-à-dire qu'on n'introduit pas les composées de fonctions pour elles-mêmes, dans le cadre d'une réflexion sur les objets qu'on peut construire en mathématiques ou sur les fonctions, mais comme une sorte d'appendice dans une table de calculs où la manipulation de fonctions passe derrière le besoin de trouver une valeur. C'est-à-dire que ce qui est important dans cet apprentissage,

[116]Et c'est une dynamique. L'esprit qui s'attache à ce que j'ai appelé une pré-métaphysique "réaliste naïve" n'est pas forcément un esprit en échec ou qui ne comprend pas les mathématiques. Qu'on se garde d'une simplification abusive !

[117]Il serait idiot de croire que le "concret", dont certains reprochent l'absence dans l'enseignement des mathématiques, est celui des baignoires de nos ancêtres et des problèmes de robinets pour les remplir. Ceux-là cachent derrière "le concret" un passéisme fleurant parfois bon le pétainisme intellectuel. Proposez à quelqu'un un problème très concret et très industriel d'optimisation d'un bras mécanique avec trois articulations circulaires, devant effectuer une opération le plus vite possible. Vous aurez un système assez complexe de dérivations et de fonctions trigonométriques emboîtées. C'est on ne peut plus concret, mais on ne peut plus éloigné de l'application numérique directe. Slogan de mon mémoire de maîtrise : "l'abstrait, c'est toujours les autres".

[118]Et à moins d'avoir une lecture à effet tunnel, il est impossible de passer de ces petites remarques pédagogiques à la réflexion sur le §523 des *Recherches Philosophiques*, "Ce que le tableau me dit, c'est lui-même", qui leur sert d'horizon.

[119]Elles sont déjà présentes en fait, par exemple en trigonométrie. Mais même alors, dans le cours, on ne dit jamais ou juste en passant, que cos^2 est une fonction composée.

c'est de trouver comment calculer la bonne valeur du taux d'accroissement (etc) : le nombre juste. Pas la composition en elle-même.

Or, cette approche occulte les problèmes plus caractéristiques d'une pré-métaphysique qu'on appellera, forcément, un fonctionnalisme naïf : ceux des domaines de définition. La différence "naïve" entre un nombre et une fonction, c'est que le premier se donne comme un absolu tandis que le second se donne toujours avec des domaines. Certes, le "nombre" appartient à des ensembles : par exemple, 1 appartient à $\mathbb{N}$. Mais jamais, dans ce réalisme naïf des nombres, on ne vous présentera $\mathbb{N}$ comme "un ensemble sur lequel on définit un 1", 1 qu'on pourrait définir sur d'autres ensembles[120]. Par exemple, dans les extensions successives $\mathbb{N}$,$\mathbb{Z}$,$\mathbb{Q}$,$\mathbb{R}$,$\mathbb{C}$, pour lui, le nombre pré-existe aux ensembles... A peu de choses près, le nombre pré-existerait à l'Univers et notre réaliste naïf devient pythagoricien : "tout est nombre!"[121]...

Le fonctionnalisme naïf pourrait par exemple définir 1 non pas comme une ontologie, mais comme l'acte de prélever un élément d'un ensemble quelconque (par exemple un tas de pommes). Et dès lors, une "opération" comme $2 + 1$ se lirait comme "je prélève deux pommes" puis "je prélève une pomme"; deux opérations successives dont je pourrais questionner la succession en m'étonnant que $1 + 2$ soit égal $2 + 1$ ... Puis je me rendrais bien compte que selon la taille de mon tas de pommes, différents calculs sont plus ou moins possibles : je ne peux pas prélever plus de pommes qu'il n'y en a dans mon tas initial ! En ce sens, le bon vieil abac est un bien meilleur support pour cette prémétaphysique fonctionnelle que la calculatrice[122], même si la rigidité de l'ensemble de définition de ses calculs,

[120] Comme élément neutre pour une loi multiplicative.

[121] On pourrait croire que le fonctionnalisme penche à l'extrême inverse : le relativisme absolu et donc, le "rien n'existe"! C'est peut-être vrai pour sa forme naïve, il existe toutefois des fonctionnalismes métaphysiquement plus raffinées.

[122] Il a toutefois d'autres défauts, comme par exemple, réduire la sensibilité à l'infini. On ne mesure pas le cosmos avec un abac, ni physiquement, ni métaphysiquement.

c'est-à-dire le nombre et les couleurs des billes qu'on s'y autorise, ne peut que reproduire, avec une moindre intensité toutefois, le même fonds de réalisme que celui des nombres-entités...

Ainsi, pour notre lycéen qui est le plus souvent pris dans cette prémétaphysique contre son gré, les problèmes de domaine se limitent donc principalement à retirer des points sur lesquels on ne peut pas calculer la fonction[123].

Que ce soit le réalisme naïf ou le fonctionnalisme naïf, jamais il n'entre dans l'esprit de l'**algèbre générale** ou pour le dire autrement, dans un esprit réellement structuraliste. Il aimera découper tout en niveau et penser le structuralisme en **infrastructure** et **superstructure**, ou bien en **métastructure** pour ne pas nous départir de nos idées. Sans vouloir fermer le débat sans doute intéressant d'un point de vue pédagogique, nous nous demandons parfois si la formation scolaire "par programme" n'habitue pas les esprits à penser en escalier, et donc à toujours construire à partir d'une étape du programme pensée comme un absolu une nouvelle marche qui sera un nouvel absolu (et caetera et caetera)... Et que cette conformation[124] habitue à penser le relatif à partir d'un absolu fermé. Et par là le constructivisme comme construction à partir d'un nombre d'éléments simples finis préexistants. Alors que pour bien entrer dans ces systèmes de pensée, il faudrait avoir le choix et s'autoriser à penser à partir du relatif et du mouvant, vers l'Absolu[125].

[123]L'idée qu'une fonction n'est plus la même et n'a plus les mêmes propriétés quand on change ses domaines lui est complètement étrangère.

[124]Et pas conformité. On ne parle pas ici de conformisme ou d'anticonformise. Mais bel et bien de ce que la formation apporte avec elle, voire malgré elle.

[125]Nous avons souvent une grande réticence à poser les problèmes dans ce sens-là. J'avais écrit, je crois, quelques mots à ce propos dans mon mémoire de maîtrise, où je constatais que bien que la logique catégorique, bien qu'étant plus simple par bien des aspects, exigeait toutefois une bien plus grande culture mathématique pour être comprise de par sa simplicité même. Comprendre la description d'une dynamique commune exige une grande expérience des changements.

C'est un risque qu'il faut accepter de prendre. Pour un non-mathématicien, ce qu'il faut comprendre, c'est que dans l'esprit de l'algèbre universelle, il n'y a pas lieu de prêter un "surplus de réalité" à ce qui est étudié en premier lors de la formation, ou bien ce qui est second ou encore ce qui est dernier. Les structures coexistent et renvoient les unes aux autres dans un jeu de miroirs[126] déformants ou pas, mais toujours dynamiques. Les deux usages du mot "composition" sont de tels reflets, et c'est ainsi qu'il faut les prendre. Nous donnerons l'impression de parler de deux choses, alors que nous en parlons que deux aspects de la même.

Composition interne et externe

Qu'est-ce qui pourrait empêcher une fonction composée d'exister ? Si on se contente de l'idée d'appliquer une fonction qui existerait dans l'absolu **après** une autre existant elle-aussi dans l'absolu, on ne voit pas trop ce qui interdirait cet enchaînement. Mais dès qu'on se met à penser en termes de domaine et de transformation d'un domaine vers un éventuellement autre domaine, nous commençons à entrevoir la difficulté : il faut s'arranger pour que le domaine d'arrivée de la première fonction appliquée corresponde au domaine de départ de la seconde...

Le premier cas, le cas simple, c'est celui d'une composée de fonctions "internes" : chacune des fonctions est définie d'un domaine vers lui-même, si bien qu'on ne le quitte jamais. Dans ce cas-là, si les deux fonctions ont le même domaine de définition, elles pourront se composer dans un sens ou bien dans l'autre assez facilement. Un exemple très simple peut être donné : considérons les fonctions

[126]En admettant bien sûr, la définition du miroir de l'aveugle du Puiseaux, "un miroir est une machine qui nous met en relief hors de nous-mêmes", définition transmise par Diderot dans *Lettre sur les Aveugles* et bien meilleure définition pour faire comprendre ce qu'est un jeu de miroirs...

"j'ajoute 1 à x" et "j'ajoute 2 à x". Appelons la première f, définie sur $\mathbb{R}$ de la sorte $\forall x \in \mathbb{R}$, $f(x) = x + 1$; la seconde g, définie sur $\mathbb{R}$ de la sorte $\forall x \in \mathbb{R}$, $g(x) = x + 2$. Il existe une composée : $g(f(x)) = g(x + 1) = (x + 1) + 2 = x + 3$, cette fonction est elle-aussi définie sur $\mathbb{R}$ à valeurs dans $\mathbb{R}$.

En employant le langage des lois de composition, on remarquera que ce qu'on appelle une **opération élémentaire**, ressemble à de telles fonctions. Si nous reprenons l'idée qu'un nombre est l'acte de prélever sur un tas des éléments, alors nous pouvons penser l'addition comme une composition de ces actes[127].

Le second cas, plus complexe, c'est le cas des compositions "externes" : en langage fonctionnel, cela correspond au cas où chaque fonction a des ensembles de définitions et des ensembles produits potentiellement différents, avec toutefois une contrainte : que l'ensemble produit de la première fonction appartienne à l'ensemble définition de la seconde. Prenons un exemple : l'opération "filtrer un liquide", et l'opération "presser un fruit". La première opération produit un liquide à partir d'un liquide, la seconde produit un liquide à partir d'un fruit. Je peux filtrer et refiltrer autant que je veux un liquide, on serait dans le cas des compositions internes. Mais l'action "presser un fruit" introduit une extériorité : les fruits. Je dois presser le fruit puis le filtrer. Il m'est impossible d'inverser le sens des deux opérations (filtrer le fruit puis le presser), il m'est impossible de répéter la pression.

Dans le langage des lois de composition, une loi de composition est de la forme $F \circ E = E$. Si $E = F$, la loi est interne. Si $E \neg F$, alors la loi est externe. On

[127]Rigoureusement, les opérations élémentaires sont définies à partir d'un couple (les opérandes) auquel elles attribuent une valeur (le résultat). L'addition n'est pas définie de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ mais bel et bien de $\mathbb{R} * \mathbb{R}$ (les paires de nombres réels) vers $\mathbb{R}$. Il faut vraiment passer par l'idée des prélevements successifs sur un tas, pour réussir à expliciter l'idée de composition comme "réaliser un acte après l'autre". Tout cela s'explique bien avec de la théorie des ensembles élémentaires et la fonction "successeur", mais cela nous forcerait à pousser trop loin nos digressions...

réaffirme donc l'idée générale exposée : "la composition réunit deux éléments mais dans la nature de l'un ou de l'autre".

2.3.3 La première composition : les dialogues

Notre premier problème est celui de la composition des dialogues, à savoir comment peut-on faire de plusieurs dialogues, un seul. Dans les exemples proposés, cela correspond en partie au premier cas, mais surtout au quatrième, l'exemple de la continuité du dialogue socratique. A chaque fois, nous avons un dialogue qui va de A à B, puis un dialogue qui va de B à C. On aimerait construire un dialogue qui va de A à C, ou du moins, avoir un critère pour reconnaître son unité. Cela n'est pas toujours possible aujourd'hui, à cause **des contextes**, qui ne sont pas toujours donnés, et qui peuvent mal se superposer. En effet, rien ne garantit que les variables qu'on choisit quand on fait la dialogue de A à B n'entrent pas en conflit avec celles du dialogue qui va de B à C.

Pour prendre un exemple très concret, imaginons que je sois un cambrioleur tel qu'on les voit dans les films d'action américains. C'est-à-dire que je ne braque pas une supérette, je braque un établissement avec un système de sécurité complexe, disons le Kremlin ou le Pentagone ou l'Ecole Doctorale de l'université de Lille 3. Imaginons que je demande à deux intelligences supérieures de concevoir chacune indépendamment un plan : à la première je demande un plan d'entrée (A vers B, où B est le "butin" que je dois voler et A un point d'accès laissé libre), à la seconde un plan d'évasion (de B vers C : je pars du "butin" volé désormais et je recherche un coin C où je serai en sécurité). Puis-je garantir que ces deux plans conçus indépendamment, mis ensemble, me permettront de réussir mon cambriolage ? Rien n'est garanti ! En effet, imaginons que dans le plan d'accès, je dois créer une diversion en faisant exploser un Pont de Bois, et que dans le plan d'évasion, je dois emprunter ledit pont : je ne pourrais pas détruire le pont puis marcher dessus ! Les

argumentations fonctionnent de manière similaire : si dans deux argumentations différentes, je dois admettre au cours de la discussion des thèses contradictoires, même si la conclusion de la première argumentation coïncide avec les présupposés de la seconde, je dois m'abstenir d'enchaîner les deux[128] !

Il se passe un phénomène analogue en dialogique : nous aimerions avoir une telle composition de dialogues[129], dialogues définis comme suite de coups (chaque coup pouvant être pensé comme une fonction, on se retrouve donc bien avec du fonctionnel). Hélas, l'interface entre les deux dialogues, "le B" de l'exemple précédent, ne contient pas assez d'information pour garantir le raccord.

Notons en passant que la composition que nous cherchons est **interne** au monde du dialogue : de deux dialogues, on essaie un "grand dialogue".

*Cette première forme de composition sera rendue possible par le travail fourni au chapitre **3** : "Dialogique de matrice".*

2.3.4 La seconde composition : les stratégies

La composition de stratégies est un problème différent dont l'exposé ne peut se faire qu'à partir de la résolution du premier problème : la capacité de pouvoir continuer un dialogue constitue **une condition nécessaire** à la composition de stratégies d'argumentation. Certaines évidences doivent être formulées.

[128] Ou faire le pari que l'auditeur distrait ne relèvera pas la contradiction!

[129] On aimerait bien l'avoir aussi parce que les *game semantics* à la Abramski dispose de cette propriété. Dans l'addendum de ce chapitre, plus mathématique, on fournit la possibilité de penser une interface entre les deux cadres au niveau des **suites justifiées concrètes**. Bien que la méthode employée pour créer ce rapprochement s'est révelée moins fructueuse que la méthode des matrices dialogiques, elle donne toutefois quelques bonnes idées sur les lignes directrices techniques de ce travail. Les matrices dialogiques réalisent ce projet mais d'une manière détournée.

En effet, ce qu'on appelle une stratégie en logique, c'est une fonction qui puisse nous dire à chaque moment ce qu'il faut faire[130], ou pour le dire autrement, un programme d'actions. Cette définition, certes, est un peu faible par rapport à la richesse du monde "stratégie" dans la tradition philosophique, militaire, économique et même ludique. Cette définition correspondrait plus à une **planification** qu'à une **stratégie**, mais qu'importe, en première analyse, prenons ces deux mots comme synonyme. Donc, c'est une fonction, elle prend pour objet une situation dans le dialogue, elle répond "quel coup" il faut jouer, quelle réponse ou quelle contre-attaque il convient de donner; or et comme ces coups déterminent toujours une nouvelle situation énonciative, la stratégie pointe vers cette nouvelle situation[131]. Dès lors, la matière sur laquelle nos fonctions opèrent est celle dont on veut s'assurer la compositionalité dans la partie précédente. Et en effet, on aura du mal à composer des fonctions qui travaillent sur les dialogues si les dialogues eux-mêmes ne se composent pas .

Toutefois, cette discussion technique ne doit pas occulter ou réduire la richesse du champs de la réflexion stratégique : certes on a tendance à croire qu'une stratégie d'argumentation doit nous fournir une suite au dialogue (c'est-à-dire comme une fonction de dialogue vers un dialogue), certes on a tendance à croire qu'une stratégie militaire doit nous fournir un plan de bataille capable de remporter un engagement avec un adversaire, certes on a tendance à croire qu'une stratégie dans un jeu doit nous faire gagner la partie. Mais et on revient à la *cinquième situation* proposée, en réfléchissant de la sorte, on réduit la stratégie à une

[130]Notons ici une petite difficulté technique qui se résout automatiquement dès qu'on adopte le bon formalisme : la stratégie fixe-telle l'action à partir du moment où l'on doit agir, ou la fixe-t-elle à partir de l'intégralité de l'intéraction ? Et si on choisit ce second cas, la mémoire stratégique est-elle une mémoire spécifique ?

[131]C'est-à-dire qu'on est dans des jeux sans aucun aléa : je sais le résultat que produit mon coup, du moins localement. Ou s'il y a des résultats aléatoires, je connais la formule de cet aléa. J'ai cette connaissance de mon "plateau de jeu".

direction d'acteurs, à comment bien jouer son rôle. Toutefois, on sait bien qu'une stratégie efficace peut conduire à outrepasser son rôle : peut-être abandonner un dialogue vain peut être un bon choix stratégique[132], les retraites stratégiques sont désormais reconnues dans les choix envisageables mais ce ne fut pas toujours le cas, comme dans la situation proposée, un joueur peut décider de jouer une stratégie sous-optimale pour des raisons pédagogiques !

Ainsi, poursuivre une stratégie peut signifier poursuivre une stratégie en dehors de son cadre d'étude et dès lors, évidemment, on fuit vers des cas non-compositionnels, qui ne peuvent plus être traités avec les mêmes outils. Il n'est peut-être pas impossible toutefois de modéliser ce choix "divergent"[133].

Pour rester toutefois dans les stratégies logiques *loyales*, les outils traditionnels de la logique sont nettement moins bien fournis pour penser une composition de stratégies. En effet, les stratégies sont des fonctions qui couvrent l'intégralité du dialogique du début à sa fin. Et arrivée à sa fin, le dialogue ne peut plus reprendre et donc on ne peut pas se poser la question "est-ce que notre stratégie peut continuer à s'appliquer sur la suite du dialogue qui n'arrivera jamais ?" Définir les stratégies à l'échelle globale exclut de penser la composition de stratégie... Notre travail cherche à poser des jalons pour penser en local la stratégie et donc propose les premiers éléments pour penser de telles compositions...

[132]Nous parlerons de ce cas dans le chapitre 4, comme stratégie de **Exit**, bien que cette stratégie est indigne d'un logicien ! Jamais un logiciel de preuves ne fuit devant l'adversité!

[133]J'ai eu l'intuition, sans toutefois avoir essayé même de la prouver, que le *Daemon* de Jean-Yves Girard, dans "Locus Solus" [18] pourrait être une clef pour interpréter une stratégie d'*Exit* (encore faudrait-il dire laquelle). Simple intuition peut-être infondée...

2.3.5 Composition & Wittgenstein

Le problème des compositions comme cas particulier du paradoxe sceptique

Si le problème technique a déjà un intérêt en soi et si sa résolution est déjà un résultat important, nous pouvons dépasser ce cadre en inscrivant le problème des composition (de suites ou de fonction) dans le cadre plus général d'un problème bien particulier : *le paradoxe des règles des suites finies de Wittgenstein*, appelé aussi **paradoxe sceptique**.

Pour le résumer, Wittgenstein s'interroge sur ce que signifie "suivre une règle" dans *Les Recherches Philosophiques*. Sa première préoccupation est avant tout le suivi de règles "sémantiques" : en effet, si le sens est un phénomène régulé ou règlementé, alors le sens de cette régulation ou cette règlementation ressemble assez fort à un problème de philosophie première. Mais nous connaissons Wittgenstein, qui pensait qu'une des origines des problèmes philosophiques était un régime unilatéral d'exemples[134], il ne se serait pas contenter d'un seul raisonnement sur les règles sémantiques. Qu'est-ce cela signifie, suivre une règle ? Comment sais-je que quelqu'un suit une règle ? Comment puis-je apprendre une règle ?

En considérant une règle de construction de suites (et donc dans un sens construit dans une suite d'usages), **"suivre la règle" peut signifier "savoir construire la suite"**[135]. Par exemple, c'est ce qu'on trouve même dans ces jeux les plus populaires des "carnets de plage" où l'on propose des batteries de jeux dits logiques : on donne trois ou quatre termes d'une suite, et il faut trouver le suivant. Globalement, c'est toujours la même chose : il faut déduire d'une suite finie

[134] *Recherches Philosophies*, §593.

[135] Notons qu'on affaiblit déjà le problème en le formulant les choses. En effet, on pose le problème de la conservation du sens dans un processus constructif et pas celui de son émergence lors dudit processus.

d'objets, le suivant. Bref, deviner la règle de construction et prouver que nous avons bien deviner en l'appliquant une fois de plus.

Ce que Wittgenstein défend (voire prouve), c'est qu'on ne peut **JAMAIS** induire la règle, et que si on arrive à se mettre d'accord sur la bonne réponse, c'est qu'on avait comme un biais mental qui nous fait toujours préférer des règles **plus simples**, au détriment d'autres explications, quand bien même ces dernières sont cohérentes (et parfois même, plus cohérentes, sur des grandes séries ...).

Pour faire simple, de la série 1 2 3, je ne peux jamais déduire **logiquement** que le prochain nombre sera 4 parce que je ne peux jamais induire la règle qui a été utilisée pour construire la première série : trop de règles de construction différentes sont en concurrence[136]. Cela pourrait être n'importe quel autre nombre, tout dépend de la complexité de la règle que j'emploie. Mais même avec un outil mathématique pour mesurer la complexité, on sait bien que la complexité mathématique n'a rien à voir avec le ressenti psychologique de la complexité et donc, que la solution mathématique la plus simple n'est pas toujours la plus naturelle ni la meilleure pour "poursuivre la suite"... Par extension, un constructivisme sémantique basé sur la simplificité "mathématique" serait boîteux dans ses fondements.

Mais cette impossibilité n'est qu'un aspect du paradoxe sceptique, pas le plus radical et sans doute celui qui laisse présager une fin heureuse. En effet, le jeu qui consiste à continuer une suite logique contient deux moments : **induire la règle** qui a été utilisée par l'autre joueur, puis formuler une réponse sur la forme d'**un nouvel usage de cette règle**. On comprend que la ruse qui consiste à dire "pas

[136] J'invite le lecteur à se référer à *The On-line Encyclopedia of Integer Sequences* (OEIS) sur oeis.org. Cette encyclopédie ne donne que 19837 séries contenant ce fragment de suites (et donc autant de règles de construction).

d'induction de la règle de construction" permet d'évacuer la question de l'"usage de la règle". C'est une dé-dramatisation, car seul ce second problème est **radical**...

Dire que c'est l'induction de la règle qui pose problème, **cela laisse accroire que si nous avions cette règle, alors nous saurions l'utiliser**.

Les dialogues formels sont des suites réglées, construites coups par coups, **avec des règles connues**. "Composer deux suites", c'est tout simplement dire qu'une suite peut continuer l'autre et c'est dans ce sens-là qu'on peut dire que le problème des compositions est un cas particulier du paradoxe sceptique. Or, si on a réduit ce dernier à un problème d'induction de règles, le fait qu'on se donne les règles évacue le problème.

Nous allons montrer que même avec la règle donnée explicitement, "continuer une suite" n'est pas aussi évident.

Une suite et sa règle de construction ne suffisent pas à aller plus loin!

Pour montrer qu'il ne va pas de soi qu'on puisse "continuer toute suite" uniquement en donnant sa règle de génération, le mieux serait de prendre un exemple, mais si possible, un exemple non-mathématique. L'exemple que nous proposons est tiré de la variante du *Qamoki* déjà proposée en **2.2.3** dont nous rappelons la règle : **il est possible d'ajouter un mot de trois syllabes à la suite si ce mot partage au moins une syllabe non-utilisée avec un mot précédent.** Les syllabes que ces deux mots partagent sont désormais dites **utilisées** et ne peuvent donc plus être utilisées pour construire de nouveaux mots.

Considérons cette suite de mots : <Ricola, Copine, Epine, Risible, Situé>.

Et comme précédemment, demandons-nous si on peut continuer la suite. A priori, la règle de construction n'est pas évidente, mais comme on nous la donnait, il nous suffit de l'appliquer bêtement.

Puis-je continuer avec *Tumulus* ? D'abord, *Tumulus* fait trois syllabes. Ensuite, la syllabe *tu* est dans le dernier mot *Situé* et nulle part ailleurs : elle est donc inutilisée. Donc bingo, je peux continuer avec *Tumulus* ...

Mais allons plus loin et étudions le cas *Sibérie*. C'est bien un mot trisyllabique, parfait. Par contre, puis-je toujours trouver une syllabe inutilisée partagée avec un mot précédent de la suite ? Je n'en sais rien. *Bé* est un mauvais candidat car il n'apparaît que dans *Sibérie*. *Rie*, selon l'interprétation phonétique ou juste syntaxique de la règle, pourrait éventuellement être discutée en rapport avec le *Ri* de *Ricola* et *Risible*. Toutefois, la seule justification possible pour *Risible* passe par son utilisation donc il faut exclure cette construction. La troisième syllabe va nous poser plus de problème : le *Si*.

En effet, la suite proposée à l'étude possède pour la même règle de génération, deux schémas de justification :

$$Ricola \vDash Copine$$

$$Copine \vDash Epine$$

$$Ricola \vDash Risible$$

$$Risible \vDash Situé$$

ou bien

$$Ricola \vDash Copine$$

$$Copine \vDash Epine$$

$$Ricola \vDash Risible$$

$$Epine \vDash Situé$$

Dans le premier schéma, le *Si* est utilisé pour justifier *Situé* et n'est donc plus utilisable pour continuer avec *Sibérie*. Dans le second schéma, c'est le *E* de *épine* qui introduit *Situé*, laissant le *Si* utilisable pour *Sibérie*.

Et si on ne me donne que la suite et la règle, il n'y a aucune raison de choisir l'un ou l'autre schéma, et donc la question de savoir si oui ou non, nous pouvons poursuivre la construction de la suite avec *Sibérie* est insoluble. Et donc, nous ne pouvons pas dire si deux suites justifiées comme <Ricola, Copine, Epine, Risible, Situé> et <Sibérie, Béretta, Tabouret> se composent.

Pour déterminer si deux suites peuvent se composer, donner la règle de génération des suites ne suffit pas : il faut aussi donner la justification concrète qui va avec. Et ce n'est que quand cela sera fait, qu'on pourra espérer[137] poser le paradoxe sceptique dans toute sa radicalité, sans le confondre avec une étape de son énoncé.

Si on accepte de nous suivre sur cette idée, qu'il y a dans les *Recherches Philosophiques* un questionnement sur la justification en complément des réflexions sur les règles, précisons aussi que la justification chez Wittgenstein semble partager l'hypothèse actualiste que nous utilisons dans la dialogique des matrices[138].

[137] En effet, suite, règle et justification (avec tout ce que cela contient de rapport à la mémoire et à l'histoire) sont nécessaires pour poser le problème. Mais est-ce suffisant ?

[138] Nous nous appuyons pour affirmer cela sur §138 : "Mais nous *comprenons* cependant la signification d'un mot quand nous l'entendons ou que nous le prononçons; nous la saisissons d'un coup; et ce que nous saisissons ainsi est certainement quelque chose d'autre que son "usage" étendu dans le temps !"

Le chapitre suivant est consacré à proposer une formulation de la dialogique dans lequel le problème de la double justification disparaît et qui jouit de la composition des dialogues. Les stratégies faisant l'objet du chapitre encore suivant ...

2.4 **Annexe :** les dialogues arénacés...

Il serait injuste pour l'histoire des idées de finir ce chapitre sans dire quelques mots de l'idée des dialogues arenacés telle que nous l'avons présentée à Riga en mai 2012, lors du *8th International Symposium of Cognition, Logic and Communication.*

En ce temps-là, la problématique philosophique de la thèse était toujours dans sa forme primitive, à savoir "trouver une théorie sans *méta* et en importer la technique", bien que nous avions pris conscience des limites de cette formulation et de ce projet. Toutefois, nous avions du mal à redéfinir le projet de cette thèse afin de transcender ces limites. Pour ne pas sombrer dans le vague-à-l'âme philosophique, nous nous étions décidé à continuer de développer les quelques pistes techniques qui fonctionnaient, malgré la disparition de leur cadre d'origine. Et donc, de travailler sans arrière-pensée spéculative à l'établissement d'un pont entre GS "à la Abramsky" et dialogique "rahmanienne".

Pour la présentation de Riga, nous voulions établir que ces deux théories produisaient toutes deux des suites justifiées, et même fournir un algorithme de traduction des unes vers les autres et réciproquement[139].

Si l'idée d'un algorithme de traduction était mauvaise, l'idée de penser les dialogues comme suite justifiée a été féconde en nous permettant de mettre en

[139]Cet algorithme existe, mais il est beaucoup moins puissant que prévu. En effet, il traduit des résultats, pas les dynamiques propres aux deux théories. Or, quand deux théories mettent l'interaction au centre de leurs préoccupations, c'est très nul d'avoir un algorithme qui ne la capture pas.

évidence les "doubles justifications" et donc a indirectement permis la formulation de la dialogique de matrices que nous verrons au chapitre suivant.

Toutefois, l'arène sous-jacente aux dialogues dialogiques n'apparaît jamais explicitement, si bien qu'on ne peut pas réellement l'exhiber comme un exemple. Mais ne pas pouvoir construire explicitement l'arène à partir d'un dialogue[140] ne signifie pas qu'on ne peut pas prouver sa présence ou du moins la compatibilité de ce dialogue avec une arène implicite, et cela uniquement à partir des règles structurelles des dialogues...

Théorème des dialogues arenacés[a]:
Quelques soient les règles des particules, les suites de coups des dialogues forment des suites justifiées concrètes.

[a] *Arenacé* signifie "qui a les propriétés du sable", et n'a qu'un rapport étymologique avec l'"arène" : l'espace de sable où l'on se tape dessus.

Pour pouvoir prouver cela, il va falloir tout simplement construire la relation de justification adéquate, et prouver que cette dernière respecte toujours les conditions précitées.

Alors proposons la relation de justification suivante :

A chaque coup du dialogue est associé deux nombres : le nombre sur la colonne extérieure du dialogue indique l'ordre dans la suite, et le second chiffre, celui de la colonne intérieure, est le nombre du mouvement qui justifie le coup donné.

Prenons un exemple :

[140] Ne serait-ce que pour des raisons d'exhaustivité : sauf dans les cas d'une extrême pauvreté, on ne jouera pas tous les coups disponibles dans un seul dialogue !

	P			**E**	
				$A \wedge B \longrightarrow A$	0
1	$A \wedge B$	0	1	A	4
3	A	2	1	$?_{\wedge\leftarrow}$	2

Ce tableau nous donne la suite $< A \wedge B \longrightarrow A, A \wedge B, ?_{\wedge\leftarrow}, A, A >$ avec la relation de justification suivante :

$$\varnothing \vDash A \wedge B \longrightarrow A$$

$$A \wedge B \longrightarrow A \vDash ?_{\wedge\leftarrow}$$

$$?_{\wedge\leftarrow} \vDash A$$

$$A \wedge B \vDash A$$

Et on vérifiera aisément que cette relation de justification vérifie tous les impératifs pour être une relation de justification concrète.

Toutefois, exemple n'est pas preuve, et nous aimons prouver !

L'idée de la preuve est de montrer que les règles structurelles de la dialogique[141] suffisent à fournir à la justification les mêmes garanties que celle des arènes : (OuV), (RaQ), (NoA).

1. **Le dialogue est une suite justifiée abstraite :** que le dialogue forme une suite de coups, cela n'est plus à prouver. La seule chose que nous devons prouver, c'est que chaque coup est justifié par un coup précédent. Or, ce qui

[141] Voir chapitre suivant pour un rappel de leur nom.

garantit qu'aucun coup ne peut être justifié par un coup suivant, se trouve dans la règle structurelle RS1 (déroulement)[142]:

Chaque coup suivant consiste à ce que l'un des interlocuteurs avance un argument. Chaque argument peut être soit l'attaque d'une affirmation précédente de l'adversaire, soit une défense vis-à-vis d'une attaque adverse précédente, le tout en fonction des règles de particule. Chaque coup est soit une attaque, soit une défense.

2. **Le dialogue respecte la règle de l'ouverture (Ouv) :** ce point est le plus compliqué philosophiquement parlant, parce que le paradigme intuitif qui englobe la dialogique n'est que saisi en partie par la dialogique, mais assez imparfaitement. En effet, il y a mille et une façons de commencer un dialogue, qui ne sont pas de poser une hypothèse comme on propose de le faire en dialogique, mais qui ne sont pas non plus de poser une question comme on le propose classiquement en sémantique du jeu. Il y a là un problème philosophique réel, celui des débuts, mais qui techniquement peut-être contourné. Si le premier geste en dialogique est de poser une hypothèse, alors il faut, suivant la règle RS1 rappelée au dessus, que cette hypothèse soit une attaque ou une défense. Or, l'hypothèse n'attaque rien (puisqu'il n'y a rien avant elle), et est justement ce qu'il faut défendre. C'est donc un coup à part.

   On doit donc considérer que l'hypothèse n'est pas un "mouvement propre" : sa spécificité étant qu'elle peut se faire attaquer comme un argument, sans être un argument en faveur d'on-ne-sait-trop-quoi. Elle initie toutefois tous les justifications qui vont suivre. Ainsi, en termes techniques, l'hypothèse

[142]Les noms des règles sont tirées du texte "Dialogique Modale (K, T, B, S4, S5)" du Rahman&Rückert [35], dont une adaptation en français par Alexandre Thiercelin et Laurent Keiff circule. Il se peut que la numérotation des règles ne coïncide pas avec l'introduction à la dialogique proposée dans le chapitre suivant.

joue un rôle similaire en matière de justification que le mouvement vide $\varnothing$ dans les arènes, et aussi étrange que cela puisse paraître, notre hypothèse sera notre $\varnothing$ de la justification, ce qui se fait attaquer lors du premier mouvement du premier joueur[143]. Le premier mouvement du dialogue est donc réalisé par l'opposant, c'est bien une attaque (=question), une attaque sur l'hypothèse ($=\varnothing - coup$) et il ne peut rien faire d'autre (n'ayant rien à défendre). On dira que c'est le **premier geste propre du dialogue** en termes de construction d'arènes, même si en termes de dialogique, le premier coup est l'hypothèse. En terme de sens, ce petit "twitch" n'est peut être pas si anodin qu'il parait, mais le rouleau compresseur technique nous permet de passer dessus.

3. **Le dialogue respecte NoA et RaQ :** on obtient ce point de RS3c[144] :

   Un joueur X peut attaquer librement un argument quelconque de Y (avec X et Y pouvant être n'importe quel joueur, mais différent : $X \neq Y$) pour autant que lui permettent les règles de particule, ou se défendre contre une attaque de Y, toujours dans la limite de ce que permettent les règles de particules.

   La première partie de RS3c garantit qu'aucun joueur ne peut s'attaquer lui-même : pas d'auto-attaque, donc pas d'autojustification sur les attaques (forme restreinte de NoA aux attaques), la seconde partie de RS3c garantit qu'une défense est une défense contre une attaque (RaQ) faite par l'adversaire (complémentaire du précédent pour avoir un NoA plein). Ainsi, si un joueur ne peut défendre que contre les attaques, et ne peut pas s'auto-attaquer, on peut aisément déduire qu'il ne peut pas se défendre contre l'auto-attaque impossible à faire : on obtient ainsi NoA complet, pas d'auto-justification.

Cette démonstration prouve que quelques soient les règles de particules, en util-

[143]Et subtilement, par cet artifice technique, on se retrouve avec l'opposant qui devient le premier VRAI joueur.

[144]En se servant de la variante RS3i, cela marche aussi...

isant la méthode d'extraction proposée, on obtient une suite justifiée concrète[145], donc le théorème est prouvé.

Ce théorème servait à l'origine à construire un algorithme de traduction entre les traces d'éxécution des sémantiques des jeux et l'écriture en dialogue de la dialogique. Bien que cet algorithme existe[146]*, il ne fonctionne que pour créer un pont entre le dialogue "fini" et l'éxécution "finie", c'est-à-dire qu'il ruine l'aspect dynamique des deux théories. Or, philosophiquement parlant, c'est cet aspect qui nous intéressait le plus. Nous n'avons donc pas continué dans cette direction.*

[145] Même si l'on connait les règles on peut sans doute trouver d'autres suites justifiées concrètes à partir d'un dialogue, exactement comme on doit pouvoir trouver d'autres règles du jeu d'échecs en observant une partie d'échecs. Ce qui nous ramènerait aux problèmes de l'induction et qui sait, peut-être même au paradoxe sceptique.

[146] Il concluait mon travail pour Riga, mais l'exposer ici exigerait que je formule bien la "trace", ce qui prendrait trop de temps pour pas grand chose.

3 Dialogique de matrices

3.1 Idée du chapitre

Le problème de la double justification proposé dans le chapitre précédent possède une interprétation formelle dans certains formalismes, dont la logique dialogique dont il sera question ici. Le but de ce chapitre est donc de donner une formulation de la dialogique qui permette de le résoudre tout en autorisant les compositions[1]. Pour ce faire, nous transformerons des règles dîtes "spéciales"[2] en règles "internes", exprimées au niveau des coups uniquement. Cette modification entraîne une reconfiguration entière du formalisme et à sa suite, modifient les notions philosophiques mises en jeu dans ce système logique et dans ses interprétations.

Ce chapitre se présente donc en trois parties :

1. Une présentation du cadre dialogique orientée vers la présentation du problème de la double justification.

2. Une interprétation argumentée de ce cadre en termes de matrices : les formules plus ou moins calquées sur la lecture linguistico-mathématique du langage sont remplacées par un concept emprunté à la *game semantic*, celui de position. Nous montrons que les positions adéquates pour le cadredialogique sont les matrices de formules 2*2.

[1] Nous préparons déjà la composition de stratégies, dont il sera plus question au chapitre 4.
[2] Voir plus bas

3. Une synthèse philosophique des nouvelles perspectives offertes par cette méthode.

Vous pouvez trouver un exposé plus synthétique et moins problématisant dans notre article [5].

3.2 La logique dialogique

3.2.1 Le cadre général

La dialogique est un cadre formel pour la logique inspirée par les travaux de Paul Lorenzen à la fin des années 50 puis développé par Kuno Lorenz.

Une manière "naturelle" et intuitive mais quelque peu simplificatrice, anti-historique, de comprendre l'émergence de ce cadre serait d'expliquer qu'après l'apparition de la logique moderne et du calcul de prédicat, destinée d'une part à automatiser la démonstration mais d'autre part à éclaircir le langage, on s'est rendu compte que le langage ne fonctionnait pas qu'en monologue. En effet, le processus du calcul est souvent vu comme une activité "solitaire" par excellence; on imagine difficilement plusieurs personnes travaillant sur un seul calcul (bien que cela s'est vu). Mais une argumentation, elle, est par contre une activité sociale "par excellence" : on n'argumente pas pour soi-même, au mieux on prépare une stratégie d'argumentation pour les autres. C'est donc dans cet interstice entre la preuve calculatoire, le calcul des vérités (logique mathématique), et la théorie de l'argumentation plus proche des sciences humaines (voire de la rhétorique) que nait l'idée de dialogique.

Cette présentation toutefois cacherait des vrais problèmes techniques de la logique intuitionniste, des questionnements sur l'articulation entre les procédures opératoires de cette logique et le niveau épistémique[3].

[3]Il n'est pas aussi évident que cela de trouver des ouvrages sur l'histoire "contemporaine" de la dialogique qui ne soient pas en même temps des ouvrages techniques. On peut toutefois lire

3.2.2 Les deux niveaux de règles

Règles des particules

Une des particularités du cadre dialogique est de remplacer la sémantique "dénotationnelle", c'est-à-dire une théorie du sens qui projette le sens des expressions et des opérations en externe via une théorie de la dénotation[4], par une sémantique "opérationnelle", où le sens est généré en interne par des paires de mouvements : un challenge et une défense. Ainsi, le sens[5] d'un opérateur logique, c'est qu'il peut être mis en question d'une certaine manière, mise en question à laquelle on peut répondre d'une certaine manière. Ces paires **challenge/défense** ou encore parfois **question/réponse**, sont appelées **règles des particules** et forment ensemble le niveau "local" de la compréhension du sens. Il existe bien sûr de nombreuses paires de règles de particules, interprétant ou réinterprétant différemment les différents opérateurs logiques, permettant de décrire en terme d'interactions dialogiques[6] les logiques particulières.

Pour cette présentation[7], nous avons choisi de nous concentrer sur l'ensemble

Schröder-Heister[39], Rahman&Keiff[34]. Un historien peut tirer profit aussi des ouvrages et articles qui rattachent les travaux en dialogique avec les grandes traditions philosophiques comme Marion&Rückert [26].

[4]Pointeurs, Oracle... L'idée générale de ces sémantiques, c'est que le sens n'est pas contenu à l'intérieur du formalisme mais dans "un extérieur" plus ou moins défini. Certains diraient, le "réel".

[5]On peut se demander le rapport avec le slogan "le sens est produit par les stratégies". Il faudrait alors différencier le sens des opérateurs logiques et le sens de l'intéraction. La spécificité de la dialogique est de pouvoir définir le sens de ses opérateurs sans se référer à un calcul sur la valeur de l'intéraction. Pour le dire autrement, elle évacue les "tables de vérité", cette évacuation était un prérequis pour que les stratégies puissent être autre chose que des calculs qui ne disent pas leur nom.

[6]J'ajoute l'adjectif "dialogique" pour spécifier le terme "interaction", qui est devenu un fourre-tout inexpugnable. Quand on fait fonctionner différentes mécaniques internes entre eux, on parle d'interactions. Quand on utilise des interfaces avec l'extérieur, on parle aussi d'interactions. Notre temps déteste tout ce qui pourrait lui rappeler l'immobilisme et ou encore la faiblesse (force = masse * vitesse). Cela influence notre vocabulaire. Nous n'avons plus d'idées, nous avons des idées-forces (...)

[7]L'extrême vivacité des recherches en dialogique rend difficile de trouver un ouvrage d'introduction qui soit "à jour". Le livre *How to play dialogues : an introduction to dialogi-*

suivant de règles de particules, servant à décrire la **logique classique**. En voici la table :

Asser.	$X - A \wedge B$	$X - A \wedge B$	$X - A \vee B$	$X - A \longrightarrow B$	$X - \neg A$
Chall.	$Y-?\wedge_L$	$Y-?\wedge_R$	$Y-?\vee$	$Y-?[A]$	$Y-?_\neg[A]$
Def.	$X-!_\wedge[A]$	$X-!_\wedge[B]$	$X-!_\vee[A]$ $X-!_\vee[B]$ *X choisit.*	$X-!_\rightarrow[B]$	

Utter.	$X - \forall x f(x)$	$X - \exists x f(x)$
Chall.	$Y-?\forall x/c$	$Y-?\exists$
Def.	$X-!_\forall[f(x/c)]$	$X-!_\exists[f(x/c)]$ *X choisit.*

Et voici les instructions pour lire une telle table :

1. Chaque colonne décrit le comportement de chaque connecteur logique spécifique, c'est-à-dire comment un joueur peut interroger ou défendre une formule. La première ligne, *Assertion*, indique la forme de la formule prérequise. La seconde ligne *Challenge* donne la forme de l'interrogation et finalement, la troisième donne la forme de la défense. Les entrées dans chacune des cellules sont exprimées ainsi : <*joueur* −*marqueur de force* [*formule*]>. Le *joueur* est donné par **X** ou **Y**, chacun pouvant correspondre au proposant ou à l'opposant, avec toutefois toujours cette réserve : **X**≠**Y**. Le *marqueur de force*[8] indique si le mouvement est un challenge *?* ou une défense *!*. La

cal logic [36] de 2011 est sans doute le plus progressif et le plus complet, mais il ne contient pas le dispositif important des rangs de répétition, qui est introduit en 2013 par Nicolas Clerbout dans sa thèse [7] et dans son article [8].

[8]L'absence de marqueur, dans la ligne des *assertions* indique que l'origine de la formule n'a aucune importance. Que la formule ait été assertée pour défendre ou bien pour attaquer une autre formule, cela n'a aucune importance.

formule donnée entre crochets [9] doit être donnée/assertée/concédée par le *joueur* pour effectuer le mouvement.

2. L'information importante de la première colonne est son connecteur principal. Par exemple, première ligne première et deuxième colonnes, nous avons *Asser.* $X - A \wedge B$, cela signifie que le joueur X doit avoir joué $A \wedge B$ quelque part dans le dialogue avant de pouvoir jouer un des deux challenges suivants. Pour notre exemple, nous choisissons **X**=**P**.

3. La seconde ligne indique comment la formule de la première ligne peut être interrogée. Dans notre exemple, **Y** devra être l'opposant (l'autre joueur). Il dispose de deux possibilités : $?\wedge_L$ ou bien $?\wedge_R$. La différence entre ces deux coups se trouvera dans la ligne suivante.

4. La troisième ligne indique la défense que le joueur peut opposer au challenge de son partenaire. Continuons notre example : si l'opposant avait choisi $?\wedge_L$, le proposant lit la ligne $Y - !_\wedge[A]$ dans la table des règles de particules, et sait désormais qu'il a à défendre son assertion en soutenant/assertant A, s'il le peut !

5. Chaque coup accompagné d'une formule entre crochet exige de vérifier la possibilité d'assertion de ladite formule. Par exemple, dans un **dialogue formel** (c'est-à-dire sans RS5[10]), chaque joueur peut asserter n'importe quelle formule, atomique ou non. Mais toutefois, dès qu'on introduit RS5, nous introduisons une restriction asymétrique dans les assertions... Dans notre exemple, avec RS5, pour $X - ! \wedge [A]$ avec $X = P$, le proposant doit asserter A

[9] L'absence de formule entre crochets signifie juste qu'aucune formule n'est requise pour ce mouvement.

[10] Voir plus bas, dans les règles structurelles.

pour défendre **pour cela**, il doit copier/dupliquer[11] un usage précédent de la formule A fait par l'opposant.

6. La ligne "X choisit" signifie que le challenge peut recevoir différentes réponses, laissées au choix du joueur défié. Ces défenses sont différentes, et on pourrait les distinguer plus au niveau de l'écriture : par exemple, nous pourrions écrire $!\wedge_L$ et $!\wedge_R$ (L pour gauche/left, R pour droite/right).Toutefois, comme seule la formule assertée apparaîtra dans le dialogue, cette distinction est ici superflue.

Le dialogue commence avec une formule donnée par le proponent. Cette initialisation peut être pensée comme un "mouvement spécial", appelée la **thèse** et portant le label 0. Si nous la lisons ainsi, comme un coup, alors il faut assumer que ce coup n'est ni une défense, ni une requête. On pourrait ainsi l'introduire dans les tables avec ce formalisme : $P - [formula]$, sans aucun marqueur de force.

Règles structurelles

Il existe toutefois un autre niveau, que nous appelons "le niveau global", qui gouverne le déroulement du jeu, indépendamment du fonctionnement des particules. Les règles qui dirigent ce niveau s'appellent des "règles structurelles". Si nous souhaitons faire une comparaison bien usuelle avec le jeu d'échecs, les règles des particules expliquent comment chaque pion peut se déplacer : par exemple, le pion peut avancer d'une case dans une case inoccupée ou peut capturer une pièce adverse qui lui fait face diagonalement, c'est-à-dire une case en face de lui, mais dans une colonne adjacente. Par contre, une règle structurelle pourrait être la

[11] "Copy-cat" est d'un usage si répandu en anglais qu'on l'utilise directement comme verbe pour désigner l'action : "suivre une stratégie de duplication". En toute rigueur, "copy-cat strategy" se traduit par "stratégie de duplication", c'est-à-dire créer un double, ce qui est plus fort que la simple copie dans le langage informatique, où l'on connait le fameux "copier puis coller". Il est donc insuffisant de traduire "copy-cat strategy" par "stratégies de copies". D'où le choix du verbe "dupliquer". En argot de logicien, on a aussi "copy-catter" ...

suivante : "le joueur blanc commence en premier", ou encore, l'alternance des joueurs, c'est-à-dire que chaque joueur joue un coup l'un après l'autre, ou encore "l'interdiction de passer son tour"[12].

1. **Règle de départ (RS1s):** La partie commence avec une assertion faite par le proposant. Cette assertion n'est ni une question, ni une réponse.

2. **Règle de l'alternance (RS1a):** Les coups sont joués alternativement par les joueurs **P** et **O**. Ces coups doivent être soit des questions/challenges, soit des réponses/défenses.

3. **Règles de victoire (RS2):** **X** gagne la partie si **Y** ne peut plus jouer aucun coup à son tour (aucune question ni réponse disponible).

4. **Règle de l'opportunité classique (RS3c) :** **X** peut attaquer/questionner n'importe quelle assertion faite par le joueur **Y** ou défendre contre n'importe quel challenge/répondre à une question faites par **Y**, *en respectant, bien sûr, les règles des particules.*

Ces règles sont les 4 règles structurelles "régulières". Elles sont entièrement indépendantes des règles de particule et nous pouvons modifier ces dernières sans modifier le niveau global de la compréhension. Pourtant, ces règles mises ensemble

[12]Bien qu'il y a eu un progrès dans la rédaction des règles de jeu et que désormais, on la considère comme redondante. En effet, si un tour, c'est jouer un ou plusieurs coups et si "passer son tour" n'est pas dans la liste de coups, on considère qu'il n'y a pas lieu d'ajouter une règle spéciale pour l'interdire. Alors quelle était la fonction de cet interdit ? En quelque sorte, on peut considérer qu'autoriser à passer son tour est une sorte du Cinquième Amendement du Jeu de Société : *"No one shall be compelled in any criminal case to be a witness against himself"*, qu'on interpréterait ainsi : "Personne ne sera obligé de jouer contre lui-même". Si tous les coups proposés par les règles me font perdre l'avantage, alors j'ai bien envie de passer mon tour. Eh bien ce n'est généralement pas possible, *no fifth amendment in this game.* Aux échecs, la situation où tous les coups me conduisent à me faire prendre mon Roy s'appelle "échec et mat". Dans d'autres jeux, on peut retirer cette possibilité en mettant une action "faible" mais sans risque : on veut absolument éviter qu'un joueur se retire de la partie en passant tous ses tours parce qu'il est persuadé d'avoir gagné !

ne suffisent pas à capturer tous les aspects dynamiques des logiques, bien que ce que les philosophes appellent "aspect dynamique" ne reçoit pas jamais une définition très propre. Je soupçonne d'ailleurs que les mathématiciens et les philosophes ne parlent pas exactement à la même chose quand ils pensent se comprendre dans ces discussions. Grossièrement, le thème de la dynamique amalgame de nombreuses notions dont l'**irréversabilité** d'un processus logique (on ne peut pas invoquer l'entropie logique comme on invoquerait l'entropie physique en thermodynamique!) Certaines irréversabilités nécessitent une connexion entre le niveau local des règles de particules et le niveau global des règles de structure.

Exemple

Considérons un premier cas simple, en partant de la thèse suivante $(A \wedge B) \longrightarrow A$, défendue naturellement par le proposant. Nous allons étudier les différentes possibilités pour chaque joueur après chaque mouvement et nous supposerons un usage libre dans l'emploi des formules atomiques. Plus tard, nous introduirons des restrictions supplémentaires.

Le proposant commence par énoncer sa thèse :

$$P - [(A \wedge B) \longrightarrow A]$$

qu'on pourrait lire ainsi : "A et B entraîne A" ou bien "Si A et B, alors A".

La règle d'alternance (RS1a) indique que c'est désormais au tour de l'opposant. Ce dernier a l'opportunité d'interroger cette thèse (RS3c) mais pour ce faire, il doit jeter un oeil à la table des règles de particules. Il voit que le connecteur principal de cette formule est $\longrightarrow$, il consulte donc la colonne de $\longrightarrow$ et lit que pour jouer

son challenge, il doit asserter l'antécédent : $(A \wedge B)$. Ce qu'il s'empresse de faire et désormais, voici ce à quoi ressemble le dialogue :

$$P - [(A \wedge B) \longrightarrow A]$$

$$0 - ?_{\rightarrow}[A \wedge B]$$

C'est désormais le tour du proposant. Il dispose de trois possibilités : il peut se défendre contre le défi précédent, ou interroger la nouvelle formule que l'opposant vient juste de concéder. Il peut attaquer cette formule de deux manières différentes mais pour simplifier notre exposé, nous les traiterons sur la même ligne. Nous n'aurons donc que deux cas, celui de la défense et ceux de la contre-attaque.

1. On écrit ainsi l'assertion de A qui permet de relever le défi de l'opposant.

$$P - [(A \wedge B) \longrightarrow A]$$

$$O - ?_{\rightarrow}[A \wedge B]$$

$$P - !_{\rightarrow}[A]$$

Après cela, l'opposant n'a aucun nouveau mouvement à entreprendre : le proposant a utilisé une formule atomique qui ne peut être interrogée et mise en question. Si nous avons autorisé des répétitions, les joueurs devront reprendre ...

2. Si le proposant était empêché d'une quelconque manière de répondre directement (par exemple, avec une restriction sur l'usage des formules atomiques), il pourrait demander à avoir la partie droite ou la partie gauche de la conjonction :

$$P - [(A \wedge B) \longrightarrow A]$$

$$O - ?_{\rightarrow}[A \wedge B]$$

$$P{-}?_{\wedge L} \quad ou \quad P{-}?_{\wedge R}$$

Admettons qu'il ait choisi d'exiger la partie gauche . L'opposant doit désormais défendre contre ce challenge.

Pour se défendre contre $?_{\wedge L}$, le proposant doit asserter la formule qui est à la gauche du $\wedge$, c'est-à-dire, la formule atomique A. Cela aurait pu être une formule complexe, mais non, c'est une simple formule atomique, A, dans un cadre où l'usage de telle formule est complètement libre. Donc, il peut juste se contenter d'écrire cela :

$$P - [(A \wedge B) \longrightarrow A]$$

$$O{-}?_{\rightarrow}[A \wedge B]$$

$$P{-}?_{\wedge L}$$

$$O{-}!_{\wedge}[A]$$

Le proposant dispose de deux choix désormais, mais ce ne sont pas de nouveaux choix : il peut juste explorer les possibilités précédentes. Il peut toujours défendre contre le premier challenge/répondre à la première question de l'opposant ou bien il peut explorer "l'autre côté" de la conjonction $\wedge$, ou bien encore s'acharner sur le même côté (après tout, nous n'avons mis aucune restriction). Imaginons qu'il décide d'explorer l'"autre côté" de la conjonction, voilà ce que serait la séquence après ces mouvements ...

$$P - [(A \wedge B) \longrightarrow A]$$

$$O{-}?_{\rightarrow}[A \wedge B]$$

$$P{-}?_{\wedge L}$$

$$O{-}!_{\wedge}[A]$$

$$P{-}?_{\wedge R}$$

$$O{-}!_{\wedge}[B]$$

$$P{-}!_{\rightarrow}[A]$$

Comment représenter un dialogue ?

Nous ne représentons pas le dialogue sous la forme d'une séquence de coups comme dans l'exemple précédent, mais sous la forme d'un double tableau, avec 2 fois 3 colonnes :

	Opposant	
Rang	*Coup*	*ChR*
	...	

	Proposant	
ChR	*Coup*	*Rang*
	...	

où *Rang* désigne le rang de ce mouvement dans la séquence de mouvement et *ChR* désigne le rang du mouvement interrogée ou défié par un challenge (et cela bien sûr uniquement si le mouvement dans la colonne central correspondante est un challenge). Cette représentation suit quelques conventions élémentaires :

1. Chaque mouvement doit être placé dans la colonne central du joueur l'ayant joué. Nous n'écrivons pas les mouvements comme ils sont données dans la table des règles de particules, mais sous une forme réduite. La disposition de la formule dans le double-tableau fournit les informations manquantes.

2. La formule réduite du mouvement est la formule entre crochets qui a été assertée pour effectuer le mouvement. Si le mouvement n'a aucune formule entre crochets, c'est le marqueur de force ainsi que le connecteur concerné et les éventuels choix[13] qui sont mis dans le dialogue. Par exemples, la forme réduite de $O{-}!_{\wedge}[A]$ est A et la forme réduite de $P{-}?_{\wedge R}$ est $?_{\wedge R}$.

[13]Par exemple, le L et le R dans le cas $?_{\wedge L}$ ou de $?_{\wedge R}$.

3. Chaque fois qu'un joueur interroge une formule, il met ce challenge dans une nouvelle ligne, cela ouvre en quelque sorte un nouvel échange. Il doit en plus indiquer le rang de la formule qu'il interroge dans la colonne ChR correspondante, dans le but de garder une trace, pour un éventuel suivi...

4. Chaque fois qu'un joueur défend face à un challenge, cette défense est mise dans la ligne que le challenge, mais du côté du défenseur[14], en face en quelque sorte.

Ainsi, si nous reprenons la dernière séquence de mouvements de l'exemple précédent et que nous le mettons sous la forme d'un dialogue, nous obtenons ceci :

	Opponent	
1	$A \wedge B$	0
3	A	
5	B	

	Proponent	
	$(A \wedge B) \longrightarrow A$	0
	A	6
1	$\wedge_L$	2
1	$\wedge_R$	4

3.2.3 Règles "spéciales"

Pourquoi des règles sont dites spéciales ?

Une règle est dîte **spéciale** quand elle interdit/autorise dans certaines circonstances globales du jeu l'usage d'un coup qui d'un point de vue local serait possible/impossible.

Pour prendre l'exemple des échecs, un pion a un ensemble de règles qui gère son déplacement : à savoir qu'il avance d'une case et qu'il prend les pions adverses en diagonale vers l'avant. Ce sont ses règles **régulières**. Il dispose toutefois

[14] Si nous autorisions les défenses multiples, cette convention devrait être modifiée.

de **règles spéciales**: à savoir la possibilité d'avancer de deux cases lors de son premier mouvement et pour contrer cela, de la "prise en passant". Ces règles ne peuvent pas être définies uniquement au niveau local : elles exigent d'introduire des références sur le cadre global du jeu, à savoir "le pion n'a pas **encore** bougé" ou bien "un pion **vient juste** de faire une avancée de deux cases dans une colonne adjacente". Nous aurions pu aussi parler du roque, grand ou petit, qui est aussi une règle spéciale, ainsi que la règle du *pat* qui régit les parties nulles[15]. Ce sont toutes ces règles qui expliquent d'ailleurs que les pièces et l'échiquier ne suffisent pas à faire un "bon plateau" dans le sens développé dans le chapitre précédent : pas assez de distinction !

Ces règles "spéciales" commandent une distinction entre les **coups possibles** et les **coups légaux**, qu'on peut formuler ainsi :

1. Un coup est **possible** en vertu des règles de particules ...

2. mais un coup est **légal** s'il est possible et qu'aucune règle "spéciale" ne l'empêche.

Cette distinction toutefois ne sert qu'à décrire un tout petit échantillon de jeux, car elle suppose que les seules règles "spéciales" servent à interdire dans certaines circonstances des coups possibles en vertu des règles de particules, or nous venons de voir avec l'exemple des échecs que les règles spéciales servent aussi à autoriser des coups "impossibles".

[15]On peut la formuler comme une règle structurelle qui dit combien de fois on doit répéter la même situation pour que cela soit un *pat*. Une seconde définition du *pat*, c'est de déclarer nulle une partie où il ne reste plus aucun mouvement qui ne suicide pas son Roy **sans être en échec**, ce qui devient une règle spéciale (notons aussi que cette formulation du pat est une forme de 5ème amendement pour les échecs)...

L'existence de telles règles est problématique, si problématique qu'on la cache le plus souvent sous le tapis. D'ailleurs, ni l'existence de "règles spéciales", ni le terme "règles spéciales" pour les désigner, ne fait l'unamité dans la littérature consacrée à la logique dialogique. Que faire de la thèse de la séparation entre deux niveaux de règles, si on tolère en même temps un groupe de règles "spéciales" régulant les intéractions entre ces deux niveaux ? C'est le fameux coup de la trinité, où l'on distingue clairement deux entités, ici des niveaux de règles, puis où l'on invoque un tiers qui vient troubler les cartes et réunir par miracle ce qu'on avait pris soin de séparer[16].

Pour éviter cela, l'analyse dialogique classique affirme, de manière bien péremptoire selon nous, qu'il ne s'agit là pas de règles spéciales mais bien de règles structurelles. D'un point de vue notation, remarquons que c'est bien pratique : on garde RS à chaque fois. D'un point de vue structurel, on argumente de la sorte : bien qu'elles soient formulées pour des raisons pratiques, comme des interdictions de coups dans certaines circonstances, les règles suivantes[17] effectuent **en fait** une restriction sur l'ensemble des jeux possibles quand on étudie le dialogue, elles définissent donc bien une structure et n'interfèrent pas avec les règles de particules, puisque qu'au moment même où l'on applique lesdites règles, les parties "illégales" ont déjà été éliminées du champ des possibles. On n'interdit donc pas réellement un coup possible de se produire, on évacue *a priori* la situation où ce possible s'actualise. Ce n'est pas vraiment une interdiction qui se passerait sur un plan "juridique"; c'est une manipulation "métaphysique" du monde pour qu'il exclut des scénarii à notre place.

[16] On pourrait éviter l'analogie trinitaire si cette dernière n'avait pas été usée par Girard pour illustrer le rôle du *méta*. Naturellement, ce n'est qu'une métaphore, mais c'est une métaphore qui nous interpelle sur une forme de résolution des oppositions faible (voire magique) mais toutefois, courante.

[17] Celles dîtes "spéciales" ici mais qui sont dites "structurelles".

Cet argument tient la route, même s'il coûte très cher et qu'il ne résout pas tous les problèmes. En effet, d'une part, il fait la supposition déjà mentionnée de règles spéciales uniquement restrictives. D'autre part, nous le verrons plus tard, cette manière de faire va produire le problème de la double justification en dialogique et c'est finalement la résolution de ce problème technique là qui sera plus important et plus déterminant que la discussion sur le statut de RS4 et RS5.

RS4 et RS4' : règles de non-répétition et non-repetition stricte :

Une façon d'incorporer quelques notions de progrès dans les dialogues est d'interdire la répétition de certains mouvements. De telles restrictions préviendraient l'apparition de certains **cercles vicieux**[18], quand un joueur choisirait de répéter toujours le même challenge, auquel l'autre répondrait toujours de la même façon, exactement comme on l'entend parfois dans des querelles d'enfants[19]. Nous pouvons formuler une telle interdiction de la sorte :

Règle de non-répétition (RS4): Une formule ne peut être interrogée ou défendue qu'une seule fois.

L'application de cette loi, toutefois, a pour conséquence non-désirée que le proposant n'arrive pas à gagner certains dialogues sur des tautologies qui nous

[18]Et on sait bien que le **cercle vicieux** apparaît comme une forme déchue, dégénérée du dynamisme, un dynamisme vain et qui ne va dans aucune direction, un dynamisme qui serait l'équivalent à un immobilisme qui ne dit pas son nom.

[19]"C'est lui qui a commencé - Non c'est toi - Non c'est toi !..." et ça n'en finit pas. Remarquez que la loi utilisée dans cette joute verbale, c'est celle qui autorise à attaquer une affirmation directement par une autre affirmation qui l'exclut, sans aucune restriction sur l'affirmation utilisée pour interroger l'adversaire. En quelque sorte, c'est une forme d'attaque qui se moque complètement de ce que l'autre pourrait avoir à dire pour sa défense, qui ignore l'autre enfant, et qui méprise aussi bien les faits que le pauvre parent qui fait l'erreur de chercher à démêler l'histoire.

tiennent vraiment à coeur[20]. Considérons donc par exemple le *Modus Ponens*, $(A \wedge (A \longrightarrow B)) \longrightarrow B$. On aimerait bien avoir cette formule qui dit "Si j'ai "A entraîne B" et que j'ai "A", je peux déduire B". Voyons ce que cela donne avec (RS4)[21]:

	O			P	
				$(A \wedge (A \longrightarrow B)) \longrightarrow B$	0
1	$A \wedge (A \longrightarrow B)$	0			
3	A		1	$?\wedge_L$	2
				lost	

$?\wedge_L$-tentative

	O			P	
				$(A \wedge (A \longrightarrow B)) \longrightarrow B$	0
1	$A \wedge (A \longrightarrow B)$	0			
3	$A \longrightarrow B$		1	$?\wedge_R$	2
				lost	

$?\wedge_R$-tentative

Ces deux tentatives échouent pour deux raisons différentes : la tentative $?\wedge_L$ se solde par un échec pour le proposant car il n'a pas le droit d'interroger à nouveau le mouvement (1), il perd la tentative $?\wedge_R$ car il ne peut pas réutiliser/dupliquer/asserter/copy-cater A[22], formule atomique requise pour interroger le mouvement (3), $A \longrightarrow B$. Dans l'état, le proposant ne peut pas gagner le *modus ponens* ...

[20] A ce point-là de la présentation, le lecteur qui découvre entièrement le cadre dialogique doit être perdu. En effet, nous n'avons pas encore établi rigoureusement les liens entre "gagner un dialogue" et des notions sémantiques comme la vérité. Nous invitons donc le lecteur à continuer sa lecture, quitte à revenir en arrière par la suite.

[21] Conjointement avec (RS5), voir plus bas.

[22] Voir en dessous, la règle formelle (RS5).

Nous pouvons donc rechercher une manière d'affiner la règle de répétition avec une seconde règle moins restrictive : **la règle de non-répétition stricte (RS4')**.

Avant tout, donnons une définition de strict et de non-strict pour une répétition :

Soient M et M' deux mouvements du dialogue Δ. Nous disons que M' est une **répétition** de M si et seulement si il existe un mouvement N tel que $b(M) = r(N)$ et $b(M') = r(N)$ et que $r(M) < r(M')$[23]. Si M et M' sont des ?-mouvements, M' est la répétition d'un challenge, et respectivement, avec un !-mouvement, nous avons une répétition d'une défense.

De plus, si M' est une répétition de M et que M' utilise la même règle de particule que M, alors M' est une **répétition stricte** de M. Il est donc important de considérer que les seuls cas où nous pouvons avoir des répétitions non strictes sont ceux où les règles autorisent un choix entre plusieurs règles de particules[24]. Dans l'ensemble des règles de particules que nous considérons, nous constatons que les **répétitions non-strictes** peuvent apparaître au niveau des challenges $?\wedge_L$, $?\wedge_R$ et $?\forall x/c$ ou des défenses $!\vee_L$, $!\vee_R$ ou sur $!_\exists$.

Avec ces définitions, nous pouvons désormais formuler la règle :

Règle de la non-répétition stricte (RS4'): Un mouvement ne peut pas être une stricte répétition d'un mouvement précédent.

Désormais, remplaçons (RS4) par cette nouvelle règle (RS4'), et constatons,

[23]C'est-à-dire que les deux mouvements se réfèrent au même mouvement tiers. Pour le dire autrement, M et M' sont des attaques sur le même coup, ou des défenses sur la même attaque. Naturellement, c'est le coup qui arrive le plus tard dans la partie qui est dit être la répétition du premier.

[24]Par simplification, nous mettons parfois les choix dans une seule règle, comme par exemple dans le cas des quantificateurs. On pourrait en effet décliner les multiples manières de questionner un quantificateur universel $\forall x$ en autant de règles, autant qu'il y a d'éléments dans le domaine, donc généralement, ça fait une petite infinité. L'universel, c'est large.

Shazaam, que le proposant peut désormais gagner le dialogue du *Modus Ponens* :

	O	
1	$A \wedge (A \longrightarrow B)$	0
3	$A \longrightarrow B$	
5	A	
7	B	

	P	
	$(A \wedge (A \longrightarrow B)) \longrightarrow B$	0
	B	8
1	$?\wedge_R$	2
1	$?\wedge_L$	4
3	A	6

Victoire du proposant !!!![25]

Une approche plus moderne : les rangs de répétition

Les travaux les plus récents, tellement récents qu'ils n'étaient pas encore publiés lors des premiers projets de cette thèse, menés par Nicolas Clerbout dans [7] et [8], ont jeté une toute nouvelle lumière sur la question de la répétition dans les jeux dialogiques. De plus, les résultats qu'il obtient dans la sémantique suffisent à rendre presque obsolète l'"ancienne manière de faire".

Son approche consiste à transférer la responsabilité de la répétition non pas sur une règle formelle, que ce soit **RS4** ou bien **RS4'**, mais sur un système plus proche d'un jeu d'annonce, tel qu'on peut en trouver par exemple au Tarot ou dans certaines versions de belote : chaque joueur annonce au préalable de la partie le nombre de répétitions de coups qu'il s'accorde. Cette annonce prend la forme de deux coups supplémentaires (une annonce pour chaque joueur) qui vont se placer juste après l'assertion de la thèse par le proposant. L'opposant déclare un rang de répétition (on note ce coup $(n := r_O)$ avec $n \in \mathfrak{N}^*$), puis suivant la règle de

[25] Nous pourrions échanger l'ordre des challenges $?\wedge_R$ et $?\wedge_L$, sans que cela ne modifie le résultat final.

l'alternance, c'est au proposant de déclarer son rang ($(m := r_P)$ avec $m \in \mathfrak{N}^*$).

L'effet de ces rangs est ensuite implémenté au niveau structurel par une règle qu'on pourrait appeler **(RS4")**[26], "Règle de répétition limitée" :

Règle de la répétition limitée (RS4"): Une formule ne peut être interrogée ou défendue par un joueur X plus de fois que le rang r_X qu'il a choisi[27]

A notre niveau d'analyse, cette répétition limitée permet d'englober la règle (RS4) qui correspond à un choix de répétition 1 de la part des deux joueurs; pour un autre choix, on arrive à capturer les mêmes avantages que la répétition "non-stricte" sans le côté téléguidage de cette dernière. Le coût se paie en faisant une exception définitive à la classification de tous les coups en attaque et en défense[28], et en reforçant l'importance de la dimension stratégique (ce qui, dans notre approche, n'est pas exactement un coût).

RS5 : Règle de duplication :

L'autre règle spéciale se concentre sur les autorisations de donner les formules atomiques. Ces formules atomiques requièrent une attention toute particulière dans l'analyse logique, car elles représentent la base de l'économie logique, puisque que ce sont les "porteurs de vérité" de base et par là, ce sont à partir d'eux qu'on

[26]Bien que ce terme n'apparaisse pas explicitement dans les travaux de Nicolas Clerbout, qui fait le choix de réunir les règles $RS3c$ (ou sa version intuitionniste qu'on appelle parfois $RS3i$) et cette version de $RS4$ dans une seule règle appelée **Règle de développement classique**.

[27].

[28]On pourrait dire que le dialogue se déroule en deux phases : une phase de qualibrage où l'on se met d'accord sur les règles et sur l'objet du débat (ce qualibrage prend la forme d'annonce); une seconde phase où l'on joue en respectant ses annonces et où cette dualité question/défense est valable. Je me demande à quel point tous les choix contenues dans les règles structurelles ne seraient pas transcriptibles en un tel jeu d'annonces. Je me demande aussi si on y gagnerait quelque chose ...

fabrique les valeurs de vérité des propositions[29]. Dans ces conditions-là, le contrôle des formules atomiques est le véritable enjeu des interprétations sémantiques des logiques compositionnelles.

Dans ces "guerres" pour le sens, les joueurs ne sont pas égaux : le proposant doit défendre sa thèse, l'opposant doit déjouer cette défense et ils ne partagent pas la même "charge de la preuve"[30] En logique dialogique, le proposant n'a aucune "arme" atomique (aucune formule atomique disponible) : sa ligne d'argumentation est indirecte. Le proposant doit copier les formules atomiques déjà utilisées par l'opposant auparavant, à un moment quelconque mais antérieur dans l'histoire du dialogue. L'opposant, lui, peut utiliser toutes les formules atomiques qu'il souhaite, mais il ne doit pas **abuser de ce droit** car il ne peut révoquer les formules déjà utilisées : il est engagé. Si l'opposant peut utiliser toutes les formules atomiques qu'il souhaite, il ne peut pas interdire au proposant le droit de les réutiliser.

Nous formulons cette idée de la sorte :

Règle de duplication : (RS5) Le proposant ne peut pas introduire une nouvelle formule atomique et ne peut que dupliquer[31] une formule atomique déjà assertée par l'opposant précédemment dans l'histoire du dialogue.

On appelle **conditions d'assertabilité** toutes les conditions liées à la possi-

[29]La plupart des logiques que nous exploitant sont compositionnelles, c'est-à-dire que la vérité des formules complexes est déterminée par celle de ses éléments plus simples, voire de ces éléments les plus simples, à savoir ce qu'on appelle les formules atomiques.

[30]La notion de "charge de la preuve" est très importante et thématise toutes les questions autour de "qui doit prouver quoi ?" Dans un dialogue dans le langage naturel, nous nous attendons que chacun défende ses affirmations, auxquelles il doit croire. Mais un accusateur ou un sceptique n'est pas engagé à défendre des affirmations, il doit contrer l'argumentation de l'autre et n'est pas engagé à croire aux objections qu'il formule. Il teste la solidité des affirmations de l'autre.

[31]La traduction de *copycat* déjà discutée.

bilité d'asserter ou non une formule atomique. Quand on demande de vérifier ces conditions, on ne demande pour ainsi dire rien à l'opposant. Mais au proposant, on demande de vérifier s'il peut effectivement dupliquer une assertion antérieure de cette même formule atomique par l'opposant.

3.2.4 Dialogue & Parties

Une **partie classique formelle** pour une formule donnée est une séquence de coups usant l'**ensemble des règles de particules pour la logique classique**, ayant pour hypothèse la formule donnée et respectant les règles structurelles suivantes : RS1s, RS1a, RS2, RS3c and RS4'.
Une **partie classique** respecte cette règle supplémentaire : RS5.
Un **dialogue** (ou jeu dialogique) pour une formule donnée est l'ensemble des parties qu'on peut jouer en prenant cette formule comme hypothèse. Les adjectifs qui qualifient les parties s'appliquent aussi au dialogue : un dialogue peut donc être dit formel, ou non, classique ou non, etc etc

3.2.5 Outils techniques supplémentaires

Pour suivre les progrès des parties, nous introduisons quelques outils techniques supplémentaires, servant à rendre plus intelligibles les règles formulées. Pour bien les concevoir, encore faut-il savoir quelles sont les informations qu'il faut suivre :

1. Chaque coup m est associé à un rang, $r(m)$, égal à son rang dans la séquence de coups moins 1 (le rang de la thèse du proposant est donc 0). Comme conséquence directe de l'alternance des joueurs, nous avons la situation suivante : *rang pair = coup du proposant, rang impair = coup de l'opposant.*

2. A chaque coup est associée une nature : *challenge/question* ou *défense/réponse*[32]. Le plus souvent, les conventions d'écriture suffisent à capturer cette information. Toutefois, dans certains cas[33], les auteurs font le choix de la simplicité et laissent au lecteur le soin de déterminer tout seul de quoi il s'agit. On peut toujours y parvenir, à condition de disposer du dispositif suivant :

3. Une fonction de poursuite (**backtrack**) b, qui à chaque coup m associe le rang du coup sur lequel nous sommes en train de jouer (la référence). Autrement dit, si m est un challenge, le coup de rang $b(m)$ contient une assertion qui est mise à l'épreuve et si m est une défense, le coup de rang $b(m)$ doit être un challenge.

Ainsi, pour chaque coup m dans une partie, nous avons un triplet $< r(m), N, b(m) >$ où $r(m)$ est le rang de ce coup, rang qui donne l'identité du joueur ayant joué ce coup, N sa nature est $b(m)$ est le rang du coup auquel m fait référence.

Avec ces définitions, nous pouvons donner une formulation étendue de la règle d'opportunité, (RS3c).

Au tour du joueur X, il a à jouer un coup au rang n. Il peut :

1. **Opportunité pour ?:** S'il existe un coup k de rang $r(k) < n$, qui n'est pas un $?_\wedge R, ?_\wedge Lou?_\vee$, joué par l'autre joueur Y $(Y \neq X)$, associé avec une formule f, jusqu'ici pas encore questionnée [34], alors X peut défier le coup k en utilisant la règle de particule correspondant au connecteur principal de la formule associée f. **De plus**, si nous ne sommes pas dans un dialogue

[32]Nous trouvons les deux vocabulaires, ils sont interchangeables selon qu'on souhaite se rapprocher d'une discussion en dialogue naturel (question/réponse) ou bien d'une "dispute" avec (challenge/défense).

[33]L'assertion qui peut être utilisée soit comme défense, soit comme manière de défier une implication.

[34]Il n'existe pas d'autre coup m' dans cette séquence telle que $b(m') = r(k)$.

formel, X doit vérifier s'il satisfait ou non la condition d'assertabilité (voir ci-dessous).

2. **Opportunité pour !:** S'il existe un challenge $?k$ avec rang $r(?k) < n$, joué par l'autre joueur Y ($Y \neq X$) n'ayant encore reçu aucune réponse[35], alors X peut défendre contre ce challenge k, en utilisant le coup adéquat (après vérification dans la table des règles de particules quelle est le coup adéquat). **De plus**, si nous ne sommes pas dans un dialogue formel, X doit vérifier s'il satisfait ou non la condition d'assertabilité (voir ci-dessous).

La condition d'assertabilité est une conséquence de la règle formelle (RS5) sur l'opportunité. Si un joueur désire utiliser une formule complexe (dans une défense ou un challenge), il le peut toujours. Mais le proposant doit vérifier une condition additionnelle dans le cas de l'utilisation d'une formule atomique à savoir que l'opposant doit l'avoir utilisée au moins une fois auparavant.

Formellement, nous devons ajouter ceci aux précédentes règles d'opportunité :

Au tour du joueur X, si $X = P$ et s'il a l'opportunité de jouer un mouvement adéquat A (après vérification dans les règles de particule), si ce mouvement adéquat requiert une formule atomique[36], X peut jouer ce coup si et seulement si il existe un autre mouvement A', associé aussi à la formule A, avec $r(A') < n$, jouée par O[37].

[35]Il n'existe pas d'autre coup m' dans cette séquence, telle que m' soit un !-coup **et** tel que $b(m') = r(k)$. Mais il peut exister un challenge sur ce challenge : ce qu'on appelle une contre-attaque, mais qui peut aussi être interpréter comme une requête pour plus d'informations. Exemple informel : "Où est le docteur ? - Le docteur qui ?" *("Where is the doctor ? - The doctor who ?").*

[36]Pour simplification, on va confondre le coup et la formule associée. Donc ce A désignera aussi la formule atomique associée.

[37]Le point intéressant pour le problème de la double justification est celui-là : $b(A) \neq A'$. La formule dupliquée A n'est pas justifiée par l'usage préalable de A par l'opposant; en fait, les deux formules n'ont aucun rapport entre elles. La fonction de poursuite b ne garde pas la trace de l'usage des ressources. On ne sait pas d'où viennent les ressources, si ce n'est un vague "quelque

Le même vocabulaire peut servir à donner une version des règles **RS4** concernant la répétition. Comme elle contient en quelque sorte les deux autres, on se bornera à formuler la version **RS4"**, **la répétition limitée**, en l'intégrant aux règles de l'opportunité. Pour cela, il faut remplacer les parties "jusqu'ici pas encore questionnée (il n'existe pas d'autre mouvement m' dans cette séquence telle que $b(m') = r(k)$.)" et "n'ayant encore reçu aucune réponse (il n'existe pas d'autre mouvement m' dans cette séquence, telle que m' soit un !-coup **et** tel que $b(m') = r(k)$)" par des tournures comptant les nombres d'usage précédent. Respectivement : "jusqu'ici pas questionnée dans les limites du rang de répétition fixé par le joueur X (il existe au plus $r_X - 1$ autres coups m_i dans cette séquence telle que $b(m_i) = r(k)$.)" et "n'ayant encore le nombre maximum de réponses (il existe au plus $r_X - 1$ autres coups m_i dans cette séquence, telle que m_i soit un !-coup **et** tel que $b(m_i) = r(k)$)".

3.3 Dialogue des matrices

3.3.1 Règles spéciales et histoire dans le dialogue

Nous avons vu que les règles dîtes "spéciales" pouvaient capturer certains dispositifs temporels dans le dialogue. Ainsi, une idée de succession est capturée par la règle formelle, qui interdit l'usage d'une formule atomique par le proposant **avant** que l'adversaire n'en use. De même, une idée de la non-répétition (et donc un des aspects de l'irréversibilité du temps[38]) est capturée par les règles du même nom.

part dans la séquence", quelque part dans l'histoire...

[38]Irréversibilité et non-répétition sont deux concepts ne se recouvrant pas. La non-répétition désigne le fait que deux situations identiques ne se reproduisent jamais. L'irréversibilité du temps ordonne un "cours du temps". A priori, rien n'empêche ce cours du temps de passer à plusieurs reprises par la même situation.

Ces deux règles ont pour point commun de se référer à un "il existe quelque part dans le passé", bien que cette référence puisse se situer n'importe où dans toute l'histoire du dialogue et n'a pas à être contenue dans le mouvement autorisant ou appelant le mouvement que nous faisons actuellement. Ce qui pose problème, car cela nous force à **garder la trace de toute l'histoire de la partie**, mais en maintenant cette "mémoire" au niveau global, "en dehors" du processus même du dialogue. De là d'abord un souci technique pour ce qui est de composer des dialogues entre eux : si nous ne regardons que la dernière formule d'une séquence et la première formule d'une autre séquence, il est impossible de décider si ces deux séquences peuvent réellement ou non s'enchaîner l'une à l'autre. Puis, philosophiquement parlant, cette "mémoire globale" et "externe" pose le problème d'être une hypothèse trop lourde, si on la met en rapport avec certaines sémantiques dialogiques. Si le sens provient de l'usage, et que le bon usage[39] exige une telle mémoire, alors soit on restreint l'usage à un tout petit système isolé mais qu'une mémoire d'homme suffit à traiter, ou bien on prend usage "au sens large" mais nous sommes alors contraints de reconnaître que nous n'aurons jamais vraiment assez de mémoire pour générer le fameux sens par un usage "toujours incomplet"[40].

L'origine de ce rapport à la mémoire provient d'une extension du projet même de la logique. Une des idées bien connues : il s'agit de dire que certains aspects des propositions de la langue naturelle peuvent être traduits par une formule logique.

[39]Le bon usage, c'est celui qui exige la compositionnalité. Un usage qu'on ne peut pas jamais reprendre, ça ne semble pas être compatible avec le sens de l'usage. Enfin, le sens usuel... Ou du moins, celui qui me semble usité...

[40]Je dramatise. En fait, l'usage n'est pas un objet aussi bien défini que cela. Ici, nous nous en servons comme abréviation de "histoire de toutes les utilisations faites". Mais et c'est dans cette direction que s'oriente le reste de notre thèse, "l'usage" est surtout la trace au présent de certaines utilisations du passé, ce n'est donc pas quelque chose qu'on devrait chercher dans le passé mais un artefact au présent, qu'on entretient, qu'on fabrique, etc etc ... L'usage est actualité.

Cette analyse logique est traditionnellement comparée à un microscope servant à mieux voir certains aspects du langage naturel[41]. Si on comprend les dialogues en langage naturel comme des échanges de propositions et/ou de requêtes plus un contexte, on comprend que le cadre dialogique simule ces **échanges de phrases** par d'autres échanges, cette fois soit de questions formelles : les fameux challenges/défis, soit de formules[42]. Et pour ce qui est du contexte, les logiciens ont diverses constructions pour les modéliser les contextes (par exemple, les modèles de Kripke).

Dans cette conception, la seule place susceptible d'accueillir un enregistrement de l'histoire doit se situer dans la "partie contextuelle" de la théorie et non pas dans sa partie "sentencielle"[43]. Mais la fonction de poursuite, indispensable pour la formalisation des règles "spéciales", est une fonction ayant pour domaine et un co-domaine un élément de la partie "sentencielle" : le rang des mouvements[44]. La conséquence directe de cette séparation est qu'il est impossible de capturer les "règles spéciales" au niveau local; ces dernières sont renvoyées par la "force" des choses au niveau structurel et dans le contexte[45].

Nous proposons de fournir une nouvelle lecture du problème. Nous souhaitons élargir la conception de ce que sont les "phrases" : nous souhaitons les compren-

[41]Dans cette visée, la logique n'a pas vocation à épuiser le langage naturel et s'assume comme étant "réductionniste".

[42]Les formules pouvant avoir valeur de question.

[43]Ou pour être précis, dans ce qui traduit en logique les phrases.

[44]Nous ne pouvons bien sûr pas réduire l'histoire aux seuls rangs de mouvement, qui ne forment qu'un outil artificiel mais bien pratique pour suivre l'histoire. On peut remplacer les rangs par n'importe quelle indexation qui ne suggère ni succession, ni chronologie. Le terme "histoire" est au moins aussi précis que celui de "dynamique". Espérons que nos analyses contribuent un peu à éclaircir la situation.

[45]Etrange confusion de la structure et du contexte. Mais elle est conséquence directe de l'analyse... En fait, je soupçonne l'explication des "règles spéciales comme règles structurelles" donnée précédemment d'être une relecture positive de cette conséquence. Par relecture positive, il faut comprendre une manière d'assumer et de justifier comme si c'était le résultat attendu ce qui n'est qu'une conséquence imprévue de la machinerie technique.

dre non pas comme des propositions ou des assertions, qui existent principalement comme *porteurs de valeurs de vérité* ou comme *attitudes propositionnelles*[46], mais comme des **rapports entre propositions** ou des modifications desdits rapports. La théorie de la référence "externe", c'est-à-dire la recherche de la connexion entre les "phrases" et le monde extérieur, passe derrière une théorie internaliste et une recherche des intéractions internes du langage.

Dans cette formulation, les mouvements précédents[47] subsisteront dans les rapports entre propositions, aussi longtemps, qu'ils auront un effet sur l'état actuel du dialogue ... Dans la formulation que nous souhaitons, quand nous désirerons vérifier une condition spéciale, comme l'assertabilité, nous n'aurons plus à creuser jusqu'à une profondeur inconnue dans l'histoire intégrale du dialogue, mais nous chercherons dans les traces **au présent** de ces mouvements passés[48].

La mémoire du jeu n'est donc plus un registre des coups passés, mais une présence actuelle d'informations, pouvant être effacées dès qu'elles deviennent inutiles[49]. Ce n'est donc plus réellement une mémoire archivée ou un rapport privilégié avec le temps des origines, tel que pouvait l'être Mnémosyne, mais une mémoire "vive", une mémoire de travail. On identifie donc la mémoire avec le plateau de jeu du dialogue[50].

Or, comme nous l'avions l'indiqué, le "plateau" de la dialogique ordinaire

[46]Les attitudes propositionnelles servent à l'étendue des propositions à des artefacts syntaxiques plus complexes. Par exemple, le challenge $?\wedge_L$ n'est pas une proposition, mais on peut le penser comme une attitude propositionnelle.

[47]Nous essayons de réserver le terme "coup" pour la dialogique usuelle et le terme "mouvement" pour la dialogique des matrices.

[48]Pour formaliser la répétition, nous devons ajouter quelques informations aux formules. Mais ces informations supplémentaires est dans l'état actuel du dialogue, pas en extérieur ...

[49]"Paradoxalement, oubli et mémoire partagent une même fonction : l'optimisation" comme on le rappelle dans [16]

[50]Pour la notion de *board*, se référer à **2.2.5**.

présentait des cas de doubles justifications qui nous gênait, nous empêchait de saisir la dynamique du dialogue avec la précision souhaitée. La dialogique des matrices est donc une mise en jour de celui-ci (et donc du rapport à la mémoire de cette théorie; ce qui peut avoir un impact épistémique).

3.3.2 Les matrices de formules

Positions

Quelles relations entretiennent les formules entre elles ? La question n'est pas la même que la question classique "quelles sont les relations entre les mouvements ?", mais est connectée avec cette dernière. Les relations qu'entretiennent les mouvements entre eux sont les règles structurelles; le lieu où cette connexion s'actualise est le dialogue. Mais il n'y a pas de lieu en logique dialogique classique où l'on pourrait capturer les relations entre les formules. Notre travail sera donc d'ouvrir un tel espace, en introduisant **les positions**.

D'un point de vue strictement abstrait, la **position** est une structure qui garde la trace de toutes les informations pertinentes pour effectuer un mouvement et qui efface toutes les informations sans pertinence. Plus techniquement, nous pouvons décrire la **position** comme la structure **minimale** telle que chaque mouvement puisse être défini par et seulement par une paire de positions[51]. Philosophiquement parlant, nous pensons les positions comme des cellules logiques minimales : elles ont l'autonomie des cellules mais elles peuvent être connectées avec d'autres cellules, elles forment des complexes "organiques" et non plus les complexes "moléculaires" qu'on fabrique avec les atomes logiques. Nous pouvons aussi penser ces positions comme des **monades**, mais des **monades ouvertes** contrairement aux monades

[51] Nous voulons avoir le schéma $Position \xrightarrow{Mouvement} Position$ et rien d'autre. Le caractère minimal de la position est dur à établir, mais on doit toujours le viser!

leibniziennes[52].

Telle est la grande idée derrière le concept de **position**.

Mais pouvons nous réellement définir de telles positions ? Quelles sont les bonnes positions pour la logique dialogique ? Nous sommes en effet poursuivi par l'idée d'une "mauvaise position", c'est-à-dire d'une position qui ne capturerait pas assez d'informations (ou trop, mais ce cas-là ne serait pas dramatique, juste "pas économique") ... C'est-à-dire qu'il y a une notion de position qui n'est pas exactement la même de celle dont on parle ici. On peut concevoir cette notion faible de position comme une des quatre réponses[53] à la question : "Qu'est-ce qui détermine un mouvement ?" Les quatres réponses classiques, qui chacune commande une approche différente des problèmes, sont : **la totalité du jeu** (approche historique), **le dernier mouvement** (stimulus/réaction), **la position actuelle** (mais posée sans exigence d'informations locales, c'est-à-dire sans aucune exigence sur le *board*, bref, notion faible de position), **la vue des joueurs** (chaque joueur voit une partie du jeu, c'est donc une version raffinée des trois points précédents).

Notre approche consiste à trouver une position contenant assez d'informations pour que "la profondeur de vue du joueur" ne serve plus : toute l'information pertinente est conservée localement...

[52]La monade leibnizienne est fermée dans la mesure où elle contient dans ses plis le monde entier; une seule chose "la traverse", c'est l'harmonie préétablie par Dieu. La position n'a pas besoin de contenir "le monde du langage" entier; elle n'a besoin que d'"être traversé" par la dynamique du dialogue. Elle est certes "autonome", mais sans dialogue "organique" autour d'elle, elle est juste vide.

[53]J'emprunte cette manière d'introduire différentes sortes de *game semantics* à Martin Hyland, [21].

Les deux dimensions de l'"assertabilité" et les matrices

En relisant les conditions de l'opportunité du **3.2.5**, nous pouvons voir qu'uniquement trois types d'information sont utilisés dans la formulation technique de ces conditions : le fait de savoir si une formule n'a jamais été questionnée ou bien si l'entrée est une question ouverte, c'est-à-dire qui n'a pas encore reçu de réponse, quel joueur a joué le coup, et finalement, le rang de ce coup dans la séquence.

Ce troisième élément, le rang du coup dans la séquence, n'est pertinent que s'il est utilisé dans un protocole de poursuite (*backtrack*). Cette conception du rang et de la fonction de poursuite est connectée avec l'approche précédente de l'histoire du dialogue. Notre nouvelle approche ne requiert plus de fonction de poursuite, puisque dans son projet elle, elle souhaite conserver au présent toutes les informations pertinentes : plus besoin d'aller les poursuivre dans toute l'histoire ! Dès lors, on peut éliminer la notion de "rang dans la séquence" comme "dimension de l'assertabilité".

Les deux autres informations gardent toute leur pertinence. Chaque formule et chaque terme possèdent ces deux dimensions, et elles sont indépendantes. Formulons plus précisément ces deux dimensions :

1. Une formule est soit disponible pour être interrogée (on l'appelle alors **formule stockée**[54]), soit elle est requise par un challenge (**formule requise**). Quand une formule stockée est attaquée/interrogée, cela peut générer une **nouvelle** formule qui est requise (généralement, une sous-formule de celle interrogée, mais pas toujours). Dans ce processus d'interrogation, la formule

[54] Anciennement appelée **formule vierge**, mais avec l'introduction des rangs de répétition, l'expression prenait un tour bizarre.

stockée peut être consommée mais cela n'est pas indispensable, tout dépend des régles choisies et en particulier, du rang de répétition[55].

2. Chaque formule a été jouée par l'un des joueurs. La thèse appartient au proposant. Et jamais une formule n'est "partagée" entre les deux joueurs. Dès lors, on refuse l'interprétation du *copy-cat* des formules atomiques comme "formules atomiques partagées" et on refuse d'interpréter la règle formelle comme une "attente d'autorisation pour ré-utiliser la formule atomique donnée". Le proposant n'attend pas pas plus que l'opposant ne partage. Le proposant copie la formule atomique, se fait son double pour son usage personnel et cette copie est un nouvel objet.

Nous pouvons donc répartir les formules de deux manières différentes[56], suivant l'un ou l'autre de ces deux critères. Le mieux étant naturellement de garder toutes ces informations dans une seule formulation, selon une répartition qui puisse mettre ensemble ces deux "dimensions de l'assertabilité"; l'usage de matrices 2*2[57] s'impose alors !

Cette analyse conduit à la définition suivante :

[55]Bien qu'on puisse concevoir d'autres règles qui consomment les formules stockées.

[56]J'hésitais à user du mot "ensemble", qui a un sens mathématique précis, dont je ne suis pas sûr d'avoir besoin pleinement.

[57]Ces matrices ne sont pas rigoureusement des matrices algébriques. Toutefois, nous avons le même type abstrait de tableau à double entrée.

*Les positions pour le cadre dialogique sont les matrices 2*2 de formules.*

Une **position dialogique** est une matrice $2 * 2$:

$$\begin{pmatrix} S_O & S_P \\ R_P & R_O \end{pmatrix}$$

avec

S_O est la liste des formules stockées par l'opposant.

S_P est la liste des formules stockées par le proposant.

R_O est la liste des formules requises par l'opposant[a].

et R_P est la liste des formules requises par l'opposant.

[a]= Demandées au proposant par l'opposant.

Les formules sont stockées parce qu'elles sont disponibles pour être interrogées, les formules requises peuvent être fournies par le joueur intéressé[58].

Un petit ajustement dans la compréhension des formules atomiques

Une des questions qui peut désormais se poser est de savoir où nous devons placer les formules atomiques utilisées. En effet, les formules atomiques ne peuvent jamais être attaquées ou interrogées. Si bien que si nous pensons que les formules stockées sont stockées uniquement en vue d'un challenge, dans l'attente d'un questionnement, jamais nous n'accepterons de placer les formules atomiques dans les stocks. Mais nous ne pouvons pas non plus se contenter de ne les trouver que comme formules requises. Où mettre alors les formules atomiques utilisées par l'opposant que le proposant peut dupliquer, dans la règle formelle ? Nous ne pouvons pas les faire disparaître ... Dans un état antérieur de la dialogique des matrices, nous avions essayé de rajouter une "case supplémentaire", soit commune aux deux joueurs, soit chacun la sienne. Mais cela déformait **atrocement** notre

[58]Peuvent, et non pas doivent.

système.

La solution adoptée et que nous pensons donc meilleure, consiste à interpréter le **stockage** de formules dans un sens différent de simple "stockées en vue d'un challenge". **Une formule stockée est soit une formule disponible pour un challenge, soit une formule pour laquelle aucun challenge n'existe pour elle.** La formule atomique "classique" correspond à une telle définition, mais nous pouvons imaginer que si nous rencontrons des composantes "non-analysables" du langage, nous la traiterons comme s'il s'agissait de "matériel atomique"[59]. Par exemple, dans les mathématiques, les axiomes sont des énoncés complexes mais non-questionnables : on pourrait les dire **atomiques pour ce langage**.

Une manière de penser plus radicale, mais comment moins élégante, serait de considérer que chaque formule qui n'est pas requise est "stockable" et ensuite de définir les formules "stockées" comme une restriction sur ces formules "stockables" : nous conserverons ensuite uniquement celles qui sont pertinentes pour la sémantique, id est les formules atomiques[60] et les formules disponibles pour les challenges[61].

En prenant en compte ces analyses, nous comprenons que les formules atomiques peuvent être stockées dans S_O et S_P et ne nécessitent pas de traitement séparé. Et forcément, ce traitement commun aura des conséquences sur la manière d'intégrer la règle structurelle : les formules atomiques utilisées par un joueur iront dans son stock et ne le quitteront normalement plus[62].

[59]Est considérée comme atomique toute formule pour laquelle il n'existe ni ?-mouvement, ni !-mouvement.

[60]Pertinentes pour interpréter la règle formelle.

[61]Dont la pertinence saute aux yeux de tous.

[62]Ce n'est pas nécessairement vrai pour chaque logique qu'on peut désirer capturer. Si nous

Le coût de cette interprétation, c'est que notre conception de l'**atomicité** n'est désormais plus un "absolu" : elle devient désormais la borne de notre capacité à interroger. Trouvons de nouvelles questions, de nouvelles manières d'interroger, c'est faire reculer l'"atome".

Le schéma de la circulation "régulière" des formules

La disposition des formules dans les matrices peut être difficile à comprendre, et sembler complètement arbitraire. Aussi, anticipons sur la dynamique générale des mouvements pour essayer d'en extraire quelques grandes lignes. Dans les logiques usuelles, nous avons des challenges ou ?-mouvements, des défenses ou !-mouvements. Chacun de ces mouvements "déplace" les termes dans la matrice, le plus souvent un seul terme. Ces déplacements justifient la disposition dans les matrices.

Imaginons que l'opposant est assis du côté gauche d'un plateau de jeu, qui est la matrice. Le proposant est assis face à lui, de l'autre côté du plateau. Directement en face de lui, chacun a ses formules stockées et de l'autre, les formules que son adversaire lui demande, les formules requises. Défendre signifie d'être capable, sous certaines coinditions, de déplacer une formule d'une de ses mains vers l'autre[63].

Voice donc le schéma "général" des déplacements internes. J'utilise le mot "déplacement interne" et les marques avec une étoile pour éviter la confusion avec des "mouvements", qui vont de positions vers des positions (ce serait alors des

introduisons la notion de "consommation de ressources", on peut penser que dans certains cas, la duplication d'une formule atomique pourrait consommer l'originale. Mais dans les cas les plus classiques, nous pouvons dupliquer à l'infini et donc, nous conservons l'original.

[63]Pour le proposant, cela signifie de faire passer des formules de main gauche à main droite. Pour l'opposant, de man droite à main gauche. Du point de vue du plateau-matrice, du bas vers le haut.

flèches “externes”) :

$S_O \xrightarrow{?_{P*}} R_P$

$S_P \xrightarrow{?_{O*}} R_O$

$R_O \xrightarrow{!_{P*}} S_P$

$R_P \xrightarrow{!_{O*}} S_O$

Une bizarrerie de ce schéma est que la manière d'utiliser l'espace et les mains sont inversées quand on imagine le “face à face” entre les deux joueurs. En effet, dans une analogie avec un jeu classique, les joueurs ont toujours tendance à disposer leurs “cartes” ou les objets à manipuler de la même façon, ce qui fait qu'on a une asymétrie quand on regarde la table de jeu... Nous dirons que ce sont là les limites de l'analogie...

3.3.3 Les rangs de répétition

Idée de base

Dans les travaux les plus récents sur la logique dialogique menée par Nicolas Clerbout[64], le choix du rang de répétition n'est pas traité comme une règle structurelle, un dispositif externe, mais bien à l'intérieur du jeu ou plus précisément, comme une sorte de préambule au jeu lui-même. Le choix du rang n'est pas une décision préliminaire prise par un arbitre extérieur qui serait la structure, mais doit être plus pensé comme un pari fait par les joueurs lors de l'ouverture. L'image qui me semble être la meilleure est celle de l'annonce au jeu de Tarots : chaque joueur annonce en combien de répétitions il prétend “le faire”.

Réfléchissons un peu sur une manière d'introduire la répétition non-stricte dans nos positions. Autoriser quelque chose comme une répétition non-stricte introduirait nécessaire un nouvel état dans les formules : “formule questionnée une fois

[64] *cf.*[7] et [8].

mais cependant, encore questionnable par répétition non-stricte d'un challenge". Mais si on autorise les répétitions non-strictes, alors nous aurions du décliner ces "nouvelles dimensions" en "questionnée une fois", "questionnée deux fois" (...) ... Cette nouvelle information aurait alors pu être traitée en ajoutant des lignes à nos matrices, qui aurait été de dimension $N + 1 * 2$, où N serait égal au nombre de répétition maximum des challenges[65]. Toutefois, cette approche, bien qu'elle soit cohérente avec nos premières analyses (un nouvel état = un nouvel endroit dans la matrice pour stocker cet état), elle ne remplit pas toutes les conditions nécessaires à la mise en place d'une **nouvelle dimension de l'assertabilité** : la nouvelle information capturée est pertinente en termes d'assertabilité mais pas indépendante aux deux autres dimensions. Le rang de répétition n'est dans cette analyse qu'un raffinement du couple *stockée/requise*. Traitons-la comme tel.

Nous sommes donc en droit de chercher un traitement de ces nouveaux états qui seraient un raffinement des matrices $2 * 2$, nous proposons une approche "syntaxique" par le biais de décoration des formules de notre langage.

Nous indexerons chaque formule dans les matrices avec le nombre de fois où elle a été utilisée[66]. Les formules "vierges" recevront donc naturellement l'index 0[67], ainsi que toutes les nouvelles formules créées, comme les formules assertées en réponse à une requête.

[65]Nous avons testé cette méthode, elle ne convient pas, parce qu'elle force à redéfinir les mouvements en fonction de ces dimensions, ce qui fait exploser le nombre de définitions à donner. De plus, si on considère la répétition des défenses, la dimension de la matrice-position n'est plus $N + 1 * 2$ mais $N + M * 2$, avec M le nombre de répétitions de défense autorisées. Cela tourne à l'horreur si on s'avise que par exemple, pour une matrice-position $3 * 2$, nous avons deux possibilités de jeu de mouvements, un qui correspond à $N = 1$,$M = 2$, un autre pour $N = 2$,$M = 1$. Tout cela est faisable, mais a l'élégance subtile du char Panzer faisant les journées du patrimoine au Musée de la porcelaine de Sèvres.

[66]Questionnée si c'est une formule stockée, fournie si c'est une formule requise.

[67]Ce qui explique pourquoi la liste des formules vierges s'est transformée en cours de travail en liste des formules stockées. Nous pouvons lister des formules avec index 1 dans un stock mais dans une liste de formules vierges, cela sonne bizarrement. *Einmal ist keinmal*? Soyons sérieux ...

Nous introduisons donc un nouveau terme, le marqueur de rang de répétition $r = n$ (avec n le nombre maximum de répétition et qui est donc un entier naturel normalement supérieur à 0, sauf si on veut faire dégénérer le système), qui gardera dans la position la trace des rangs choisis.

Voici donc notre nouvelle définition pour la position en logique dialogique, avec des rangs de répétition :

Une **position dialogique** est une matrice $2 * 2$:

$$\begin{pmatrix} S_O & S_P \\ R_P & R_O \end{pmatrix}$$

avec

S_O est la liste des formules indexées stockées par l'opposant, avec au plus un rang de répétition $r = n$.

S_P est la liste des formules indexées stockées par le proposant, avec au plus un rang de répétition $r = n'$.

R_O est la liste de formules indexées requises par l'opposant, avec au plus un rang de répétition $r = n''$.

et R_P est la liste de formules indexées requises par le proposant, avec au plus un rang de répétition $r = n'''$.

Il est important de remarquer qu'on ne peut pas mettre plus d'un rang de répétition par cellule de la matrice, mais que pour la notation, nous n'avons pas besoin de démultiplier les r en r', r'' et r'''. La position dans la matrice permet de différencier les différents rangs et de connaître leur rôle. Notons aussi qu'une cellule peut aussi ne pas contenir de rangs de répétition : c'est ce qui se passe dans le cas d'un dialogue qui commence "au tout début", avant le choix du rang de répétition[68].

[68]Il n'y a pas une "présence des rangs par défaut".

Une petite différence dans la compréhension des rangs de répétition

Là où l'usage des rangs de répétition dans les travaux de Nicolas Clerbout sert à limiter les répétitions pouvant être infinies[69], notre exploitation des mêmes outils doit être pensée comme une autorisation restreinte d'usages. Nous pouvons dire que son usage est un usage **déflationniste** des rangs de répétitions, là où le nôtre est un usage **inflationniste**, même si ces termes sont un peu malheureux. Ou et c'est la même chose, si nous voulons établir une analogie entre les répétitions et les limites mathématiques, nous pouvons dire qu'il atteint son rang de répétition par valeur supérieure, tandis que nous atteignons le même rang par valeur inférieure.

Jusqu'ici, cette différence de conception n'a pas eu d'impact sur les applications de la théorie et n'a pas de "coût" métaphysique évident.

3.3.4 Les mouvements

Idées de base

Les mouvements sont définis comme **paires de positions**, c'est-à-dire comme couple de matrices 2*2 de formules indexées comme définies auparavant. Les mouvements sont données donc sous la forme $position \longrightarrow position$, les listes de formules

[69]Dans le prolongement du contre-argument à la notion de "règle spéciale" du **3.2.3**. Le travail de Nicolas Clerbout pourrait être utilisé comme argument en faveur du "il n'y a pas de règles spéciales", il y a juste des règles structurelles qui effectuent une sélection dans tous les modèles possibles. Mais je ne suis pas convaincu qu'il argumenterait ainsi et ce serait peut-être un détournement de travail de ma part. D'une part parce que la notion de modèles est très controversée dans le cadre dialogique. D'autre part, parce que ses rangs de répétition possèdent le double aspect, à la fois avec un coup et une règle structurelle qui régit ce coup, qui correspond mieux à l'idée de la séparation entre règle de particules et règles structurelles (même si le choix d'un rang de répétition, c'est une "particule" bizarre, mais il suffit de renommer "régles de particules" en "règles des coups", c'est juste un problème de vocabulaire...).

dans les cellules sous la forme α, *formula active*. La lettre grecque vaut pour toutes les formules **inactives** dans ce mouvement, c'est-à-dire les formules qui ne changent pas dans le mouvement et qui n'ont pas d'influence sur les possibilités du mouvement. Un mouvement peut, en effet, ne pas modifier une formule, mais avoir besoin de vérifier la présence d'une formule. De plus, certains mouvements, comme le "choix du rang de répétition", ajoutent uniquement des termes dans les listes et n'apportent pas d'autre changement.

Nous avons vu que les joueurs ne se manifestent pas comme des indices ou des labels, mais comme un "côté" de la matrice : le côté gauche pour l'opposant, le côté droit pour le proposant. Une conséquence, la symétrie des mouvements n'apparaît pas de la même manière que dans le cadre dialogique classique (avec l'usage du joueur X et Y, avec $X \neq Y$). Toutefois, nous pouvons retrouver cette symétrie sous la forme d'une "symétrie verticale" dans les mouvements. Cette simple distinction réellement géométrique rend explicite quelle part prend l'aspect formel des mouvements (la partie symétrie des mouvements) et quelle est leur part matérielle[70] : la partie non-symétrique des mouvements.

Et finalement, **les mouvements n'ont pas exactement la même répartition**[71] que dans le cadre précédent : challenges et défenses se répondent rarement comme un couple construit autour d'un connecteur.

Dans la plupart des cas, le challenge, devenu **?-mouvement**, casse le connecteur logique ciblé. Par conséquence, le connecteur n'est souvent plus présent dans la formule requise produite. **Une requête** n'est pas exactement la même chose qu'une formule questionnée. Par exemple, le **?-mouvement** sur un $\wedge$ comme

[70] Le "matériel" étant composé principalement par les formules atomiques, et d'une certaine manière, dans le cas de la logique intuitionniste, par le marqueur d'aggro.

[71] Bien qu'ils produisent la même sémantique.

$A \wedge B$ casse le connecteur et produit seulement une des deux sous-formules, soit celle de gauche A, soit celle de droite B, dans la cellule des formules requises. Dans ce cas, il est impossible qu'un connecteur présent dans les formules requises proviennent de la formule originale plus complexe. Aussi il est impensable d'appeler l'acte de satisfaire une requête une "défense d'un connecteur" alors que ledit connecteur n'est déjà plus présent ! Le !-mouvement qui satisfera la requête produite par ? sera le plus souvent l'assertion d'une formule, complexe ou atomique[72].

Pourtant, dans certains cas, quand un choix doit être fait par le joueur auquel on fait la requête (le défenseur), la formule requise conserve son connecteur. Dans ces cas-là, c'est bien le !-mouvement qui cassera le connecteur. Par exemple, nous verrons que le challenge sur la disjonction ne casse pas le $\vee$; mais la formule complète est mise dans la cellule de la requête, entre parenthèses afin de ne pas confondre une disjonction sous le coup d'un ? et la disjonction requise comme une formule complexe. Dans ce cas précis, les défenses ne sont plus des assertions sèches mais les !-mouvements avec les connecteurs correspondants[73]. Ces derniers sont activables par la présence du bon connecteur dans les cellules des formules requises.

Mouvement : Le choix du rang de répétition

Nous commencons l'exposition des mouvements par celui appelé "choix du rang de répétition", écrit $!r_O$ pour l'opposant et $!r_P$ pour le proposant :

$$\begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & \delta \end{pmatrix} \xrightarrow{!r_O} \begin{pmatrix} \alpha & \beta, r = n \\ \gamma, r = n' & \delta \end{pmatrix}$$

avec β et γ qui contiennent uniquement des formules indexées et aucun rang

[72] Les mouvements $!f$ et $!a$.

[73] Bien que ces !-mouvements disposent d'une dimension assertative.

de répétition, et n et n' est un entier choisi par l'opposant[74].

$$\begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & \delta \end{pmatrix} \xrightarrow{!r_P} \begin{pmatrix} \alpha, r = n & \beta \\ \gamma & \delta, r = n' \end{pmatrix}$$

avec β et γ qui contiennent uniquement des formules indexées et aucun rang de répétition, et n et n' est un entier choisi par le proposant.

La position des différents rangs de répétition peut sembler étrange; pourquoi le choix sur les ?-mouvements du proposant se trouve chez l'opposant ? (et réciproquement) ... En fait, cela semblera tout à fait naturel si on garde à l'esprit que le ?-mouvement dont on limite la répétition vise les formules stockées chez l'autre joueur, il est donc plus "naturel" de placer la limite à la source. Idem pour les restrictions sur les !-mouvements.

Un joueur qui parie sur un rang de répétition parie sur une limitation de ses propres mouvements, mouvements qui s'appuient sur les formules stockées de l'adversaire ou bien sur ce qu'il a demandé.

L'opportunité pour choisir un rang de répétition est couverte par une nouvelle règle structurelle[75] :

[74]Normalement, on choisit les deux rangs à la fois. On pourrait séparer ces deux opérations, mais ces subtilités n'apportent rien pour notre analyse actuelle, si ce n'est de la ralentir et de complexifier les preuves sémantiques sans réel gain d'expressivité.

[75]A vrai dire, cette règle est complètement superflue. On pourrait se contenter de dire que $r = 0$ par défaut. Et comme le **nettoyage** (voir plus bas) a lieu après les coups, soit on commence par choisir un rang, soit on n'en choisit pas et on perd toutes les formules. Il faut juste faire un nettoyage partiel, chaque joueur nettoyant les formules qui le concernent. Une fois encore, l'écriture existe, la subtilité peut être faite mais le travail est conséquent pour un gain d'expressivité nul pour le moment.

Choix du rang de répétition : (RS6): Le joueur X doit jouer $!r_X$ si et seulement si S_X ou R_X ne contient pas de rang de répétition (avec $X = P$ ou $X = O$).

Cette règle, combinée avec la définition à venir d'un jeu, assurera que le jeu commence bien avec le choix du rang de répétition, exactement comme dans les travaux de Nicolas Clerbout[76].

Impact du rang de répétition sur les mouvements

Le système du rang de répétition limite le nombre d'utilisation des formules en jouant avec l'indice. Le ?-mouvement (ou !-mouvement) ne fera pas disparaître la formule défiée ou requise, mais ajoutera 1 à l'indice à la place. Quand l'indice de la formule atteint le rang de répétition, alors la formule est effacée (nous utiliserons le mot **nettoyage**) de cette liste. Ainsi $r = 0$ ne signifie pas "pas de répétition" mais "pas d'usage possible"; $r = 1$ signifie "pas de répétition"; $r = 2$ signifie une seule répétition. La grande question est de savoir quand doit on vérifier ces indices, c'est le problème du **nettoyage**[77] que nous allons résoudre de la manière la plus simple, c'est-à-dire avec une règle structurelle supplémentaire.

Techniquement, les rangs choisis n'ont aucun impact sur la définition des mouvements, donc aucun impact sur les règles des particules. Mais ces rangs s'expriment au niveau de la structure par une nouvelle règle :

[76] Comme je l'ai dit, on peut trouver une autre formulation avec les nettoyages, qui élimine la nécessité de **RS6**.

[77] Soit nous surveillons tout le temps, soit nous surveillons et nettoyons uniquement après un coup... Idem nous pouvons organiser une rotation : chaque joueur ne nettoie que ses formules. Avec un bon montage, on peut réduire encore le poids du niveau structurel. Mais cela nous écarterait encore des méthodes *mainstream*, pour un gain pour le moment minime.

Règle de limitation de la répétition : (RS6') Si $S_X = \{\alpha, A_m, r = n\}$ (ou R_X) et si $m \geq n$, alors assumons que $S_X = \{\alpha, r = n\}$ (ou R_X). *(Nous retirons A_m de cette liste.)*

D'un point de vue "algorithmique", cette étape de nettoyage a lieu après l'application complète du coup.

Dans les faits, certains cas peuvent interroger, bien qu'entrant dans le même cadre. Par exemple, le challenge sur une implication exige qu'on asserte un nouvel élément : l'"antécédent de l'implication". Nous pouvons donc nous demander quel est l'indice de la formule assertée ? Est-ce bien 0 ? Le même rang que le conséquent requis ? Nous allons donc discuter brièvement des différents cas de changements d'indexation que nous rencontrerons dans les logiques classiques et intuitionnistes[78].

1. Le cas le plus simple est celui d'un mouvement sans assertion nécessaire (tous les ?-mouvements exception faite de ceux qui concernent l'implication et la négation). Nous ajoutons 1 à l'indice de la formule-source, puis nous appliquons (RS6') pour "nettoyer". Toutes les nouvelles formules ont pour indice 0. Par exemple, si le rang de répétition est 1 (pas de répétition possible), la formule source sera effacée et ne pourra donc plus être utilisée. Si le rang est 2, un autre usage est possible (et caetera)...

2. Pour les mouvements avec assertions, comme le ? sur l'implication ou la négation, ou le ! sur la disjonction : les nouvelles formules qui sont produites

[78]Nous n'excluons pas que d'autres formes de temporalisation existent dans d'autres logiques. Nous pouvons imaginer qu'un mouvement puisse rafraîchir des formules, c'est-à-dire réduire la valeur d'un index. Mais jusqu'ici, nous n'avons encore aucune application pour de tels mouvements.

ont toujours l'indice 0, ce sont toujours de **nouvelles** formules. Toutefois, la difficulté se pose quand le proposant a à dupliquer un usage précédent d'une formule atomique présente dans le stock de l'opposant. Cette situation pose la question suivante : la stratégie du *copy-cat* consomme-t-elle ou non des ressources ? La copie gâche-t-elle l'original ? Ou bien, et c'est la même chose, combien de fois peut-on utiliser une concession faite par l'opposant ? En logique classique ou intuitionniste, le *copy-cat* ne coûte rien[79]. Les formules atomiques ne peuvent pas être attaquées ni utilisées; nous avons juste à nous assurer de leur présence. Elles sont "intemporelles". Mais produites toutefois.

3. La simple assertion[80] d'une formule complexe $!f$ ou d'une nouvelle formule atomique $!a$ produit une nouvelle formule avec un index 0. Mais qu'arrive-t-il à la requête initiale, la formule requise, la formule source dans la liste des requêtes ? Naturellement, nous devons appliquer "index +1" puis vérifier si ce dernier atteint ou non la limite de répétition. Mais nous devons être un peu plus pragmatique et nous demander ce qu'apporte réllement la capacité à ré-asserter une formule complexe ou atomique.

   Pour les formules atomiques, cette répétition n'apporte rien puisque nous n'avons rien qui les consume. C'est une conséquence du *copycat* gratuit. Dès lors, pour des raisons de simplification, nous allons appliquer un **rasoir spécial** qui va revenir à considérer que les requêtes de formules atomiques ont toujours un maximum d'une 1 répétition possible[81].

[79] L'utilité des formules atomiques est d'être dupliquable à l'infini. Dès lors, les index sur les formules atomiques ne servent qu'à à unifier l'écriture et on peut tout aussi bien l'alléger de cet index inutile. Souvenons toutefois que dans d'autres logiques, il se peut qu'on ait à "payer" ces copies.

[80] Nous disons "simple" pour nous différencier de l'assertion avec choix, comme le !-mouvement sur une disjonction.

[81] Sémantiquement, nous sommes sous le régime du "qui peut le plus restrictif peut le moins restrictif".

Pour les formules complexes, le cas est plus difficile : si nous pouvons les asserter plusieurs fois après qu'elles aient été requises une fois, nous offrons artificiellement plusieurs opportunités pour ré-attaquer la formule assertée plusieurs fois. Par exemple, si nous avons un rang de répétition 1 en haut et 2 en bas et si une disjonction est requise, je peux asserter deux fois la même disjonction. Dès lors, et même si c'est très artificiel, je donne deux opportunités à l'autre joueur d'attaquer les deux instances différentes de la même disjonction[82]. En termes de stratégie, c'est un mouvement pauvre, mais le plus pauvre des mouvements fut dans mon choix de rang de répétition. Tant que nous ne considérons pas l'analyse stratégique de ces jeux, dans notre approche théorique, nous ne devons pas interdire de tels mouvements pauvres, bien qu'ils n'apportent que des soucis d'organisation.

Nous avons vu l'impact général du rang de répétition sur les mouvements. Détaillons maintenant ces mouvements.

Mouvements: Assertions $!f$ et $!a$

L'assertion peut être le mouvement le plus simple en terme de compréhension, mais sans doute le plus complexe en terme de technicité. Asserter, c'est assumer une formule requise et c'est donc la défense la plus directe face à un challenge (la seule peut-être en logique). "Pouvez-vous vraiment dire A ? - Oui, je le peux. Je dis A!" ... Très simple. Mais cela pose tout le problème de la formule comme ressource : quand puis-je me permettre d'assumer quelque chose ? Combien coûte une telle assertion ? A ce point, l'analyse logique peut être pensée comme une

[82]Et remplacer les listes dans les stocks par des ensembles où deux instances de la même formule se réduisent entre elles, ne change rien. En effet, les deux instances n'ont pas à être présentes en même temps pour créer cette situation.

économie élémentaire de l'information[83] et les choix qui seront faits à ce niveau élémentaire auront des impacts sur tout le système.

Le premier choix que nous devons faire concerne l'intégration de la "matérialité" des atomes : la solution classique en dialogique est de l'assumer au niveau de la structure, avec la fameuse règle **(RS5)**, qui fait la différence entre jeux formels et non-formels. Nous chercherons à transférer cette charge au niveau des particules, dans leur fonctionnement même.

Cela n'est pas gratuit : nous y perdons la symétrie entre l'opposant et le proposant. Nous devons aussi faire un second choix sur l'expression de cette asymétrie :

1. Comme la règle formelle n'affecte que les formules atomiques, nous pouvons séparer l'assertion en deux cas : l'assertion des formules atomiques, celle des formules complexes. Nous appelons cette solution **la forme étendue de l'assertion**. Le coût : 2 mouvements différents pour l'assertion. Le gain : un maximum de symétrie et une notation plus homogène.

2. Seconde solution, nous pouvons considérer les formules atomiques comme un cas spécial de formules et traiter cette condition additionnelle comme un "cas à part". Nous appelons cette solution la **forme compacte de l'assertion**. Le coût : utiliser un dispositif syntaxique additionnel pour marquer les cas spéciaux et perte de symétrie maximale. Le gain : on évite la prolifération des différents mouvements.

Pour résumer, la première solution est plus propre mais aussi plus expansive, la seconde plus courte mais plus complexe. Nous proposons les deux notations,

[83] **De l'information ! Pas du sens !**

parce que nous choisissons la première solution dans le cas d'assertions "simples" mais le second cas pour les assertions "complexes"[84].

Le dernier problème auquel nous sommes confrontés a déjà été mentionné : la duplication consomme-t-elle ou non de la ressource ? Notre réponse est toujours la même : elle n'en consomme pas mais il se peut que cela soit différent dans une autre logique. Le choix a un impact au niveau de ce mouvement : la réponse est traduite en terme d'un changement ou l'absence de changement d'indice de la formule atomique copiée. Pas de consommation de ressources signifie qu'il n'y a pas de changement d'indice.

Règles pour le proposant : forme étendue

Assertion de la formule complexe C:

$$\begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & \delta, C_n \end{pmatrix} \xrightarrow{!f_P} \begin{pmatrix} \alpha & C_0, \beta \\ \gamma & \delta \end{pmatrix}$$

Assertion d'une formule atomique A:

$$\begin{pmatrix} \alpha, A_m & \beta \\ \gamma & \delta, A_n \end{pmatrix} \xrightarrow{!a_P} \begin{pmatrix} \alpha, A_m & A_0, \beta \\ \gamma & \delta \end{pmatrix}$$

Notez que les indices sur les formules atomiques sont "sur-informatives" et qu'on peut soit les supprimer pour clarifier l'écriture, soit les conserver pour unifier l'écriture.

Règles pour l'opposant : forme étendue

Assertion d'une formule complexe C:

$$\begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma, C_n & \delta \end{pmatrix} \xrightarrow{!f_O} \begin{pmatrix} \alpha, C_0 & \beta \\ \gamma & \delta \end{pmatrix}$$

[84]Quand le proposant attaque une implication, il doit asserter l'antécédent. Si nous la traitons selon le premier choix, nous sommes obligés de créer deux ?-mouvements différents, ce qui est un peu contre-intuitif. Nous choisissons donc de faire le choix 2, pour adhérer aux habitudes.

Assertion d'une formule atomique:

$$\begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma, A_n & \delta \end{pmatrix} \xrightarrow{!a_O} \begin{pmatrix} \alpha, A_0 & \beta \\ \gamma & \delta \end{pmatrix}$$

Remarquez que comme l'opposant n'a aucune contrainte sur l'usage de formule atomique, les deux formes d'assertion coïncident.

Règle pour le proposant : forme compacte

Assertion:

$$\begin{pmatrix} \alpha, F_m^* & \beta \\ \gamma & \delta, F_n \end{pmatrix} \xrightarrow{!f_P} \begin{pmatrix} \alpha, F_m^* & F_0, \beta \\ \gamma & \delta \end{pmatrix}$$

L'étoile * a deux significations. Dans la matrice-source, cette étoile signifie "si F est une formule atomique, vous devez vérifier que F est dans la liste des formules présente dans la cellule où se trouve F^*". C'est la traduction syntaxique de la formalité. Dans la matrice résultante, cela indique juste ce qui arrive à la condition additionnelle. Nous ne voyons qu'une chose : qu'elle reste inchangée.

Règle pour l'opposant : forme compacte

Assertion:

$$\begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma, F_n & \delta \end{pmatrix} \xrightarrow{!f_0} \begin{pmatrix} \alpha, F_0 & \beta \\ \gamma & \delta \end{pmatrix}$$

Mouvement : Disjonction $\vee$

La disjonction prend la forme très simple suivante : un ?-mouvement et deux !-mouvements pour défendre, qui correspondent au choix à faire entre les deux assertions qui forment l'alternative de la disjonction[85]. La présence d'une assertion explique la présence du * dans les formulations du mouvement, respectant ainsi

[85]Le schéma de la défense est donc "choix + assertion", une assertion complexe donc.

la convention précédente sur les formes compactes. L'étoile rappelle la nécessité de vérifier la présence de la formule atomique correspondante dans le stock de formules de l'opposant.

La seule difficulté provient de l'écriture : il faut éviter de confondre un $A \vee B$ requis comme une formule complexe et un $A \vee B$ qui est sous le coup d'un ?-mouvement et qui attend donc un choix. La solution choisie est l'usage d'un marqueur syntaxique : les parenthèses. Nous décidons donc de mettre les parenthèses sur les disjonctions questionnées et en attente d'un choix, ce qui pourrait paraître contre-intuitif. En effet, si on a en tête que les parenthèses servent à isoler un bloc "devant être traité", le fait d'asserter en une fois une formule complexe semble être plus unitaire syntaxiquement que de faire un choix entre un côté de la disjonction... Mais contre cette intuition, pas si intuitive que cela, nous avons fait le choix des moindres parenthèses : en effet, pour unifier la notation, nous aurions du mettre des parenthèses sur toutes les formules complexes requises, ce qui aurait fait beaucoup de parenthèses pour une si petite difficulté.

Règles pour le proposant

Challenge:

$$\begin{pmatrix} \alpha, A \vee B_n & \beta \\ \gamma & \delta \end{pmatrix} \xrightarrow{?\vee_P} \begin{pmatrix} \alpha, A \vee B_{n+1} & \beta \\ \gamma, (A \vee B)_0 & \delta \end{pmatrix}$$

Defense:

$$\begin{pmatrix} \alpha, A^* & \beta \\ \gamma & (A \vee B)_n, \delta \end{pmatrix} \xrightarrow{!\vee L_P} \begin{pmatrix} \alpha, A^* & A_0, \beta \\ \gamma & (A \vee B)_{n+1}, \delta \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \alpha, B^* & \beta \\ \gamma & (A \vee B)_n, \delta \end{pmatrix} \xrightarrow{!\vee R_P} \begin{pmatrix} \alpha, B^* & B_0, \beta \\ \gamma & (A \vee B)_{n+1}, \delta \end{pmatrix}$$

Souvenez vous que le nombre d'usage n'a pas trop de pertinence pour les formules atomiques dans le projet logique que nous poursuivons : nous pouvons simplifier l'écriture en retirant l'indice !

Règles pour l'opposant

Challenge:

$$\begin{pmatrix} \alpha & \beta, A \vee B_n \\ \gamma & \delta \end{pmatrix} \xrightarrow{?\vee_O} \begin{pmatrix} \alpha & \beta, A \vee B_{n+1} \\ \gamma & \delta, (A \vee B)_0 \end{pmatrix}$$

Defense:

$$\begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma, (A \vee B)_n & \delta \end{pmatrix} \xrightarrow{!\vee L_0} \begin{pmatrix} \alpha, A_0 & \beta \\ \gamma, (A \vee B)_{n+1} & \delta \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & (A \vee B)_n, \delta \end{pmatrix} \xrightarrow{!\vee R_O} \begin{pmatrix} \alpha, B_0 & \beta \\ \gamma, (A \vee B)_{n+1} & \delta \end{pmatrix}$$

Mouvement : Conjonction $\wedge$

La relation entre conjonction et disjonction est bien connue : ils sont similaires mais tous les choix y sont inversés. Ainsi, là où le joueur n'avait aucun choix pour la disjonction, c'est-à-dire en jouant le ?-mouvement, il peut désormais choisir quelle côté de la conjonction il souhaite attaque. Là où le joueur avait un choix à faire pour la disjonction, le !-mouvement, il n'a plus aucun choix et doit se contenter (mais c'est déjà beaucoup) d'asserter la formule requise par l'autre joueur.

Il y aura donc deux différents ?-mouvements et une défense qui n'est pas un mouvement spécifique, mais qui **coïncide** avec l'assertion. $!\wedge$ n'existe pas, nous utilisons, selon les cas, $!f$ ou $!a$.

Règles pour le proposant

Challenge:

$$\begin{pmatrix} \alpha, A \wedge B_n & \beta \\ \gamma & \delta \end{pmatrix} \xrightarrow{?\wedge L_P} \begin{pmatrix} \alpha, A \wedge B_{n+1} & \beta \\ \gamma, A_0 & \delta \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \alpha, A \wedge B_n & \beta \\ \gamma & \delta \end{pmatrix} \xrightarrow{?\wedge R_P} \begin{pmatrix} \alpha, A \wedge B_{n+1} & \beta \\ \gamma, B_0 & \delta \end{pmatrix}$$

Règles pour l'opposant

Challenge:

$$\begin{pmatrix} \alpha & A \wedge B_n, \beta \\ \gamma & \delta \end{pmatrix} \xrightarrow{?\wedge L_O} \begin{pmatrix} \alpha & A \wedge B_{n+1}, \beta \\ \gamma & A_0, \delta \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \alpha & A \wedge B_n, \beta \\ \gamma & \delta \end{pmatrix} \xrightarrow{?\wedge R_O} \begin{pmatrix} \alpha & A \wedge B_{n+1}, \beta \\ \gamma & B_0, \delta \end{pmatrix}$$

Mouvement : Implication $\rightarrow$

L'implication est un mouvement complexe, où plus d'une formule sont affectées à la fois. Cela fait un plein emploi de la multidimensionnalité des matrices.

En termes plus généraux, pour interroger une implication comme $A \longrightarrow B$, le joueur doit assumer l'antécédent pour forcer l'autre joueur à lui donner le conséquent B. En langage naturel, cela ressemblait à cet échange : "Okay, tu as dit "si A alors B. J'accepte A, maintenant montre-moi ton B!"

Donc, quand nous traduirons cela dans un ?-mouvement dans nos matrices, nous aurons deux aspects : le joueur entreprenant ce mouvement aura à asserter

A bien que A ne soit pas dans les formules requises[86] et l'autre joueur aura à fournir B, B qui apparaîtra dans ses formules requises.

Comme précédemment, nous usons de la forme compacte, nous indexons toutes les nouvelles formules 0 et ces nouvelles formules peuvent coexister avec les autres instances des mêmes formules. Une fois de plus, la duplication ne consomme pas la formule atomique copiée.

Il n'y a pas de défense spécifique liée à l'implication, le joueur devant asserter une implication l'asserte comme toute formule complexe : avec $!f$.

Règle pour le proposant

Challenge:

$$\begin{pmatrix} \alpha, A \longrightarrow B_n, A^*_m & \beta \\ \gamma & \delta \end{pmatrix} \xrightarrow{?_{\rightarrow P}} \begin{pmatrix} \alpha, A \longrightarrow B_{n+1}, A^*_m & A_0, \beta \\ \gamma, B_0 & \delta \end{pmatrix}$$

Règle pour l'opposant

Challenge:

$$\begin{pmatrix} \alpha & A \longrightarrow B_n, \beta \\ \gamma & \delta \end{pmatrix} \xrightarrow{?_{\rightarrow O}} \begin{pmatrix} \alpha, A_0 & B_{n+1}, \beta \\ \gamma & B_0, \delta \end{pmatrix}$$

Mouvement : Négation $\neg$

Le cas de la négation est toujours étrange pour quelqu'un qui n'est pas familier avec la logique. Si une formule représente une information, quelle est la différence entre une information positive et une information négative ? Est-ce seulement

[86] Nous avons les mêmes conditions que pour $!f$ et $!a$, sans nécessité d'avoir A dans les formules requises. Et par conséquent, au niveau de l'écriture, nous devons faire le même choix que pour l'assertion et nous optons une fois encore pour la forme compacte.

un changement de valeurs (comme le suggèrent les booléens) et alors la négation n'est qu'un double de l'assertion et nous n'avons pas besoin de règles spécifiques ? Si une formule représente un fait, qu'est-ce qu'un fait négatif ? En termes de phénoménologie, je peux voir qu'il y a une pomme sur une table mais je ne peux pas voir **ce qui n'est pas** sur une table. Et je ne peux faire aucune différence **purement sensible** entre l'expérience de l'absence d'une citrouille absente et l'expérience de l'absence d'un un dinosaure dans cette salle[87]. Les faits négatifs ne s'observent pas directement. Les faits négatifs sont des pures constructions langagières, dans le langage, par le langage et cela est important : ces faits négatifs sont construits indépendamment de l'idée de "valeurs de vérité".

Alors, comment sont-elles construites en termes d'intéractions dialectiques ?

Comment puis-je prouver à quelqu'un qu'il assume une proposition qu'il ne devrait pas assumer ? Naturellement, si cette proposition est complexe, une phrase complexe, je peux essayer de démêler cette complexité en développant les formules en posant des questions pertinentes. Mais comment dois-je me comporter dans le cas d'une négation sur une formule atomique, sur du "matériel" atomique[88] ? Je ne peux pas lui demander de me montrer un "contenu interne du fait négatif", nous n'avons pas un tel contenu. La solution est d'assumer soi-même le contenu nié. Si l'un dit "**Nul** ne peut assumer A", la vraie réponse, la seule acceptable, c'est une forme de challenge dure à comprendre : "**Moi**, joueur un tel, j'assume A"[89].

[87]Bien que je puisse faire une différence affective et que cette différence affective a un impact sur ma perception, j'en conviens.

[88]Souvenez-vous du petit ajustement de sens sur ce qui est "atomique". "Atomique" signifie qu'il n'y a pas moyen de les questionner.

[89]Un changement subtil dans la charge de la matérialité. Anonyme "nul" de la négation, implication personnelle du "Moi" dans le !-mouvement.

Et il n'y a pas de réponse alors. Celui qui tenait la négation doit espérer que l'autre n'arrivera pas à assumer toutes les conséquences de son défi.

Comme nous le voyons, le challenge sur la négation contient une assertion, qui suit les mêmes choix faits sur les assertions.

Règle pour le proposant:

Challenge:

$$\begin{pmatrix} \alpha, \neg A_n, A^*_m & \beta \\ \gamma & \delta \end{pmatrix} \xrightarrow{?\neg_P} \begin{pmatrix} \alpha, \neg A_{n+1}, A^*_m & A_0, \beta \\ \gamma & \delta \end{pmatrix}$$

Règle pour l'opposant

Challenge:

$$\begin{pmatrix} \alpha & \neg A_n, \beta \\ \gamma & \delta \end{pmatrix} \xrightarrow{?\neg_O} \begin{pmatrix} \alpha, A_0 & \neg A_{n+1}, \beta \\ \gamma & \delta \end{pmatrix}$$

Mouvement : Quantificateurs $\exists$ et $\forall$

Pour comprendre les quantificateurs, nous devons retourner aux "fonctions propositionnelles". Les fonctions propositionnelles ne sont pas des formules, mais ce sont les artefacts proto-linguistiques utilisés pour expliquer les "formules quantifiées" avant la résolution de la quantification ... Cette résolution, c'est tout simplement la détermination de la variable. C'est une levée d'indétermination. La grande différence entre $\exists$ et $\forall$ repose dans la charge de la détermination : qui détermine quoi ...

Dans l'approche dialogique, nous n'avons plus besoin des fonctions propositionnelles[90]. Les intéractions et le jeu des ? et des ! devront déployer les formules quantifiées et le jeu des charges de la détermination. Nous ferons une approximation pleine de sens si nous pensons le $\forall$ comme une conjonction massive, un $\wedge$ général sur tout le domaine de définition et le $\exists$ pour une disjonction massive, un $\vee$ qui s'étend sur tout le domaine.

Quand un joueur a un $\forall$ stocké, nous assumons qu'il prétend pouvoir le défendre quelque soit la variable choisie : la levée d'indétermination de la variable échoit alors à l'autre joueur, quand il questionnera cette formule. Pour la formule avec un existenciel $\exists$, le joueur qui interroge ne peut pas demander à l'autre une variable précise : il doit se satisfaire de ce que le défenseur veut bien lui donner. Nous nous retrouvons donc dans un cas similaire à celui de la disjonction : celui qui répond à la requête doit choisir quelle variable il souhaite donner, dans les limites de ses possibilités.

Nous rencontrons trois difficultés :

1. D'abord, nous n'avons pas de définition de domaine. Généralement, nous prenons un domaine infini représenté par les différentes lettres de l'alphabet. Cela suffit ...

2. Seconde difficulté : bien qu'il y ait des choix différents entre les variables, tous ces différents choix sont regroupés en une seule règle de coup. Ces différents choix peuvent toutefois impliquer des stratégies différentes et il sera peut-être utile de revenir là-dessus...

[90]Comme nous ne construisons pas les formules, mais que nous les "déconstruisons"/explicitons plutôt par le biais de questions adéquates, cet artefact protolinguistique n'est plus utile.

3. Troisième difficulté : comme pour la disjonction requise, nous avons un risque de confusion entre l'existenciel requis à titre de formule complexe, et l'existenciel requis suite à un !∃. Il faut éviter les confusions. Comme pour la disjonction, nous décidons de mettre entre parenthèses l'existenciel quand le choix est requis.

Pour des raisons de simplicités, nous écrirons c_O la variable choisie par l'opposant c_P la variable choisie par le proposant.

Règles pour le proposant

Challenge:

$$\begin{pmatrix} \alpha, \forall x A(x)_n & \beta \\ \gamma & \delta \end{pmatrix} \xrightarrow{?\forall_P} \begin{pmatrix} \alpha, \forall x A(x)_{n+1} & \beta \\ \gamma, A(c_O)_0 & \delta \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \alpha, \exists x A(x)_n & \beta \\ \gamma & \delta \end{pmatrix} \xrightarrow{?\exists_P} \begin{pmatrix} \alpha, \exists x A(x)_{n+1} & \beta \\ \gamma, (\exists x A(x))_0 & \delta \end{pmatrix}$$

Defense:

$$\begin{pmatrix} \alpha, A(b) & \beta \\ \gamma & \delta, (\exists x A(x))_n \end{pmatrix} \xrightarrow{!\exists_P} \begin{pmatrix} \alpha, A(b) & \beta, A(b) \\ \gamma & \delta, (\exists x A(x))_{n+1} \end{pmatrix}$$

Si des choix multiples se proposent, c'est-à-dire que le proposant a à sa disposition pour "copier" plusieurs formules dans S_O, comme par exemple, $A(b)$, $A(c)$, $A(d)$, nous pourrions avoir à préciser l'écriture de la réponse pour souligner cette multiplicité. Dans ce cas précis, on pourrait écrire $A(c_P)$ avec $c_p = b$ ou $c_p = c$ ou $c_p = d$.

Pour la défense, si nous avons une formule en $\forall x$ parmi les formules requises, c'est qu'évidemment, elle est requise en tant que formule complexe et non pas

comme un challenge : le $\forall x$ étant consumé lors d'une telle requête. Dès lors, on comprend qu'on satisfait à la requête en assertant la formule complexe correspondante.

Règles pour l'opposant

Challenge:

$$\begin{pmatrix} \alpha & \forall x A(x)_n, \beta \\ \gamma & \delta \end{pmatrix} \xrightarrow{?\forall_O} \begin{pmatrix} \alpha & \forall x A(x)_{n+1}, \beta \\ \gamma & A(c_P)_0, \delta \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \alpha & \exists x A(x)_n, \beta \\ \gamma & \delta \end{pmatrix} \xrightarrow{?\exists_O} \begin{pmatrix} \alpha & \exists x A(x)_{n+1}, \beta \\ \gamma & (\exists x A(x))_0, \delta \end{pmatrix}$$

Defense:

$$\begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma, (\exists x A(x))_n & \delta \end{pmatrix} \xrightarrow{!\exists_O} \begin{pmatrix} \alpha, A(c_P) & \beta \\ \gamma, (\exists x A(x))_{n+1} & \delta \end{pmatrix}$$

3.4 La logique classique

Une fois que les règles de base sont fixées, il devient de reconnaître, à quelques modulations près, les systèmes logiques les plus communs (et sans doute les plus complexes qui se construisent à partir de ceux-là). Nous commencerons donc par donner les spécificités de la logique classique.

La logique classique s'obtient avec le Système $\binom{2\ 1}{1\ 2}_*$.

3.4.1 $\binom{2\ 1}{1\ 2}$?

Cette manière d'écrire consiste tout simplement à fournir sous la forme d'une matrice les rangs de répétition choisis. Ce choix correspond au minimum requis pour capturer la logique classique. On peut lire en filigrane ce résultat derrière la preuve sémantique du chapitre suivant, bien qu'on pourrait dire qu'il s'agit plus d'une conséquence "heuristique"

3.4.2 *?

L'étoile correspond à une variation apportée sur l'implication. En effet, la logique classique dispose d'une propriété, qui peut être décrite comme "lecture de la table de vérité booléenne" ou bien alors qui peut valoir comme définition de l'implication, à savoir "$A \longrightarrow B := \neg A \vee B$" .

Si on compare rigoureusement les dynamiques décrites par les deux formules dans le langage des matrices dialogiques[91], on s'aperçoit qu'elles ne coïncident pas exactement.

Il y a donc deux choix possibles, qui sont les deux facettes de ce qu'on appelle prosaïquement un **définirème** : soit on prend ce résultat comme un théorème et on prouve l'équivalence des stratégies pour $A \longrightarrow B$ et $\neg A \vee B$, ce qui nous conduit à nous transposer dans les questions sémantiques (chapitre suivant), soit à forcer la définition de l'implication pour coïncider avec cette disjonction, directement au niveau de la syntaxe.

Pour la logique classique, nous choisissons d'implémenter $A \longrightarrow B := \neg A \vee B$ directement au niveau de la syntaxe, comme définition de l'implication. C'est cette

[91] Voir l'appendice "Exemples", la comparaison entre l'implication standard et l'implication étoilée.

implication qu'on appelle l'implication étoilée et nous en donnons ici la définition explicite :

$$\begin{pmatrix} \alpha & A \longrightarrow B_n, \beta \\ \gamma & \delta \end{pmatrix} \xrightarrow{?\to^*_O} \begin{pmatrix} \alpha & A \longrightarrow B_{n+1}, \beta \\ \gamma & (\neg A \vee B)_0, \delta \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \alpha, A \longrightarrow B_n & \beta \\ \gamma & \delta \end{pmatrix} \xrightarrow{?\to^*_P} \begin{pmatrix} \alpha, A \longrightarrow B_{n+1} & \beta \\ \gamma, (\neg A \vee B)_0 & \delta \end{pmatrix}$$

3.5 La logique intuitionniste

3.5.1 Motivations

La logique *intuitionniste* est née de la formalisation d'une position philosophique attribuée à Brouwer, l'*intuitionnisme*, qui refusait comme "non-évidentes" certaines formes de raisonnement mathématique. Cette critique a conduit à refuser toutes les formes d'argumentation qui ne construisent pas explicitement leur objet, c'est-à-dire les raisonnements par l'absurde et les objets mal-construits, c'est-à-dire ceux qui sont juste définis par des propriétés et pas par des procédés de construction. Après un peu d'analyse philosophique, on a pu réduire cela[92] au refus du tiers-exclu, de la double négation et d'une certaine forme d'existenciel...

Le projet de la *logique intuitionniste* a par la suite connu de nombreux développements et de nombreuses interprétations et elle forme aujourd'hui la base de toutes les réflexions un peu élaborées sur la logique. Il était donc impensable d'en faire l'impasse et il nous fallait indiquer quel système de la dialogique des matrices l'implémentait.

[92]Techniquement, *constructif* et *intuitionniste* ne sont pas synonymes en termes philosophiques : les intuitions derrière les projets ne sont pas les mêmes et on peut donc prétendre avoir des logiques intuitionnistes non-constructives (hyper marginales) et des logiques constructives non-intuitionnistes. Mais tant que nous restons dans une approche non-spécialisée de ces problèmes, nous pouvons prendre les deux termes comme synonymes.

3.5.2 La solution de la dialogique ordinaire

La solution usuelle dans la dialogique ordinaire pour interpréter cette logique consiste à réduire la prendre comme une seconde restriction sur les parties légales, restriction qui s'opère en choisissant une version plus restrictive de la règle, **RS3c**, à savoir **RS3i** :

Règle de l'opportunité intuitionniste (RS3i) : **X** peut attaquer/questionner n'importe quelle assertion faite par le joueur **Y** ou défendre contre le dernier challenge/répondre à la dernière question non-répondue de **Y**, *en respectant, bien sûr, les règles des particules.*

Cette toute petite règle permet de capturer tous les points précédents et c'est vraiment étonnant !

3.5.3 La solution en termes de matrices dialogiques

Le problème avec l'introduction d'une nouvelle règle structurelle, est que cette règle dite structurelle transforme tous les !-mouvements en mouvement "spécial", c'est-à-dire qu'ils tombent désormais sous le coup de ce qu'on appelait **une règle spéciale** : une loi qui dessine un cadre, mais en fait, elle règle le mouvement de l'extérieur, en dehors du niveau des particules ... En effet, **RS3i** ré-introduit un suivi de l'histoire des coups.

Notre propos était d'intégrer ces règles spéciales dans nos matrices, toutes nos règles. Cette nouvelle règle spéciale semble être contre-productif. Nous devons absolument trouver une solution pour l'internaliser, sinon tout notre travail n'aura été qu'en pure perte.

Pour intégrer la solution dialogique à l'intérieur de nos matrices et dans la formulation de mouvement, nous choisissons d'introduire syntaxiquement d'abord un marqueur appelé **le marqueur d'aggro** $\downarrow$, ou tout simplement, l'**aggro**[93], qui indique quel est le "dernier challenge non-défendu". Alors naturellement, ce n'est pas exactement le "dernier challenge", mais plutôt, la dernière formule produite par un ?-mouvement, ce qui change pas mal de choses[94]. Nous avons donc à réécrire tous les mouvements, exception faite du choix de rang de répétition[95], pour intégrer le "marqueur d'aggro". Cette intégration est faite suivant les trois idées directrices suivantes :

1. L'aggro apparait à côté des formules ou des termes générés par les ?-mouvements. Le petit problème est de choisir quelle formule recevra l'aggro, quand le mouvement génère de multiples formules (comme le challenge sur une implication). Notre choix est alors de toujours privilégier la formule qui apparaît dans les formules requises, c'est-à-dire de conserver l'aggro ouverte et de ne pas le neutraliser.

2. Il ne peut y avoir plus d'un aggro dans la matrice. Le nouveau marqueur efface toujours le précédent.

3. Nous redéfinissons tous les !-mouvements pour intégrer l'aggro dans la matrice-source. L'idée principale est simple : s'il ya un marqueur d'aggro dans la

[93]Le terme est issu du monde ludique : l'aggro est le fait qu'un automatisme du jeu (le plus souvent, dans un MMORPG, un monstre) cible un joueur particulier, qui doit alors encaisser "cette mauvaise phase". On dit que ce dernier "prend l'aggro". Une partie de la stratégie consiste naturellement à ce que le joueur le plus capable de résister aux attaques s'arrange pour attirer sur lui l'aggro. On l'applique ici parce qu'il indique quel challenge est "sur le feu", où il est urgent de défendre (avec le risque que l'opportunité de défendre sur ce point ne revienne jamais).

[94]Voir plus bas, le $?_{\neg}$ comme neutraliseur d'aggro.

[95]Là encore, si nous décidons de traiter le choix de rang de répétition contre une défense contre une question primordiale, nous devons introduire une manière d'interdire tous les autres mouvements avant ce choix. La meilleure, c'est d'intégrer une vérification de la présence du rang de répétition dans chaque mouvement. Le seul gain pour ce travail de fourmi, c'est d'harmoniser l'écriture autour de l'idée chaque mouvement est un ? ou un !.

matrice, alors la formule "ciblée" dans la matrice-source doit l'avoir (implicitement l'aggro ne doit pas être sur une autre formule que celle "ciblée").

3.5.4 Règles ré-implementées

Assertion

Règle pour le proposant : Forme compacte

Assertion d'une formule:

$$\begin{pmatrix} \alpha, F_m^* & \beta \\ \gamma & \delta, F_n \downarrow^2 \end{pmatrix} \xrightarrow{!f_P} \begin{pmatrix} \alpha, F_m^* & F_0, \beta \\ \gamma & \delta \end{pmatrix}$$

L'étoile * a deux significations. Dans la matrice-source, cette étoile signifie "si F est une formule atomique, vous devez vérifier que F est dans la liste des formules présente dans la cellule où se trouve F^*". C'est la traduction syntaxique de la formalité. Dans la matrice résultante, cela indique juste ce qui arrive à la condition additionnelle. Nous ne voyons qu'une chose ici : qu'elle reste inchangée.

Le ^{2} indique le fonctionnement de $\downarrow$. Le cas le plus simple est si vous avez l'aggro sur la formule que vous souhaitez asserter : cela ne change rien. Si l'aggro est sur une autre formule, vous ne pouvez pas faire ce mouvement. Mais il y a un troisième cas plus difficile à représenter élégamment : quand il n'y a pas pas d'aggro. Dans ce cas, vous pouvez faire l'assertion[96].

Ecrivons proprement et complètement ces deux indications une bonne fois pour toute, ensuite nous utilisons uniquement le petit $\downarrow^2$ avec un petit rappel.

Le mouvement $!f_P$ si et seulement si

[96] Ce cas se produit par exemple dans le Modus Ponens.

1. *(*-rappel)*Si F est une formule atomique, alors il y a F_n dans S_O (où n peut être n'importe quel entier naturel).

2. *et (^{2}-rappel)*

   a) F dans R_O porte l'aggro.

   b) *ou* il n'y a pas de formule avec l'aggro dans aucune des cellules de la matrice.

Règle pour l'opposant : Forme compacte

Assertion de formule:

$$\begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma, F_n\downarrow^2 & \delta \end{pmatrix} \xrightarrow{!f_0} \begin{pmatrix} \alpha, F_0 & \beta \\ \gamma & \delta \end{pmatrix}$$

Où ^{2} indique que la formule doit porter l'aggro, ou bien qu'aucune autre formule dans la matrice ne porte l'aggro.

Disjonction

Règles pour le proposant

Challenge:

$$\begin{pmatrix} \alpha, A \vee B_n & \beta \\ \gamma & \delta \end{pmatrix} \xrightarrow{?\vee_P} \begin{pmatrix} \alpha, A \vee B_{n+1} & \beta \\ \gamma, (A \vee B)_0\downarrow & \delta \end{pmatrix}$$

Defense:

$$\begin{pmatrix} \alpha, A^* & \beta \\ \gamma & (A \vee B)_n\downarrow^2, \delta \end{pmatrix} \xrightarrow{!\vee L_P} \begin{pmatrix} \alpha, A^* & A_0, \beta \\ \gamma & (A \vee B)_{n+1}\downarrow, \delta \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \alpha, B^* & \beta \\ \gamma & (A \vee B)_n \downarrow^2, \delta \end{pmatrix} \xrightarrow{!\vee R_P} \begin{pmatrix} \alpha, B^* & B_0, \beta \\ \gamma & (A \vee B)_{n+1} \downarrow, \delta \end{pmatrix}$$

Souvenez-vous que le nombre d'usage n'a pas de pertinence pour les formules atomiques. Si vous êtes à l'aise avec cela et cette notation, vous pouvez simplifier en leur retirant l'indice.

Règles pour l'opposant

Challenge:

$$\begin{pmatrix} \alpha & \beta, A \vee B_n \\ \gamma & \delta \end{pmatrix} \xrightarrow{?\vee_O} \begin{pmatrix} \alpha & \beta, A \vee B_{n+1} \\ \gamma & \delta, (A \vee B)_0 \downarrow \end{pmatrix}$$

Défense:

$$\begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma, (A \vee B)_n \downarrow^2 & \delta \end{pmatrix} \xrightarrow{!\vee L_0} \begin{pmatrix} \alpha, A_0 & \beta \\ \gamma, (A \vee B)_{n+1} \downarrow & \delta \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & (A \vee B)_n \downarrow^2, \delta \end{pmatrix} \xrightarrow{!\vee R_O} \begin{pmatrix} \alpha, B_0 & \beta \\ \gamma, (A \vee B)_{n+1} \downarrow & \delta \end{pmatrix}$$

Le ^{2} indique que la formule doit porter l'aggro, ou bien qu'aucune autre formule dans la matrice ne porte l'aggro. Si après le !-mouvement, la formule ciblée avec l'aggro atteint le maximul de répétition et par là, est nettoyée, l'aggro est nettoyé en même temps, la matrice se retrouve sans marqueur d'aggro et cela n'est pas un problème.

Conjonction

Règles pour le proposant

Challenge:

$$\begin{pmatrix} \alpha, A \wedge B_n & \beta \\ \gamma & \delta \end{pmatrix} \xrightarrow{?\wedge L_P} \begin{pmatrix} \alpha, A \wedge B_{n+1} & \beta \\ \gamma, A_0 \downarrow & \delta \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \alpha, A \wedge B_n & \beta \\ \gamma & \delta \end{pmatrix} \xrightarrow{?\wedge R_P} \begin{pmatrix} \alpha, A \wedge B_{n+1} & \beta \\ \gamma, B_0 \downarrow & \delta \end{pmatrix}$$

Règles pour l'opposant

Challenge:

$$\begin{pmatrix} \alpha & A \wedge B_n, \beta \\ \gamma & \delta \end{pmatrix} \xrightarrow{?\wedge L_O} \begin{pmatrix} \alpha & A \wedge B_{n+1}, \beta \\ \gamma & A_0 \downarrow, \delta \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \alpha & A \wedge B_n, \beta \\ \gamma & \delta \end{pmatrix} \xrightarrow{?\wedge R_O} \begin{pmatrix} \alpha & A \wedge B_{n+1}, \beta \\ \gamma & B_0 \downarrow, \delta \end{pmatrix}$$

Implication

Règle pour le proposant

Challenge:

$$\begin{pmatrix} \alpha, A \longrightarrow B_n, A_m^* & \beta \\ \gamma & \delta \end{pmatrix} \xrightarrow{?\to P} \begin{pmatrix} \alpha, A \longrightarrow B_{n+1}, A_m^* & A_0, \beta \\ \gamma, B_0 \downarrow & \delta \end{pmatrix}$$

Règle pour l'opposant

Challenge:

$$\begin{pmatrix} \alpha & A \longrightarrow B_n, \beta \\ \gamma & \delta \end{pmatrix} \xrightarrow{?\to O} \begin{pmatrix} \alpha, A_0 & B_{n+1}, \beta \\ \gamma & B_0 \downarrow, \delta \end{pmatrix}$$

Négation

Règle pour le proposant:

Challenge:

$$\begin{pmatrix} \alpha, \neg A_n, A^*_m & \beta \\ \gamma & \delta \end{pmatrix} \xrightarrow{?\neg_P} \begin{pmatrix} \alpha, \neg A_{n+1}, A^*_m & A_0\downarrow, \beta \\ \gamma & \delta \end{pmatrix}$$

Règle pour l'opposant

Challenge:

$$\begin{pmatrix} \alpha & \neg A_n, \beta \\ \gamma & \delta \end{pmatrix} \xrightarrow{?\neg_O} \begin{pmatrix} \alpha, A_0\downarrow & \neg A_{n+1}, \beta \\ \gamma & \delta \end{pmatrix}$$

3.5.5 Qu'est-ce que ce marqueur d'agression, **l'aggro** ?

Le marqueur d'aggro est présenté comme un pur artefact syntaxique; et c'est ainsi qu'il vaut mieux le présenter dans la théorie. Toutefois, dans la mesure même où une des préoccupations de cette thèse est de réinterroger le rapport syntaxique/sémantique, on ne devrait peut-être pas se précipiter pour trop vite et trop mal comprendre cet aggro. C'est certainement un élément syntaxique dans la mesure où il entre dans la composition des formules mises dans les matrices, mais peut-on vraiment le comparer à un terme, un connecteur ou même un indice de répétition ?

De tous les éléments cités, c'est à cet indice de répétition que l'aggro ressemble le plus, en ce sens qu'il partage un rôle, à savoir exprimer à l'échelle locale la composante "structurelle" de ce que nous avons appelé une **règle spéciale**[97].

[97]Nous rappelons, une règle spéciale est une règle qui régit le fonctionnement des particules mais en introduisant des notions structurelles, telle que le déroulement de la partie. "Le dernier challenge non défendu" entre dans ce cadre.

Toutefois, là où l'aggro diffère du rang de répétition, c'est qu'on ne peut pas le penser comme une manière de transformer en ressource les formules. L'aggro, au contraire, indique juste quand une ressource est menacée : il faut la défendre le plus vite possible sinon le joueur risque de perdre l'opportunité de défendre sur ce point. Or, dans un jeu où la victoire et la défaite dépendent de la possibilité de garder des coups à jouer, en perdre n'est jamais un sacrifice à faire à la légère !

Mais l'aggro diffère du rang de répétition en cela qu'il ne supprime jamais une formule lui-même en la "nettoyant". Si l'on parvient à se débarasser de l'aggro, on peut revenir sur des formules laissées de côté[98]. En un sens, il ressemble plus au "service" au volley-ball, mais en inversé. Au volley-ball, on ne peut marquer des points que si on a le service; en dialogique des matrices intuitionnistes, mettre l'adversaire sous l'aggro représente une forme d'avantage[99]; mais une forme dynamique de l'avantage. C'est peut-être déjà le premier marqueur possèdant une dimension **tactique** dans le sens que nous développerons au chapitre suivant, que nous employons en logique.

Intéressons nous à quelques usages particuliers de ce marqueur.

La négation intuitionniste neutralise l'aggro

Dans les travaux préliminaires sur la négation, nous nous sommes interrogés sur la notion de "négation comme changement de rôles", en testant différentes manières d'implémenter une telle notion dans les matrices. Cela nous a fait expérimenter un certain nombre de manipulations de matrices plus ou moins douteuses, qui ne restituaient jamais le sens recherché. Toutefois, l'introduction de l'"aggro"

[98]Exemple : modus ponens intuitionniste.

[99]Attention : il ne faut pas en conclure que celui qui est sous l'aggro perd forcément. Un avantage, ce n'est pas une victoire ! Exemple : double négation du tiers exclu. De plus, on peut gagner sur une neutralisation de l'aggro...

nous a permis de mettre en évidence un fonctionnement original de la négation intuitionniste.

Il est bien connu que le challenge sur la négation n'appelle pas de réponse, puisqu'il consiste tout simplement à asserter la proposition niée. Toutefois, une assertion simple de la proposition niée (c'est-à-dire qui suivrait la règle de l'assertion $!f$ ou même $!a$) devrait être, pour l'opposant :

$$\begin{pmatrix} \alpha & \neg A_n, \beta \\ \gamma & \delta \end{pmatrix} \xrightarrow{?\neg_O} \begin{pmatrix} \alpha, A_0 & \neg A_{n+1}, \beta \\ \gamma & \delta \end{pmatrix}$$

Or, nous avons autre chose dans nos matrices, à savoir que la valeur de défi/challenge (c'est-à-dire le fait que c'est bien un ?-mouvement) est capturée par la modification de l'aggro, et donc la présence du $\downarrow$:

$$\begin{pmatrix} \alpha & \neg A_n, \beta \\ \gamma & \delta \end{pmatrix} \xrightarrow{?\neg_O} \begin{pmatrix} \alpha, A_0 \downarrow & \neg A_{n+1}, \beta \\ \gamma & \delta \end{pmatrix}$$

Toutefois, nous savons bien que cet aggro est assez particulier, car aucun coup "ne défend" les formules stockées; elles ne sont pas requises. On appelle un marqueur aggro localisé dans les stocks de formules un **aggro neutralisé**. La conséquence directe d'un aggro neutralisé est donc qu'il bloque tous les mouvements de type "défense"[100] : la partie ne peut continuer que si le joueur dont c'est le tour propose un nouveau challenge et c'est en ce sens qu'on peut comprendre la tentation d'interpréter la négation comme l'ouverture un "sous-dialogue"[101]. En effet, cet impératif de relancer un nouveau défi "fait penser" à la situation initiale, où l'opposant doit proposer un challenge, doit questionner la thèse.

Or, les "sous-dialogues" ne correspondent pas du tout aux exigences métaphysiques qui ordonnent la dialogique des matrices. Il serait donc intéressant de se demander

[100] Un aggro neutralisé est donc différent d'un aggro nettoyé, suite à la disparition de la formule qui porte l'aggro. Dans ce second cas, les challenges et les défenses restent libres.

[101] Un nouveau dialogue, qui conserverait le contexte.

si toutes les situations en dialogique classique qui s'interprétent en ayant recours aux sous-dialogues, ne correspondent pas d'une manière ou d'une autre à des situations de neutralisation d'aggro (ou de marqueurs similaires).

La "contre-attaque" comme changement d'aggro

Le terme de "contre-attaque" est employée officieusement dans le vocabulaire de la dialogique pour désigner un challenge émis par un joueur qui ne prend pas la peine de répondre ou qui ne peut tout simplement pas répondre à un challenge de l'autre joueur. Mais bien que le terme appartienne au jargon de la dialogique, il n'englobe précisément aucune notion spécifique et appartient à tout un vocabulaire hérité d'intuitions plus ou moins longuistiques.

L'introduction de la notion d'aggro pourrait permettre peut-être d'affiner les intuitions et de donner un sens précis à ce terme jusqu'ici flou. En effet, si tous les challenges produisent un nouveau marqueur d'aggro en vertu du fait que chaque challenge devient automatiquement le "dernier challenge non défendu", l'opération de nettoyage de l'ancien marqueur d'aggro peut effacer ou ne pas effacer l'ancien marqueur, en fonction de la présence ou de l'absence de celui-ci. Par exemple, à l'ouverture de la partie, quand l'opposant doit commencer à attaquer la thèse du proposant, il n'y a pas encore de marqueur d'aggro. Le premier challenge n'efface donc pas ce marqueur. De même, il se peut que la formule requise portant l'aggro soit "défendue suffisamment de fois", si bien qu'elle se fait nettoyer par le biais du rang de répétition, et que la partie continue sur un nouveau challenge.

L'idée serait donc de réserver le terme de **contre-attaque** pour les cas où le challenge proposé par le joueur fait basculer l'aggro de ses formules requises aux

formules requises de l'autre joueur. On exclut de la sorte de la définition de la contre-attaque les situations où il n'y a pas de marqueurs d'aggro et celles où l'aggro se fait neutraliser.

Nous pensons saisir mieux les intuitions cachées dans le terme de contre-attaque. Reste à déterminer si cette précision de vocabulaire peut être fructueuse.

3.6 Les exemples

Vous trouverez à la fin de la thèse de nombreux exemples de formules traitées en dialogique des matrices, plutôt qu'ici où cela aurait coupé le corps du texte.

Pour chacune des formules proposées en exemple, nous avons essayé de construire non pas uniquement une partie gagnante, mais les formes étendues des jeux (c'est-à-dire l'arbre qui représente toutes les parties possibles) pour la dialogique des matrices classique et intuitionniste. D'une part, cela permet de faire une transition avec le chapitre suivant, et d'autre part, c'est nettement plus explicite qu'une simple suite de coups.

Dans certains cas (et c'est particulièrement vrai pour le *Modus Ponens Classique*), ladite forme étendue était tout simplement trop moche pour être écrite entièrement, nous avons essayé de suggérer sa complexité afin qu'on puisse rapporter celle-ci à la complexité des autres cas (*Modus Ponens Intuitionniste*).

3.7 Résumés des gains philosophiques et prospectives

3.7.1 Economie de mémoire

Ceux qui ne sont pas habitués à manier les mémoires en informatique ne comprennent pas de suite où est le fameux gain de mémoire que nous évoquions au

début de cet article. En effet, les matrices semblent complexes que les formules, si bien qu'à disposer face à face l'écriture d'une partie de dialogique ordinaire et une partie de dialogique des matrices, la plus simple semble bien être la première.

Toutefois, la simplicité de l'écriture sur une feuille de papier n'est pas un bon critère pour évaluer l'utilisation d'une mémoire : la feuille de papier n'embrasse pas tous les phénomènes dynamiques d'une vraie gestion de mémoire. Le grand avantage de la dialogique des matrices, c'est que **la nouvelle position écrase la précédente**, alors que la dialogique ordinaire accumule une histoire. Cette action d'écraser ainsi que le nettoyage des formules utilisées libèrent de la mémoire lors de la dynamique de la partie, tandis que la dialogique ordinaire accumule sans cesse de nouvelles formules, consommant ainsi toujours plus de ressources.

De plus, une grande qualité des positions est d'être *self-contained* ou *monadique* : on peut composer directement deux séries de mouvements tant que la position à l'interface est la même[102].

3.7.2 Réaffirmation de la séparation entre le niveau des particules et le niveau structurel

Le revers de la médaille toutefois se situe dans le chapitre suivant, au niveau des preuves sémantiques de complétude et de robustesse. En effet, si on s'appuie sur les travaux déjà effectués par Nicolas Clerbout, nous prouvons la complétude et la robustesse de la dialogique des matrices en prouvant que les deux théories décrivent les mêmes formes extensives. Toutefois, là où le bât blesse, c'est que pour ce faire, nous sommes contraints de réintroduire une forme statique et historisante : l'arbre de toutes les parties possibles. Nous sommes obligés de retourner sur

[102] Alors que dans la dialogique ordinaire, une telle composition est impossible, puisque les "histoires" de chaque série de coups peuvent être incompatibles. Si un dialogue partiel va de la formule A à la formule B, et un autre dialogue partiel va de B à C, on ne peut pas déduire qu'il existe un dialogue (partiel ou non) qui va de A à C.

nos pas et de défaire notre travail, ce que nous faisons à la fois avec une grande réticence mais aussi le sentiment d'avoir touché juste.

En effet et paradoxalement, on peut se réjouir de cette difficulté : elle confirme que notre volonté de fournir une formulation extrême pour le dynamisme et l'approche hyper-interne se heurte aux limites que nous cherchions à éprouver, à savoir la sémantique. Histoire, sémantique, structure confirment donc leur intrication. Mais cette intrication n'apparait plus comme un artifice de la construction technique ou comme une interprétation philosophique indépendante, mais comme une limite philosophique et technique qui nous rattrape quand on s'efforce de la dépasser.

Cependant, rien ne nous force à nous appuyer sur la preuve de Nicolas Clerbout : peut-être pourrait-on concevoir une autre preuve, qui conserverait les propriétés intéressantes de la dialogique des matrices ? C'est en tout cas le sens de nos recherches actuelles et de la longue discussion dans le chapitre suivant : exhiber un nouveau type d'objet, les objets tactiques, qui semble être le bon candidat pour continuer nos travaux plus profondément encore ...

4 Les stratégies du sens

"C'est aussi la catastrophe du sens :
l'événement sans conséquences se signale par le fait
que toutes les causes peuvent lui être imputées
sans que rien ne permette de choisir...
Son origine est inintelligible,
Sa destination l'est tout autant.
On ne peut remonter ni le cours du temps,
ni le cours du sens."
Jean Baudrillard, *Les stratégies fatales*

"Être stratège, c'est comprendre cette détermination circulaire
des fins, des voies et des moyens.
C'est au stratège de déterminer l'*élément dimensionnant*,
celui auquel les deux autres doivent s'adapter."
Général Vincent Desportes, *Introduction à la stratégie*

Ce chapitre fournit la partie sémantique de la dialogique des matrices; sémantique qui est produite au niveau des "stratégies". Dans un premier temps, nous allons donner une preuve ordinaire. Puis nous commencerons une réflexion générale sur la notion de stratégie en philosophie. La notion de stratégie n'est pas une notion "native" de la philosophie; peut-elle donc s'enrichir en fréquentant d'autres usages de cette notion ? La division entre stratégie et tactique, c'est-à-dire la traduction dans l'action en cours des décisions stratégiques, est-elle pertinente ? Est-elle inspirante ? Nous interpréterons cette division comme la possibilité de penser la stratégie au niveau local. Or, la première preuve sémantique ne fait rien d'une telle éventualité. Ce qui motive la dernière partie de ce chapitre : montrez que la finesse

de notre outil d'analyse permet d'établir cette distinction entre un niveau tactique et un niveau stratégique en sémantique, mais dans l'état actuel de la science, on n'en tire qu'un projet "d'élaboration du sens". Et des questions nouvelles, à partir desquelles nous ou d'autres pourront approfondir ce travail.

Vous remarquerez aussi que j'ai pris soin d'employer l'expression "preuves sémantiques" à la place de l'expression "preuves métalogiques" : nous nous en expliquerons autant que possible, puisque c'est à ce niveau là que se noue réellement l'intrigue du méta barré qui donnait le premier nom à cette thèse[1]*. En annexe de ce chapitre, nous fournissons sous le titre "Logique sans loyauté" une annexe cherchant à réinterpréter le triplet Voice/Loyalty/Exit dans le cadre de notre débat et une seconde annexe appelée "Le monisme logique est invivable", qui fournit l'ébauche d'un raisonnement résolvant une question "naufragée"*[2] *...*

4.1 Stratégies en sémantique des jeux

Plusieurs définitions de stratégies co-existent en sémantique des jeux et elles sont souvent le plus souvent équivalentes. De plus, on retrouve au moins l'une d'entre elle dans la dialogique ordinaire et dans la théorie des jeux utilisées par les économistes; c'est dire à quel point c'est ce concept qui fait l'interface entre ces disciplines. Mais ce concept en sémantique n'est pas un concept natif, né à l'intérieur d'une analyse philosophique pour participer à des débats d'ordre philosophique, c'est avant tout un concept importé de la théorie des jeux, théorie qui a un horizon qui lui est propre et on ne peut accepter sans examen critique et juste "parce que cette importation est fonctionnelle", que **gagner toutes les parties possibles** et **faire sens** soient

[1] Car supprimer la notion de *méta* ne signifie en aucun cas supprimer les preuves sémantiques.

[2] C'est-à-dire une question présente dans mon projet de thèse initial; voire LA question initiale. Lire aussi le chapitre **5** : "Epaves".

équivalents. L'histoire des idées d'ailleurs, abhorre de telles lignes droites : si la philosophie l'emprunte à la théorie des jeux, l'économie l'a elle-même emprunté en le retravaillant à l'art militaire ... qui lui-même comportait des réflexions d'ordre philosophique[3]!

Il ne s'agit pas de refuser ces importations, de s'acharner à créer des techniques originales pour l'originalité même[4]; il s'agit au contraire de faire ce que nous faisons, ce que tout le monde fait, **mais en parfaite conscience de nos actes** (ou ce qui s'en approche le plus). En effet, les emprunts des sciences les unes aux autres à une même époque finissent par produire un système paradigmatique, avec ses tournures de langage propre, ses manières de preuve mais aussi ses types de problème, qui reflètent les intérêts et les désintérêts de cette époque. Or, nous assumons toujours le même projet critique vis-à-vis de la notion de *méta*, qui a joué un grand rôle dans la constitution des paradigmes du XXème siècle[5]. Ce projet nous a conduit à introduire la notion de **position**. Or, c'est encore sur ce concept que se joue la différence entre les deux définitions de stratégies en *game semantics*.

Il n'est donc pas du tout superflu d'être très vigilant sur notre choix de définition de stratégie, sur ce que coûte ce choix et ce qu'il implique.

[3]Ainsi, dans son "Traité de Stratégie", [9], Hervé Coutau-Bégarie reprend de l'amiral Castex l'idée d'un *spectre de la stratégie*, qui se décline en huit nuances pour la stratégie, dont la "stratégie philosophique". Ces huit nuances proposent chacune plusieurs définitions de la stratégie...

[4] "La nouveauté, c'est vieux comme le Monde !"

[5]...et du XXIème siècle, bien qu'il faille reconnaître que nous ne sommes plus dans les grandes heures du paradigme linguistique en logique. On pourrait dater le début de la déchéance de ce paradigme à la découverte de la correspondance preuve/programme, Curry-Howard, qui va commencer à impulser un nouveau "paradigme" en logique mathématique et en informatique fondamentale. Encore peut-on déjà parler de paradigme ? Ce sera aux historiens qui viendront d'essayer de donner des dates précises et d'en faire le bilan... Je ne pense pas que nous puissions affirmer de manière évidente aujourd'hui que ces conceptions récentes "fassent paradigmes", car elles n'ont pas encore assez essaimé.

4.1.1 Deux fois la même définition ?

Avant de donner les preuves sémantiques, il faut d'abord ce qu'est une stratégie. Il existe deux définitions différentes pour les stratégies :

1. Une stratégie est **une fonction** qui à chaque **partie partielle** fait correspondre un coup (qui permet de poursuivre la partie).

2. Une stratégie est **une fonction** qui à chaque **position** fait correspondre un mouvement (qui donne la position suivante).

La définition 1, que nous appellerons **la définition historique**[6] est la définition classique pour la dialogique : on regarde l'intégralité de la partie[7] et on décide du coup suivant. La définition 2 se sert de la notion de position et n'a à priori pas besoin de regarder l'intégralité de la partie : les données déterminantes étant contenues dans la position, par définition de la position, a-t-on envie d'ajouter, mais c'est plus la définition philosophique, "l'idée de la position", que sa définition-même. Le problème pouvant se poser est d'avoir un jeu avec des positions mal définies[8]. A priori, la première définition est plus large que la seconde, mais c'est la seconde qui utilise les nouvelles notions introduites dans cette thèse. La tentation est grande donc de faire les preuves sémantiques en utilisant uniquement la seconde définition.

[6] Notons que cette appellation est un jeu de mots : cette définition est historique dans le sens où c'est celle qui appartient à l'histoire de la dialogique ordinaire, mais aussi dans le sens où elle utilise l'histoire du dialogue. L'adjectif serait alors plutôt **historiciste** (voire historicienne ?) qu'historique ...

[7] Une définition de **partie partielle** serait sans doute intéressante à donner : une séquence de coups dialogiques respectant les règles du chapitre 3.

[8] Ce jeu est alors sans doute jouable (il faut l'espérer), mais ne peut admettre que la définition historisante de la stratégie.

Nous nommerons cette seconde définition la **définition positionnelle**. Nous retrouvons deux des divisions de la partition en quatre des travaux en *GS*, déjà mentionnée autour de la réponse à la question "Qu'est-ce qui détermine le prochain mouvement ?"[9], à savoir "historique" versus "positionnel". Toutefois, il faut tout de suite nous en expliquer car d'une part, le terme de "stratégie positionnelle" est bien connue des travaux en *game semantics*, par exemple ceux menés autour de Paul-André Melliès dans [30]... D'autre part, cette division pourrait nous suggérer de retrouver 2 autres adjectifs pour qualifier deux autres types de stratégies.

Pour la première remarque, nous aimerions répondre "oui ; ce positionnel a un sens très proche de celui usuel". Nous devons toutefois marquer une petite réserve à cause de l'éloignement toujours existant entre les vocabulaires. Traditionnellement, les stratégies en dialogique ordinaire sont des stratégies historiques, si bien que ce n'est qu'à la fin de ce premier travail sur les stratégies en dialogique des matrices qu'on aura un peu de matière pour développer. Deuxièment, la *game semantic* de Paul-André Melliès utilise une combinaison de positions et de vues, si bien que ce qui correspond à notre idée derrière les stratégies positionnelles ressemblent plus à ce qu'il appelle des stratégies **innocentes**, c'est-à-dire des stratégies qui ne s'intéressent uniquement qu'à ce que le joueur voit et n'a pas besoin de connaître ou de spéculer sur les calculs cachés[10]. La notion de position utilisée dans cette thèse, notre notion "renforcée", exige que toute l'information nécessaire pour jouer le coup suivant y soit contenue et donc semble éliminer le recours à la notion de vue des joueurs[11]. Or, les **stratégies innocentes sont positionnelles** : c'est un des résultats de [30] ! Alors idéalement, nos stratégies

[9] Voir **3.3.2** et l'introduction de [21].

[10] "Innocent" signifie donc "naïf". Par exemple, quand il reçoit une réponse à une de ses requêtes, il ne vérifie pas comment la réponse a été produite. Il fait confiance.

[11] Elle n'apparaît d'ailleurs pas dans le Chapitre 3.

positionnelles devraient aussi être positionnelles au sens “communément admis”.

Pour la seconde remarque, hélas, les quatre réponses à la question donnent là une mauvaise suggestion : à cause de la grande vivacité des théories et du fait, illustré au dessus, des recoupements rapides qu'effectuent les différents projets de recherche entre eux. Bref, cette question était bonne pour introduire les positions, fonctionne avec les objets les moins élaborés, mais à un plus haut degré d'élaboration, il n'y a pas 4 approches suffisamment différentes pour maintenir plus que ces deux définitions de stratégie, qui coïncident de surcroît le plus souvent ...

4.2 Preuves sémantiques

4.2.1 Idée de la preuve et discussion autour de cette idée

Grâce aux travaux considérables faits par Nicolas Clerbout ([7] & [8]), nous pouvons désormais produire une preuve, qui, dans ses grandes lignes, est assez facile quoique laborieuse : on prouve que la dialogique des matrices et la dialogique classique décrivent les mêmes jeux. Pour cela, on prend les formes extensives desdits jeux, c'est-à-dire leurs formes en arbre et on établit une bijection entre chacune de leurs branches. C'est en fait alors un usage “indirect” du théorème des dialogues arenacés de l'annexe du chapitre 2, ou du moins, on peut dire que cette preuve procède de la même intuition : l'identification de suites justifiées entre elles (chaque branche de l'arbre formant une suite justifiée de coups et de mouvements). Nous disons que cet usage est indirect, car nous n'avons pas prouvé que la dialogique des matrices était une *game semantics à la Abramsky*, nous n'en avons pas donné la formulation en termes d'arènes. De plus, le théorème des dialogues arenacés

disaient qu'on pouvait construire un objet mais pas comment le construire : c'est toute cette construction qui est décrite ici.

Dès lors, les preuves sémantiques utilisées par Nicolas Clerbout peuvent être réutilisées et fournissent les résultats escomptés en passant par une théorie tierce : **les tableaux sémantiques**.

Une objection pourra être faite, et c'est d'ailleurs la principale objection que nous nous sommes faite, qui fait écho à l'objection faite à l'annexe du chapitre 2, qui est régulièrement faite aux preuves sémantiques de la dialogique, c'est qu'une telle preuve galvaude tout le dynamisme mis en place dans le dialogue en passant par une théorie dont la sémantique est tout sauf dynamique[12]. C'est-à-dire que le recours aux tableaux est philosophiquement vécu comme une solution faible, et à raison. Pire, dans le cas des thèses défendues ici, on pourrait aller jusqu'à dire que le recours aux tableaux va à l'encontre même du projet poursuivi à travers la dialogique des matrices. La sémantique tue le dynamisme.

La réponse usuelle à cette question commune consiste à blamer uniquement la technique : on considère cette brusque pétrification de notre processus comme un accident technique, qu'on pourrait éliminer et qui est appelé à être éliminé après une certaine montée en puissance des travaux de la communauté des logiciens et pour ainsi dire à se résorber de lui-même.

Il est vrai qu'un progrès d'ensemble de la communauté des logiciens est souhaitable pour obtenir de réels progrès dans le domaine de la sémantique car ce domaine joue énormément sur les interfaces entre les théories. C'est à une réflexion sur un tel progrès général que contribue l'ébauche sur les tactiques matricielles vers

[12]C'est pour cela qu'on peut utiliser l'intuition des dialogues arenacés : quand on approche le problème d'un point de vue statique, il n'y a aucune raison de ne pas se servir de ne plus poursuivre dans cette voie

laquelle s'achemine ce chapitre.

Toutefois, croire qu'on dépasserait cette objection par une lente érosion des contraintes techniques n'est pas une croyance rationnelle si on prend en compte notre argumentation jusqu'ici. Tous les travaux entrepris dans cette thèse suggèrent que ce n'est pas tant une faiblesse "technique" que le contrecoup non-contrôlé d'un contexte métaphysique historique. Mais ce contexte n'est pas le seul viable pour la logique formelle. On pourrait sans doute trouver une certaine ironie à prouver que la volonté de chasser la métaphysique n'a conduit au final qu'à réintégrer comme métaphysique implicite les présupposés techniques de son époque et par là, à confondre les impossibilités techniques d'une époque avec un mur métaphysique. Quoiqu'il en soit, le progrès technique est nécessaire soit, mais pas suffisant pour accomplir les projets que se fixent les systèmes dynamiques en logique (et leurs extensions et exploitations hors de ce domaine). Il faut aussi une prise de conscience plus fine des exigences non-techniques de la philosophie (analytique ou pas, d'ailleurs).

Et c'est vers cette prise de conscience que convergent, humblement, nos arguments ... Que c'est au niveau même de la sémantique que nous devons "mettre de l'eau statique" dans le vin actualiste de la dialogique des matrices, cela n'apparaît alors pas comme une trahison, mais bel et bien comme un argument à la faveur de la thèse développée en introduction : **le recours aux métas comme évacuation du problème du temps**, et par là, évacuation du dynamisme. Les pistes suggérées sur les développements tactiques promettent d'affiner plus encore notre compréhension des dynamiques à l'oeuvre.

4.2.2 Définitions préliminaires

Pour pouvoir faire les preuves rigoureusement, il nous faut définir les termes précisément.

Soit ϕ une formule du langage de la dialogique.

Le **jeu dialogique** (ou dialogue) pour ϕ, noté $D(\phi)$, est l'ensemble des parties admettant ϕ pour thèse. Ce jeu peut être donné sous sa **forme extensive**, c'est-à-dire sous la forme d'un arbre ayant pour racine la thèse, où chaque noeud représente un coup et où chaque chemin représente une partie. Dans cette représentation, les chemins finis allant de la racine à une feuille représentent bien sûr des parties finies. Les branches ne reçoivent pas de noms et ne représentent rien.

Le jeu en logique matricielle pour ϕ, noté $\mathfrak{M}(\phi)$ est l'ensemble des parties admettant pour première position la matrice suivante :

$$\begin{pmatrix} \phi \\ \end{pmatrix}$$

Ce type de jeu peut aussi être donné sous une **forme extensive**, qui admet une représentation sous la forme d'arbre. Vous en trouverez un certain nombre dans les exemples en fin de cette thèse. La différence notable est que les noeuds reçoivent des **positions**, donc des matrices et que ce sont les différentes branches qui supportent les mouvements.

La preuve consistera à montrer que malgré ces différences, malgré le fait qu'on ne puisse pas établir directement de bijection entre les mouvements et les coups, les **formes extensives** sont les mêmes (c'est-à-dire les mêmes arbres, indépendamment de ce qu'ils représentent.)

Lors d'une tentative de preuves sémantiques qui n'a pas été retenue, une question s'est posée, qui mérite d'être portée à la connaissance du lecteur, au sujet du caractère constructif desdites formes extensives. En effet, rien dans cette définition ne nous dit rigoureusement comment construire cet arbre. N'aurions-nous pas une définition vide ou bien un objet inconstructible devant nous ? La réponse est "non", cette forme extensive existe bien et d'autre part, on peut même rajouter qu'elle est unique, cela ne fait aucun doute[13]. Par contre, ce qui n'est pas donné, c'est comment on le représente effectivement[14] : par exemple, quelle branche dessine-t-on en premier ?

Cette méthode de représentation n'est pas nécessaire, on ne s'amuse jamais à comparer vraiment les arbres réellement dessinés. Toutefois, lors de la tentative de preuves dont il était question, nous n'avions pas encore décidé de "faire le deuil partiel" du dynamisme pour cette preuve et sous cet angle, nous avions décidé de comparer les générations des deux arbres; sans rien avoir trouvé à comparer. D'où un **faux** soupçon de "non-constructivisme" au sujet de la preuve de Nicolas Clerbout : les formes extensives sont des objets bien construits, mais qui peuvent être "dessinées" de manière différente.

4.2.3 Trois propriétés partagées des dialogiques

Dans l'article déjà cité de Nicolas Clerbout, l'auteur fournit trois propriétés préliminaires (que nous expliquerons ensuite) à sa grande preuve : **détermination**, **suffisance du rang 1 pour l'opposant** et **clôture dialogique**.

[13]Les parties existent, donc l'ensemble des parties existe. De plus, comme cet ensemble capture toutes parties qui correspondent à la définition, il est unique (pour rappel, c'est l'usage de l'axiome d'extensionnalité dans la définition par compréhension).

[14]Sachant que comme il existe des arbres infiniment "larges", ladîte représentation n'est pas forcément possible.

Ces propriétés servent principalement à expliquer en quoi la preuve fournie couvre bien tous les cas à considérer (et donc en quoi elle est bien probante). Ainsi, si on se contente de fournir uniquement la correspondance entre forme extensive entre la dialogique usuelle et la dialogique des matrices, nous n'avons pas encore la garantie de pouvoir en tirer les bonnes conclusions, si nous n'avons pas ces propriétés[15] !

Propriété 1 : Détermination

Soit une formule complexe ϕ. Il existe une stratégie gagnante pour l'un des joueurs dans $\mathfrak{M}(\phi)$.

Corollaire : Elimination des stratégies défensives

Il y a une stratégie gagnante pour le proposant dans $\mathfrak{M}(\phi)$ si et seulement si il n'y a pas de stratégie gagnante pour l'opposant dans $\mathfrak{M}(\phi)$.

La détermination des jeux dialogiques se fait en employant le théorème de Gale-Stewart[16]. Toutefois, il y a un tout petit embarras à lever sur ce théorème, c'est qu'il est conçu pour les jeux homonymes, qui sont des jeux infinis. Or, les nôtres ont beau être finis, ils sont virtuellement "aussi longs que le souhaitent les joueurs"; c'est-à-dire que le choix du rang de répétition libre a pour conséquence qu'on ne peut pas donner une borne supérieure fixe à la longueur des jeux. Pour le dire différemment, si on recherchait les stratégies gagnantes "à la main", un joueur pourrait toujours réclamer de retenter la partie avec un rang de répétition plus grand, pour voir si cela change quelque chose à l'issue de la partie[17]... Et comme il peut choisir librement le rang de répétition dans $\mathbb{N}$, on n'est pas prêt

[15] Bien qu'aucun contrexemple ne nous vienne facilement à l'esprit.

[16] Gale & Stewart,[17].

[17] Heuristiquement, le fait de perdre ne signifie jamais que l'adversaire possède une stratégie gagnante. Et même le fait de toujours perdre **empiriquement** ne permet pas de le dire : le jeu pourrait être non-déterminé, sans stratégie gagnante et on pourrait parcourir un épisode de malchance (ou bien encore, la chance de gain est trop faible pour que le nombre d'essais empiriquement réalisables soit concluant).

d'avoir épuisé tous les choix ...

Heureusement, le théorème de Gale-Stewart s'applique aussi dans ces cas finis mais arbitrairement longs.

Le corollaire s'appelle l'élimination des stratégies défensives, parce qu'il sert à répondre à une question : "même si l'adversaire a une stratégie gagnante, ne pourrais-je pas m'arranger pour retarder cette victoire infinement ?" C'est ce qu'on appelle une **stratégie défensive**, à savoir une stratégie dont le but n'est pas de gagner, mais avant tout, de **ne pas perdre**. Techniquement parlant, ce genre de questionnement a une place prépondérante dans tous les jeux où l'on "peut jouer la deuxième place", ou bien qui se déroule en phases successives où l'on peut économiser sur une phase pour espérer "se refaire" à la suivante[18]. Et d'autre part, épistémologiquement parlant, le plus souvent, un joueur n'a pas accès à l'information "l'autre a une stratégie gagnante"; il se contente de réfléchir sur le fait que lui-même n'a pas de stratégie gagnante mais sans considération sur la nature du jeu, il peut espérer gagner sur une indétermination ou bien sur un malentendu ou une erreur ... D'où une tendance à opter pour une stratégie défensive.

Mais les jeux qui nous intéressent sont des jeux des jeux finis **à somme nulle**, c'est-à-dire un jeu qui se finit et dont les gains "s'annulent mutuellement". En effet, victoire et défaite sont des manières qualitatives de parler, remplaçons victoire par 1 et défaite par -1, faisons la somme des gains en fin de jeu et on obtient 0, d'où **somme nulle**[19].

[18]Le tour de France cycliste ressemble à ce genre de jeu, et regorge d'exemples où l'on voit des coureurs défendre un maillot de meilleur grimpeur plutôt que d'attaquer le maillot jaune du classement général.

[19]Ce vocabulaire n'appartient ni à la dialogique, ni à la sémantique des jeux, mais à la théorie des jeux. Quand on dit qu'on cherche à optimiser les gains d'un jeu, on ne dit pas qu'on cherche à optimiser le gain d'un joueur, mais à augmenter la somme des gains. D'où l'idée qu'une bonne optimisation enrichit tout le monde. Mais faire accroître la somme des gains n'implique pas une

Cette remarque nous permet de prouver l'élimination dans le sens direct[20] : l'argument général consiste à supposer l'existence d'une stratégie pour le proposant et d'une stratégie pour l'opposant. Il suffit alors de faire jouer ces stratégies l'une contre l'autre; ce qui provoque une contradiction, les deux joueurs ne pouvant pas tous les deux gagner!

Par contre, dans le sens indirect[21], l'argument pourrait être un tout petit peu plus complexe. Est-ce que si l'opposant n'a pas de stratégie gagnante, cela a-t-il pour conséquence que le proposant en a une ? Après tout, pourquoi devrait-il y avoir une stratégie gagnante pour l'un ou l'autre des joueurs ? Supposons qu'aucun des joueurs n'ait de stratégie de victoire, cela n'entre pas en contradiction avec la propriété "jeu fini à somme nulle", car l'inexistence de stratégie gagnante n'empêche pas les parties de se finir avec un gagnant et un perdant. Mais cela entre en contradiction avec la détermination prouvée via Gale-Steward au-dessus, détermination qui indique qu'au moins un des joueurs a une stratégie gagnante.

Propriété 2 : Suffisance du rang 1 pour l'opposant

Soit une formule complexe ϕ. Il y a une stratégie gagnante pour le proposant dans $\mathfrak{M}(\phi)$ si et seulement si il y a une stratégie gagnante pour le proposant dans $\mathfrak{M}^1(\phi)$ (où $\mathfrak{M}^1$ désigne la partie où l'opposant a choisi le rang de répétition 1).

Il est entendu que s'il existe une stratégie gagnante pour le proposant dans le cas le plus général $\mathfrak{M}(\phi)$, alors il existe une stratégie gagnante pour le proposant dans le cas spécifique où l'opposant choisit le rang de répétition.

distribution équitable de ces gains, d'où la nécessité bien comprise des économistes de ne pas rester sur de tels modèles si simples.

[20] "S'il existe une stratégie pour P, alors il n'en existe pas pour O"

[21] "S'il n'existe une stratégie pour O, alors il n'en existe pas pour P"

Dans l'autre cas, la question est de savoir si une stratégie qui est gagnante pour le proposant quand l'opposant choisit en premier le rang de répétition 1, devient caduque si cet opposant choisit une autre valeur pour le rang de répétition. Bref, que gagne l'opposant à choisir rang 2 au lieu de rang 1 ? La réponse est "rien". En effet, l'opposant n'est soumis à aucune restriction spécifique quant à l'usage de ses coups[22], rien ne l'empêche de se servir au rang 1 d'une hypothétique stratégie victorieuse en rang 2.

Notons tout de même que ce résultat est très lié à l'économie des "formules comme ressource", et que dans un jeu dialogique incorporant la consommation de ressources des deux côtés, aussi bien chez l'opposant que chez le proposant, il pourrait ne plus être vrai.

Propriété 3 : Clôture dialogique

Soit une formule complexe ϕ pour laquelle il existe une stratégie gagnante pour le proposant. Considérons les branches décrits par cette stratégie dans l'arbre décrivant la forme extensive de $\mathfrak{M}(\phi)$.

1. Le dernier mouvement de chaque branche est l'assertion d'une formule atomique (cette assertion pouvant être un $!a_P$, un $?\neg_P$ sur une formule atomique précédée par une négation ou bien consécutive à une défense sur une disjonction $!_\vee L_P$ ou $!_\vee L_P$).

2. Pour chaque branche décrite par la stratégie gagnante du proposant, il y a une formule atomique A qui est assertée à la fois par l'opposant et par le proposant.

Que pourrait être le dernier mouvement d'une branche gagnante, s'il n'était pas l'assertion d'une formule atomique ? Eh bien, au choix, l'assertion d'une

[22] Les règles spéciales que nous avons "rendues locales" ne concernent que le proposant.

formule complexe ou bien une requête qui produit au moins une formule dans la cellule des formules requises [23]. Mais si c'était une formule complexe, l'opposant pourrait la questionner et donc ce ne serait pas le dernier mouvement de la branche. De même, si c'était une requête, l'opposant pourrait fournir ce qui est demandé, puisqu'il n'est pas restreint dans les formules qu'il peut asserter, et ce ne serait encore pas le dernier mouvement de la branche.

Donc ce dernier mouvement ne peut être par élimination que l'assertion d'une formule atomique par le proposant.

Or, en même temps, ce même proposant ne saurait produire une formule atomique de par ses propres forces, il doit effectuer un copy-cat d'une formule préalablement assertée par l'opposant. Ce qui prouve le second point de la clôture dialogique.

Interprétation graphique : cette propriété s'exprime visuellement de la manière suivante : dans la dernière position d'une branche suivant une stratégie gagnante, il existe au moins une formule atomique A de sorte qu'on ait :

$$\begin{pmatrix} \alpha, A & \beta, A \\ \gamma & \delta \end{pmatrix}$$

où α, β,γ et δ sont des listes d'autres formules.

4.2.4 Equivalence sémantique entre $\binom{2\ 1}{1\ 2}_*$ et $\binom{2\ 1}{1\ 2}$

L'étude comparative des deux formes d'implications, la forme standard et la forme étoilée, montrent qu'il existe des possibilités de convergence entre les deux formes de l'implication, c'est-à-dire qu'on se retrouve sur les mêmes positions. Toutefois, on remarque en même temps que l'implication étoilée exige plus de coups pour

[23] Pas le challenge sur la négation d'une formule complexe, qui est de l'ordre de l'assertion.

qu'on en épuise toutes les possibilités mais permet aussi d'en économiser, dans le cas où une des formules exigibles ne seraient finalement pas utiles à la preuve. Cela entraîne des différences dans les formes extensives. Or, l'implication utilisée en dialogique usuelle correspond à la définition standard et pas à la définition étoilée, ce qui fait qu'en nombre de coups utilisés, on sait tout de suite qu'on arrivera à rien prouver directement en logique classique.

Il nous faut un théorème intermédiaire, qui nous permettrait d'utiliser les stratégies gagnantes de $\binom{2\ 1}{1\ 2}$ dans le cas étoilé, afin de pouvoir construire notre preuve sémantique sur le cas standard. C'est le deuxième versant du définirème de **3.4.2** :

Equivalence

Soit une formule complexe ϕ. Il existe une stratégie gagnante pour le proposant pour ϕ dans $\binom{2\ 1}{1\ 2}_*$ si et seulement il existe une stratégie gagnante pour le proposant pour ϕ dans $\binom{2\ 1}{1\ 2}$.

Pour faire cette preuve, il faut d'abord restreindre les cas étudiés. En effet, il faut s'interroger sur quels cas où le changement entre l'implication standard et l'implication étoilée pourrait modifier l'existence ou la non-existence de stratégie gagnante. **Ainsi, nous pouvons d'ores et déjà exclure les cas où il existe une stratégie gagnante pour l'un des joueurs sans passer par aucune implication**. De plus, nous devons aussi exclure tous les cas où la partie peut continuer indépendamment de l'implication : il reste des chemins à explorer donc il faut les explorer avant de s'interroger (pourquoi ne pas trouver une stratégie gagnante en contournant ?).

La seule situation donc où le changement entre les deux implications puisse être décisoire, c'est la position où, toutes choses égales par ailleurs, l'existence ou non de la stratégie gagnante va dépendre de l'implication. La condition "toutes choses égales par ailleurs" correspond aux $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ présent dans les exemples, mais il faut

comprendre que ces données sont “mortes” : elles ne permettent plus de jouer des coups et ne contiennent **a priori** pas A, ni B[24]. De plus, A et B sont des formules atomiques. On considère successivement les deux matrices suivantes (cas 1, cas 2) :

$$\begin{pmatrix} \alpha & A \longrightarrow B, \beta \\ \gamma & \delta \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \alpha, A \longrightarrow B & \beta \\ \gamma & \delta \end{pmatrix}$$

Puisque nous parvenons à ces matrices sans utiliser l'implication, il va de soit que jusqu'à ces positions, les stratégies adoptées ont été identiques.

Considérons maintenant notre preuve.

Sens direct : il existe une stratégie dans le cas étoilé. Etudions l'implication standard.

Cas 1 : Quand l'opposant pose le challenge sur l'implication, il ajoute A à sa groupe de formules stockées et requiert du proposant le conséquent B. Peut-il lui fournir ?

On sait que toutes choses par ailleurs égales, le proposant peut gagner à tous les coups dans le cas étoilé. Peut-on en déduire qu'α contient le B nécessaire pour gagner dans le cas standard ? Oui. En effet, le proposant peut jouer deux coups dans le cas étoilé : soit il asserte $\neg A$, sur lequel l'opposant n'aura aucune difficulté de rebondir en posant le challenge $?\neg_O$. Donc s'il persiste sur ce choix, le proposant perd puisqu'il n'y aura plus de coups disponibles. Donc il doit asserter B, et comme on sait qu'il peut gagner, alors par la force des choses, on sait aussi

[24]L'enjeu de la preuve sera de raisonner de telle sorte à montrer que A ou B doivent nécessairement appartenir à ces ensembles de formules. Donc pas question de les y mettre à priori !

qu'il peut asserter B, donc que B est contenu dans α. Donc on peut répondre "oui" à la question de l'alinéa précédent.

Or, il en découle que l'opposant n'a plus de coup à jouer et perd la partie. Donc que le proposant a une stratégie gagnante.

Cas 2 : C'est le proposant qui doit poser le challenge. Pour ce faire, il doit être en mesure d'asserter A, or rien ne nous le garantit.

Or, on nous dit qu'il existe une stratégie gagnante pour lui dans le cas étoilé. Donc le proposant requiert qu'on lui donne $\neg A \vee B$ et quelque soit la réponse de l'opposant, elle doit être mauvaise. S'il fournit $\neg A$, le proposant doit être en mesure de le questionner donc A est dans α. S'il fournit B, le proposant ne peut pas le questionner et perd. Ce qui est contradictoire avec l'idée qu'il y a une stratégie gagnante pour lui.

Donc l'hypothèse sur l'existence d'une stratégie gagnante pour le proposant est fausse sous ces conditions et qu'il n'existe pas de stratégie gagnante **ni pour l'implication standard, ni pour l'implication étoilée** (ce qui nous arrange aussi).

Cas 2 bis : Si ce résultat "négatif" ne plaît pas, on peut tout aussi bien alléger nos hypothèses et autoriser B à être une formule plus complexe. Dans ce cas là, on déduira que le proposant gagne sur toutes les branches produites à partir de ce B. Le cas le plus simple serait $B = \neg A$.

Dans ces cas-là, l'existence d'une stratégie gagnante pour l'implication étoilée garantit que A est en α et que le proposant peut gagner toutes les sous-branches produites par l'assertion de B par l'opposant.

En repassant ces informations sur le cas de l'implication standard, on s'aperçoit que le proposant peut placer son challenge sur $A \longrightarrow B$ parce que A est dans α.

Or, l'opposant ne pourra répondre qu'en assertant B et on sait que le proposant gagne ensuite sur toutes les sous-branches produites par ce geste.

Donc sous ces hypothèses restreintes, l'existence d'une stratégie avec l'implication étoilée entraîne l'existence d'une stratégie avec l'implication standard.

Sens indirect : il existe une stratégie dans le cas standard. Etudions le cas étoilé.

Cas 1 : L'opposant challenge $A \longrightarrow B$ avec l'implication étoilée, le proposant se retrouve avec $(\neg A \vee B)_0$ dans ses formules requises.

Il a le choix donc il peut soit répondre $\neg A$, ce qui lui vaudra un challenge sur A de la part de l'opposant (et donc il ne lui restera plus qu'à recommencer à faire un choix pour $(\neg A \vee B)_1$). S'il s'acharne alors à asserter la formule complexe $\neg A$, il perd la partie.

Or, il faudrait qu'il puisse la gagner, donc on considère l'autre choix : peut-il asserter B ?

On sait que "toutes choses par ailleurs égales", si l'opposant avait utilisé la règle de l'implication standard pour le premier challenge, le proposant pouvait gagner la partie (hypothèse de base). Or, il ne peut répondre à l'implication standard qu'en assertant B. On est donc obligé de conclure qu'il peut le faire, donc que B doit être dans α.

De là, on conclut qu'il peut aussi l'asserter dans le cas étoilé et que ce faisant, il gagne la partie. D'où existance de stratégie gagnante pour lui.

Cas 2 : Le proposant challenge $A \longrightarrow B$ avec l'implication étoilée. Comme dans le cas précédent, si on garde la supposition que le B est atomique, le proposant perd la partie dans le cas étoilé, mais il est aussi impossible qu'il la gagne dans le cas standard aussi. On passe donc tout de suite au ...

Cas 2 bis : B est une formule complexe.

Le proposant challenge $A \longrightarrow\!\!\!\!\!\rightarrow B$ avec l'implication étoilée, l'opposant a désormais la formule $(\neg A \vee B)_0$ dans ses formules stockées S_O.

Il peut soit asserter $\neg A$, soit asserter B.

Qu'est-ce que l'existence d'une stratégie gagnante pour le cas de l'implication standard nous apprend ? D'une part, si le proposant a su gagner dans la même situation avec l'implication standard, c'est qu'il pouvait réaliser le challenge dessus. Donc que l'opposant ait concédé autrefois dans la partie l'antécédent, A, et donc A est dans α. Mais de plus, rien n'empêche le proposant de relever ce défi en assertant B (puisqu'il n'est pas limité dans ses assertions). Or, on sait que le proposant gagne sur toutes les branches issues de la discussion sur B, puisqu'il a une stratégie gagnante.

Ces deux informations, qu'on peut transposer dans le cas étoilée, nous permettent de montrer que l'opposant est déjà condamné. S'il asserte $\neg A$, le proposant peut attaquer cette négation avec le copy-cat du A dans α. Si l'opposant asserte B, alors ce n'est guère mieux, puisqu'on sait que le proposant gagne sur toutes ces branches.

Conclusion : notre théorème est prouvé et on va pouvoir se servir de l'implication standard dans nos preuves sémantiques, l'implication standard qui fournit les formes extensives de "bonne longueur"[25].

[25] Au delà de cela, cette preuve a une certaine originalité, puisqu'elle a un caractère assez local qui n'est pas sans me déplaire. Sa représentation graphique (partielle car tous les cas n'y sont pas présentée) qui est fournie à la fin est une vraie "représentation d'artiste". Elle montre deux arbres se rejoindre sur des positions identiques, phénomènes qu'on ne peut pas réellement produire avec de "vraies" formes extensives, mais que d'une certaine manière, les positions permettent (en faisant une entorse aux conventions de représentations...)

4.2.5 Preuve pour la logique classique

La preuve se fait en deux fois deux parties. Nous commencons par traiter la logique classique. Pour cela, nous exposons d'abord une méthode de transposition[26] d'une forme extensive d'un jeu en dialogique des matrices vers la forme extensive d'un jeu en dialogique ordinaire, puis la preuve que cette traduction est adéquate. Puis nous reproduisons cette démarche dans l'autre sens.

Nous traitons finalement le cas des logiques intuitionnistes séparément, en l'interprétant comme une réduction des choix et par là, des branches retirées : il faut alors s'assurer que ces branches "retirées" coïncident...

Signalons aussi que bien que des formes extensives pour les jeux matriciels sont fournies en annexe à ce texte, ces formes extensives contiennent des facilités d'écriture, qui sont rappelées mais qu'il faut bien avoir en tête quand on essaie de dessiner la preuve. En particulier, dans les représentations simplifiées, on autorise les chemins menant aux mêmes positions à se rejoindre, ce qui n'est pas rigoureusement le cas : jamais les "vraies" branches ne se rejoignent, c'est une interprétation "artistique".

Précisons aussi que les notations employées dans la preuve présentée reprennent, pour toute la partie dialogique ordinaire, la notation utilisée dans la preuve de Nicolas Clerbout et peuvent légèrement différer avec la notation plus simple mais un peu moins proposée dans le chapitre **3**. Cette petite différence n'est en rien une différence fonctionnelle.

[26] Je me sers du mots transposition ou transformation, pour éviter le mot d'"isomorphisme", car il n'y a pas à rigoureusement parler d'isomorphisme de graphes entre les deux types de formes extensives. J'aurais pu réutiliser le merveilleux terme de "trahiuction", mais ce dernier est trop littéraire/poétique. Ne jamais dire à un mathématicien "Traduttore, traditore" ... "Traduire, c'est trahir".

Transposition de la forme extensive de $\mathfrak{M}(\phi)$ vers celle de $D(\phi)$

Cette première transposition est la plus simple parce qu'elle perd de l'information, à savoir l'existence de positions.

1. Soit la forme extensive de $\mathfrak{M}(\phi)$. Nous commencons par reproduire l'arbre de la forme extensive, mais en ne gardant que les branches et en oubliant les positions et les noms des flèches. Nous appelons ce nouvel arbre $T(\phi)$, comme abréviation de "transformé de la forme extensive de $\mathfrak{M}(\phi)$".

   a) A la racine du nouvel arbre $T(\phi)$, là où se situait dans l'arbre initial la matrice

   $$\begin{pmatrix} \\ \phi \\ \\ \end{pmatrix}$$

   , nous plaçons le coup $P!\phi$.

   b) Puis, pour chaque noeud, on lit le nom du mouvement sur la branche correspondante dans l'arbre-source. Par exemple, pour le cinquième noeud d'une branche, on lit le nom de la flèche entre le quatrième et le cinquième noeud[27], on lui applique la transformation décrite par la table suivante.

   Certaines informations complémentaires doivent être recherchées soit sur la flèche, soit dans la position finale du mouvement. X sert à désigner le nom d'un joueur, soit l'opposant O, soit le proposant P. Cette information est contenue dans le nom de la flèche. ν (ou bien ν_L et ν_R quand il faut distinguer entre la "formule à gauche du connecteur" et la "formule à droite du connecteur") sert à désigner la nouvelle formule produite. Les a_i servent à désigner les constantes individuelles.

[27] Flèche unique.

Ces deux informations doivent être lues dans la matrice finale du mouvement de l'arbre-source.

Notons aussi que les formules de la dialogique classique sont dépourvues d'indice de répétition, la répétition y étant gérée autrement (voir ci-dessous).

$!r_X$	$(Xn := r_X)$
$!f_X$	$X!\nu$
$!a_X$	$X!\nu$
$?\vee_X$	$X?[!\nu_L, !\nu_R]$
$!\vee L_X$	$X!\nu_L$
$!\vee R_X$	$X!\nu_R$
$?\wedge R_X$	$X?[!\nu_R]$
$?\wedge L_X$	$X?[!\nu_L]$
$?\rightarrow_X$	$X!\nu_L(?[!\nu_R])$
$?\neg_X$	$X!\nu$
$?\forall_X$	$X?[!\nu(x/a_i)]$
$?\exists_X$	$X?[!\nu(x/a_1), ..., !\nu(x/a_n)]$
$!\exists_X$	$X!\nu(x/a_i)$

Transformation d'un mouvement vers un coup dialogique

c) On inscrit ce nom de coup dialogique. Les flèches restent sans nom.

Nous obtenons ainsi un arbre, dont nous ignorions encore si nous pouvons dire qu'il s'agit ou non de la forme extensive $D(\phi)$, c'est-à-dire si $T(\phi) = D(\phi)$. La seconde étape de la preuve sera donc de prouver qu'il s'agit bien là de la bonne forme extensive.

2. Pour cela, il y a trois étapes : prouver que la racine ainsi que les deux premiers coups coïncident, puis prouver que chaque branche décrit bien une partie distincte de la dialogique classique, et enfin, montrer qu'il y a le bon nombre de branches.

   a) La première étape est la plus simple : la forme extensive $D(\phi)$ a pour racine l'assertion par le proposant de la formule ϕ. Notre première étape de la transposition ne fait qu'extraire cette assertion de la position[28]. Pour ce qui est du choix du rang de répétition, le fait que nous travaillons avec un système précis, $\binom{2\ 1}{1\ 2}$, conditionne ces choix de deux manières : d'une part, dans les deux théories chaque joueur choisit en une fois les rangs de répétition des challenges et des défenses (en haut et en bas...) mais d'autre part, ils ne choisissent pas réellement : l'opposant choisit rang 2 et le proposant rang 1. Dans la forme transposée $T(\phi)$, et en accord avec les règles de transposition fournie précédemment, les deux coups suivant la thèse seront donc bien : $(O2 := r_O)$ et $(P1 := r_P)$.

   b) Pour prouver que chaque branche de $T(\phi)$ décrit bien une partie du jeu dialogique pour la formule ϕ, pas question d'étudier l'intégralité de la branche. Nous préférons raisonner par récurrence sur la possibilité des coups à partir de l'arbre-source, $\mathfrak{M}(\phi)$. Pour le dire autrement, en étudiant les informations minimales sur les positions qui rendent possibles les coups en dialogique des matrices, est-ce qu'on peut tirer assez d'informations sur la branche transposée pour déduire qu'elle réunit toutes les conditions nécessaires pour correspondre à une partie du jeu dialogique pour la formule ϕ ?

[28] Il y a une toute petite différence en ce que la position donne la thèse sans que le proposant l'asserte réellement. En dialogique classique, cette thèse est un mouvement zéro.

Par souci d'économie sur la taille de la preuve, on ne va considérer que le cas des coups du proposant, ceux-là ayant le plus de restrictions. On laisse au lecteur le soin de compléter "par symétrie" pour les coups de l'opposant.

$!f_P$: pour pouvoir jouer ce coup, il faut que la matrice-source contienne la formule à asserter dans R_O. Or, les seuls coups qui peuvent générer une telle formule dans R_O sont $? \wedge R_O$, $? \wedge L_O$, $? \rightarrow_O$: il existe donc un tel mouvement précédemment dans $\mathfrak{M}(\phi)$. La transposition de ce mouvement garantit donc l'existence des challenges correspondants dans un noeud antérieur[29] dans l'arbre transposé. Le nettoyage des formules par le biais des rangs de répétition (=2) garantit que ce challenge a été défendu moins de 2 fois.

$!a_P$: les conditions pour jouer ce coup sont les mêmes que les précédentes, sauf qu'au préalable, le joueur a du vérifier la présence de la formule atomique désirée ν dans S_O. Or, que signifie cette présence ? Les seuls coups générant une formule atomique dans S_O sont des assertions, soit directes comme $!a_O$, soit indirectes comme dans $? \rightarrow_O$ ou $?\neg_O$ ou encore dans certains cas $! \vee L_O$ et $! \vee R_O$. La présence donc de ν dans le S_O de la matrice-source garantit l'existence d'un tel mouvement auparavant dans la branche. Or dans la transposition, ce mouvement se transpose en un coup qui est ou qui contient le $O!\nu$ nécessaire pour satisfaire la condition d'assertabilité pour le proposant dans la partie dialogique ordinaire. Donc coup légal.

[29] On ne peut pas préciser plus que "quelque part au-dessus". C'est le contrecoup de la localisation totale des matrices de position qu'on ne conserve pas ces détails de l'histoire...

Comme ce schéma de raisonnement va être répété un certain nombre de fois, écrivons-le très proprement une fois et ensuite, nous nous contenterons de le rappeler.

Soit ν une formule atomique. Soit $!a_P$ un mouvement de $\mathfrak{M}(\phi)$, de degré n, tel que :

$$\begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & \nu, \delta \end{pmatrix} \xrightarrow{!a_P} \begin{pmatrix} \alpha & \nu, \beta \\ \gamma & \delta \end{pmatrix}$$

Alors comme $\mathfrak{M}(\phi)$ est une forme extensive d'un jeu en dialogique des matrices, le mouvement décrit respecte les règles des particules et donc, $\nu \in \alpha$. Or, comme à la racine (degré 0), $S_O = \varnothing$, il doit exister un mouvement de degré i avec $0 < i < n$ qui ajoute ce ν[30]. Or, il n'existe que 5 mouvements susceptibles de satisfaire à cette condition : $!a_O$,$? \rightarrow_O$, $?\neg_O$, $! \vee L_O$, $! \vee R_O$. Dans le cas qui nous intéresse, les transposés de ces mouvements sont respectivement : $O!\nu$, $O!\nu(?[!\nu_R])$,$O!\nu$,$O!\nu$ et $O!\nu$, où ν' désigne le conséquent qui peut être quelconque. Donc on peut déduire de tout cela que dans l'arbre $T(\phi)$, quand on considère cette branche, il y a eu un coup $O!\nu$ au degré i avec $i < n$. Donc la règle structurelle de restriction de l'usage des formules atomiques pour le proposant est respectée.

$?\vee_P$: pour émettre ce challenge, la matrice-source devait contenir une assertion de la formule complexe en $\vee$, par le biais d'une assertion directe $!f_O$ ou bien d'une assertion indirecte comme précédemment. De là, le raisonnemment est le même : l'assertion dont il reste la trace dans la matrice-source dénote un coup précédent, qui a du être transposé par

[30] Un tel coup $S_{O,i-1} = \alpha'$ et $S_{O,i} = \alpha', \nu$.

un $O!\nu$, où ν est cette fois la formule complexe en $\vee$ recherchée. Le fait que cette trace dans la matrice-source n'a pas été nettoyée par les rangs de répétition garantit que cette formule complexe n'a pas été interrogée plus que la "limite légale".

$! \vee L_P$ et $! \vee R_P$: ces deux coups correspondent au choix entre deux assertions possibles dans le cas d'un challenge sur une disjonction faite par l'opposant. Dans la matrice-source, il y a donc une formule du type $(\nu_L \vee \nu_R)$ dans R_O, formule qui ne peut avoir été produite que par la requête $?\vee_O$. Or cette requête se transpose en $O?[!\nu_L, !\nu_R]$ et donc le problème se retrouve être le même qu'avec l'assertion précédemment traitée. Pareillement, le fait que la formule n'ait pas été nettoyé dans la matrice garantit un respect de la règle structurelle sur les répétitions.

$? \wedge R_P$ et $? \wedge L_P$: si le proposant a pu faire ce mouvement, c'est qu'il existe une assertion préalable d'une conjonction par l'opposant. Cette assertion a du être transposée et n'a pas encore épuisé son quota de répétition (sinon elle aurait été nettoyée).

$? \rightarrow_P$: on peut lire dans la matrice-source deux choses. D'une part, l'existence d'une assertion préalable de l'implication concernée, $\nu_L \longrightarrow \nu_R$, qui a été transposée toujours selon le même mécanisme. D'autre part, si ν_L est atomique, alors elle est présente aussi dans S_O, disponible pour être "copy-caté". Et comme tout ce qui est dans S_O doit y avoir été mis d'une manière ou d'une autre, il doit y avoir eu une assertion directe ou indirecte de cette formule atomique par l'opposant; assertion qui a pu être transposé comme coup "précédent" dans l'arbre $T(\phi)$

$?\neg_P$: même histoire. Si c'est la négation d'une formule atomique, comme $\neg\nu$, alors la présence dans la matrice-source de ν dans S_O garantit une assertion précédente.

$?\forall_P$, $?\exists_P$: même histoire. La seule condition pour que ces coups soient possibles est la présence des formules correspondantes dans S_O, qui ne peuvent y venir uniquement si elles ont été assertées.

$!\exists_P$: ce cas se traite comme le cas des formules atomiques : la garantie qu'il existe dans l'arbre transposé un coup $O!\nu(x/a_i)$ est donnée par la présence de $\nu(x/a_i)$ dans le S_O de la matrice-source. Il provient forcément d'un mouvement antérieur, qui devait avoir la forme d'une assertion, transposée en coup $O!\nu(x/a_i)$.

De tout cela, on conclut que les branches de l'arbre transposé $T(\phi)$ respecte toujours les règles de la dialogique ordinaire (même s'ils n'ont pas été générés dialogiquement, mais par transposition). Et donc que chacune de ces branches représentent une partie.

c) Maintenant que nous savons que chaque branche ainsi transposée décrit bien une partie pour la dialogique classique, il ne nous reste plus qu'à "compter" le nombre de branches différentes générables[31]. Pour cela, il ne serait pas judicieux de calculer directement le cardinal de l'ensemble des branches du nouvel arbre : on arrive très facilement à un nombre infini de branches, il suffit d'avoir quelques quantificateurs universels

[31] De branches entièrement différentes. D'où la nécessité de bien séparer les branches quand on fait la preuve...

ou existenciels dans la formule.

On va plutôt se poser la question de savoir combien au maximum de **nouvelles** branches possibles appelle chaque coup joué[32]. En effet, le résultat précédent prouve que le cas suivant ne se produit jamais : "un mouvement entre deux positions, une fois transposé dans le langage de la dialogique ordinaire, décrit un coup illégal". C'est en quelque sorte un résultat à minima. Il nous faut encore montrer que chaque mouvement qui produit du choix (donc du branchage) se transpose en un coup qui rend possible le même nombre de choix[33]. Ce n'est pas le nombre de branches qui nous intéresse, mais l'**accroissement** de ce nombre à chaque coup.

La notion est plus subtile qu'elle en a l'air : le coup joué par un joueur X produit le plus souvent des possibilités de coups pour l'autre joueur Y. Ainsi, si on note B le nombre de branchements absolument possibles[34] à partir d'un noeud, avec B_P le nombre de branchement pour le proposant et B_O celui de l'opposant, on doit constater deux choses. D'une part, ce nombre "absolument possible" est la somme des deux autres, $B = B_P + B_O$, ce qui a pour conséquent qu'il est faux de croire que la partie s'arrête quand $B = 0$. Si on veut spécifier dans ce langage ce qui signifie une partie perdue pour un joueur X, il faut que $B_X = 0$ et que ce soit son tour. De plus, un accroissement de B n'entraîne pas forcément un accroissement des deux nombres de la somme : par exemple, si le

[32]Pour le dire autrement, quels sont les nouveaux choix qu'ouvrent un coup? Et on ne parle que des nouveaux...

[33]Il ne suffit pas qu'un coup soit transposé de manière légale. Il faut aussi qu'il produise "le même nombre" de branches différentes.

[34]On doit parler ici de branchement et non pas de branchage. Le branchage est ce qui est produit par les branchements successifs, à condition de comprendre le mot "branchement" dans son sens littéral, à savoir "action de brancher" et non pas dans son sens technique de raccordement.

joueur X fait un challenge sur une formule qui est nettoyée parce qu'elle a atteint son rang max de répétition, et si ce challenge ouvre sur deux réponses différentes[35], nous avons un accroissement réel du nombre de branchements absolus de 1, mais qui se décompose ainsi en :

$B_{n+1}-B_n = (B_X+B_Y)_{n+1}-(B_X+B_Y) = B_X-1+B_Y+2-B_P-B_O = 1.$

Toutefois, pour simplifier tous ces calculs[36], on se doit de préciser que le "nettoyage" des formules utilisées, qui réduit le nombre de branchements possibles[37], fonctionne de la même façon dans les deux théories, si bien qu'on peut se concentrer sur l'accroissement uniquement (les nouveaux branchements et pas la disparition des anciens).

De même, dans les cas où tous les branchements théoriquement ouverts ne sont pas effectivement exploitables (à cause de la limitation dans l'usage des formules atomiques)[38], nous avons vu que la possibilité dans la forme extensive dans une théorie entraînait sa possibilité dans la forme extensive transposée. Dès lors, nous n'avons pas à nous inquiéter des "branchements absolument possibles mais non exploitables".

Tous ces considérations étant faites, il nous suffit désormais de reproduire le tableau de transposition, en indiquant à chaque fois quel est l'accroissement absolu du nombre de branchements (le nombre de nouvelles branches qui sont ouvertes par les coups et les mouvements dans chaque langage respectivement). Si les valeurs de la source et de son

[35] Cas typique : challenge sur une disjonction. $?\vee_X$ dans le langage de la dialogique des matrices, $X?[!\nu_L, !\nu_R]$ dans le langage de la dialogique ordinaire.

[36] Dont on ne reproduira pas les détails ici, car ils sont faciles et indûment fastidieux.

[37] qui peut le réduire drastiquement, par exemple, quand on nettoie un $?\exists_X/X?[!\nu(x/a_1), ..., !\nu(x/a_n)]$.

[38] On pense ici à un coup qui ouvre à deux réponses, mais dont l'une n'est pas possible parce qu'elle exige l'utilisation d'une formule atomique.

transposé correspondent, alors on a prouvé que les deux formes extensives se recouvrent mutuellement.

$\delta(B)$ indique l'accroissement du nombre de branchements absolus induit par le mouvement entre les positions, $\delta(B')$ l'accroissement du nombre de branchements absolus induit par le coup transposé. $\aleph$, le cardinal des entiers naturels, apparaît quand on peut choisir librement une valeur dans $\mathbb{N}$, d est le nombre cardinal du domaine dans lequel on peut choisir une variable[39].

Pour les mouvements utilisant d'une assertion, on distingue plusieurs cas, dépendant de la nature de la formule assertée. L'assertion d'une formule atomique n'ouvre sur aucun coup[40]. L'assertion d'une formule complexe ouvre sur une seule nouvelle branche quand il n'y a qu'une façon d'attaquer cette formule (disjonction, implication, négation, existenciel), 2 branches si elle admet deux challenges (conjonction), d si on peut choisir librement quelle variable du domaine le challenge sur cette formule requiert (universel). Quand une valeur multiple en $1, 2, d$ est présente dans le tableau, c'est que nous sommes face à un tel cas[41]. Un 0 en plus dans la liste signifie qu'on peut asserter une formule atomique. Pour l'implication, le $(0, 1, 2, d) + 1$ résulte de la somme d'un côté les branchements ouverts par l'assertion de l'antécédent plus la requête (unique) du conséquent. Les derniers cas compliqués sont ceux qui impliquent des substitutions (tous les quantificateurs). Pour les requêtes, (les ?), la situation est assez simple : soit le requérant fixe la variable de substitution, la réponse est donc unique et le $\delta(B)$ vaut

[39] Le plus souvent, d'ailleurs, $\Delta = \aleph$

[40] Ah ? Et quand cette assertion autorise un copy-cat de la part du proposant ? Eh bien, ce cas est déjà compté dans l'accroissement "absolu" du coup auquel le proposant ne pouvait pas répondre auparavant...

[41] Cas complètement symétrique par rapport aux transpositions étudiées.

1, soit c'est le défenseur qui devra choisir librement parmi le domaine et dans ce cas-là, le δ vaut d. Par contre, quand le joueur répond à un challenge sur l'existenciel en substituant la variable dans la fonction propositionnelle, le nombre de nouveaux branchements dépend intiment de la nature de la fonction propositionnelle. Par exemple, pour $\exists x f(x)$, on obtient $f(a_i)$ qui se comporte comme un atome, donc $\delta = 0$. Par contre, pour une formule propositionnelle complexe, on obtient la même valeur que pour la formule complexe obtenue[42], celle-ci pouvant être d, comme dans le cas suivant : $\exists x \forall y(f(x, y))$: après substitution de x par a_i, on obtient la formule complexe $\forall y(f(a_i, y))$. Or l'assertion d'une telle formule complexe a bien pour valeur d'accroissement du nombre de branchements absolus, d.

$?\vee_X$	$\delta(B) = 2$	$X?[!\nu_L, !\nu_R]$	$\delta(B') = 2$
$!a_X$	$\delta(B) = 0$	$X!\nu_{atomique}$	$\delta(B') = 0$
$!f_X$	$\delta(B) = 1, 2, d$	$X!\nu$	$\delta(B') = 1, 2, d$
$!\vee L_X$	$\delta(B) = 0, 1, 2, d$	$X!\nu_L$	$\delta(B') = 0, 1, 2, d$
$!\vee R_X$	$\delta(B) = 0, 1, 2, d$	$X!\nu_R$	$\delta(B') = 0, 1, 2, d$
$?\wedge R_X$	$\delta(B) = 1$	$X?[!\nu_R]$	$\delta(B') = 1$
$?\wedge L_X$	$\delta(B) = 1$	$X?[!\nu_L]$	$\delta(B') = 1$
$?\xrightarrow[X]{}$	$\delta(B) = (0, 1, 2, d) + 1$	$X!\nu_L(?[!\nu_R])$	$\delta(B') = (0, 1, 2, d) + 1$
$?\neg_X$	$\delta(B) = 0, 1, 2, d$	$X!\nu$	$\delta(B') = 0, 1, 2, d$
$?\forall_X$	$\delta(B) = 1$	$X?[!\nu(x/a_i)]$	$\delta(B') = 1$
$?\exists_X$	$\delta(B) = d$	$X?[!\nu(x/a_1), ..., !\nu(x/a_n)]$	$\delta(B') = d$
$!\exists_X$	$\delta(B) = 0, 1, 2, d$	$X!\nu(x/a_i)$	$\delta(B') = 0, 1, 2, d$

Comparaison entre les branchements induits par chaque coup.

Transposition de la forme extensive de $D(\phi)$ vers $\mathfrak{M}(\phi)$

Le principal souci de la transposition dans l'autre sens est qu'il faut générer à nouveau les matrices de position et que d'un point de vue calculatoire, c'est un

[42]Ce qui est parfaitement cohérent avec l'idée qu'une fonction propositionnelle se comporte comme une formule "normale" une fois qu'on a fixé ses variables.

travail considérable. Sinon, la preuve en elle-même ressemble beaucoup à la preuve précédente : on part de la forme extensive $D(\phi)$, on crée un arbre transposé $\mathfrak{T}(\phi)$ dans le langage de la dialogique des matrices. Puis, on prouve que cette arbre est une représentation de la forme extensive du jeu pour ϕ en dialogique des matrices.

1. La mise en place de l'arbre transposé $\mathfrak{T}(\phi)$ se fait en deux étapes : d'abord on récupère à partir de $D(\phi)$ chaque branche dont on traduit les coups en mouvement entre les matrices. Puis, on calcule lesdites matrices (par récurrence), ce calcul complétant presque à lui-seul la preuve. En effet, une branche transposée dont les positions sont entièrement calculables correspond à une partie en dialogique des matrices.

   Pour créer l'arbre, nous procédons ainsi. On commence par dupliquer sa structure, en retirant les noms des noeuds. Puis, à chaque flèche dupliquée, on associe un nom de mouvement, correspondant au transposé du nom de l'objet-cible de la flèche d'origine. Pour le dire simplement, là nous avions dans $D(\phi)$ une flèche "sans nom" pointant vers le nom X, où X est le nom d'un coup dialogique, nous obtenons dans l'arbre transposé $\mathfrak{T}(\phi)$ une flèche s'appelant $t(X)$, où $t(X)$ est le transposé de ce coup dans le langage de la dialogique des matrices.

   Comme le système est fixé, les trois premiers coups, $P!\phi$, $Or_1 := 2$ et $Pr_1 := 2$ sont transposés de la manière suivante :

$$\begin{pmatrix} \phi \\ \end{pmatrix} \xrightarrow{!r_O} \begin{pmatrix} r=2 & \phi \\ & r=2 \end{pmatrix} \xrightarrow{!r_P} \begin{pmatrix} r=2 & \phi_0, r=1 \\ r=1 & r=2 \end{pmatrix}$$

Puis, pour la suite, nous fournissons une table de transposition, assez similaire à la précédente. Attention toutefois, dans les cas où les transpositions sont multiples, il faudra lever cette indétermination en utilisant la **fonction de backtrack** présentée en **3.4.2**.

$X!\nu$	$!f_X$,$!a_X$, $! \vee R_X$, $! \vee L_X$, $?\neg_X$
$X?[!\nu_L, !\nu_R]$	$?\vee_X$
$X?[!\nu_L]$	$? \wedge L_X$
$X?[!\nu_R]$	$? \wedge R_X$
$X!\nu L(?[!\nu_R])$	$? \rightarrow R_X$
$X?[!\nu(x/a_i)])$	$?\forall_X$
$X?[!\nu(x/a_1), ..., !\nu(x/a_n)])$	$?\exists_X$
$X!\nu(x/a_i)$	$!\exists_X$

Transformation d'un coup vers un mouvement matriciel

La levée d'indétermination pour le cas du coup $X!\nu$ se fait de la sorte : on regarde le coup de rang $b(X!\nu)$ (graphiquement, c'est le $b(X!\nu)$-ème noeud de la branche que nous sommes en train de considérer). Si ce coup est un challenge de la forme $Y?[!\nu_L, !\nu_R]$, alors le $X!\nu$ se transpose en $? \wedge L_X$ ou en $? \wedge R_X$, selon que le $\nu = \nu_L$ ou $\nu = \nu_R$[43]. Si ce coup est l'assertion d'une négation par l'autre joueur, $Y!\neg\nu$, alors ce $X!\nu$ sera transposée en $?\neg_X$. Finalement, dans tous les autres cas, il faut regarder si ν est une formule atomique ou pas. Si ν est atomique, $X!\nu$ est transposée en $!a_X$. Si ν est complexe, alors $X!\nu$ est transposée en $!f_X$.

Notons que cette levée d'indétermination passe par la fonction de backtrack et donc l'histoire de la partie. On ne peut donc pas dire qu'il y a "traduc-

[43]Et si $\nu = \nu_L = \nu_R$, cela n'est pas important pour la preuve, mais si on tient absolument à considérer ce cas, forçons le connecteur sur sa droite et choisissons arbitrairement de le transposer par $? \wedge R_X$.

tion" des coups d'un langage à l'autre, bien qu'une transposition soit possible. Toutefois, cet usage est la réactivation des formes de raisonnement qu'on se refusait de faire quand on pensait **local** et qu'on cherchait à faire des matrices de position des entités logiques autosuffisantes. Indice supplémentaire qui montre que la chosification de l'histoire se noue bien quelque part par ici, entre la preuve sémantique et sa transsubstanciation en métalogique...

2. Il faut désormais remplir les noeuds de l'arbre avec les matrices de position. A priori, rien de plus simple, il suffirait d'appliquer chaque mouvement transposé à partir de la suite de deux coups et trois positions précédemment fournies. Toutefois, rien ne nous garantit que les mouvements que nous avons transposés sont effectivement appliquables successivement. Pour le dire autrement, pour un nom a_n, si on note le chemin sur une branche de la forme extensive $D(\phi)$ passant par les coups $(a_1, ..., a_n)$ par $a_1 \frown ... \frown a_n$, et que si on note son transposé sur $\mathfrak{T}(\phi)$, $t(a_1) \frown ... \frown t(a_i)$, rien ne nous garantit que $t(a_i)(...(t(a_1)(M))))...)$ soit bien définie et soit calculable (où M est la position initiale).

   Pour obtenir ce résultat, il faut encore passer par la fonction de backtrack et par le fait que la branche source représente une partie dialogique (et donc, que tous les coups y sont légaux, ce qui nous apportent des informations supplémentaires). Cette preuve est la contrepartie du **2b** de la transposition inverse : cette fois-ci, en partant de l'histoire "jusqu'à présent" de la partie et du fait que le coup est légal, on en déduit des informations quant au contenu des matrices de l'arbre transposé et on en déduit qu'elles existent[44]... Comme nous avons déjà fait une preuve de ce type, nous ne traiterons pas tous les

[44]Et pour les calculer, on est obligé de procéder étapes par étapes, à partir de la racine de l'arbre. On ne calcule pas la 9ème position sans avoir calculé les 8 précédentes.

cas de manière exhaustive et comme précédemment, on ne s'intéressera qu'au cas du proposant, P.

Le problème est donc le suivant : étant donné un mouvement transposé à partir d'un coup dans une forme extensive d'un jeu dialogique, puis-je être sûr que la matrice-source de ce mouvement contient les bons éléments pour que le mouvement soit bien défini ?

La réponse est "oui", mais pour le prouver, il faut se demander quels types d'informations doit se trouver dans notre matrice-source. Elles sont de deux types : l'opportunité c'est-à-dire la présence d'une bonne formule au bon endroit et d'autre part, pour les coups utilisant une formule atomique A, il faut pouvoir être sûr que A se trouve dans S_O.

Pour l'opportunité, elle se décline en deux aspects. Pour les mouvements en !, il faut vérifier la présence d'une formule dans R_O, pour les mouvements en ?, la présence d'une formule dans S_O.

Dans le premier cas, les formules ne peuvent arriver en R_O que par le biais d'un challenge, un mouvement en ?. Peut-on être sûr qu'il existe un tel mouvement auparavant qui a laissé la bonne formule à R_O ? On sait que le coup-source était légal, or la condition pour qu'un tel coup le soit est donné en **3.5.2**, "opportunité pour !" : "s'il existe un challenge $?k$ avec rang $r(?k) < n$, joué par l'autre joueur Y ($Y \neq X$) n'ayant encore reçu le nombre maximal de réponses, alors X peut défendre contre ce challenge k, en utilisant le coup adéquat", et seulement dans ce cas-là devrait-on préciser. Donc dans l'arbre-source, il existe un challenge précédemment, qui a du être transposé en un mouvement en ?. De plus, on sait qu'il n'a pas reçu le nom-

bre maximum de réponses, donc que la formule créée en R_O a un indice de répétition inférieur à ce qu'il faudrait pour la faire disparaître[45]. Dans le cas où la formule qu'on asserte avec le mouvement ! est une formule atomique (par exemple A), nous devons aussi vérifier la condition d'assertabilité, c'est-à-dire que A est dans S_O. Pour cela, même raisonnement : le coup transposé est légal dans l'arbre-source, ce qui signifie que la condition d'assertabilité y est remplie sous sa forme dialogique ordinaire, à savoir "il existe une assertion de la formule A par l'opposant auparavant" (il existe un coup $O!A$ ou bien $O!A(?[!A'])$). Or, ce coup précédent lui-même a été transposé et a produit un A dans S_O. Or, comme les atomes stockés ne sont jamais éliminés (pas de consommation des ressources atomiques), le A doit toujours y être présent. Donc la condition d'assertabilité est aussi vérifiée dans l'arbre transposé.

Dans le second cas, pour pouvoir émettre le challenge adéquat, il faut que la formule soit présente dans le S_O. Or, cette formule ne peut arriver là que par son assertion. Le fait que le coup soit légal dans l'arbre-source garantit la présence d'un coup qui se transpose dans un mouvement qui fournit la bonne formule dans S_O. De plus, comme précédemment, le fait que le coup est légal nous assure qu'on n'a pas atteint la limite dans les challenges et donc que la formule n'a pas été nettoyée. Si le challenge demande une assertion de la part du proposant, même raisonnement.

3. Fabriquer l'arbre transposé et en calculer les positions ne garantit pas que cet arbre transposé "épuise" tous les cas de parties en dialogique des matrices. Il se pourrait qu'il y ait moins de parties possibles en dialogique ordinaire qu'en

[45]Il faut prouver en effet que la formule a été produite, mais aussi, qu'elle n'a pas été nettoyée entre temps.

dialogique des matrices, et que de ce fait, l'arbre transposé pourrait n'être qu'un sous-arbre de la forme extensive $\mathfrak{M}(\phi)$. Il nous faut donc prouver qu'il y a le même nombre de branche.

Pour cela, le raisonnement est le même que dans le premier cas : on compare les embranchements et en constate qu'ils sont les mêmes. La table fournie précédemment étant complément reversible, nous vous y renvoyons.

Question supplémentaire : à la vue de ce résultat, ne pourrait-on pas concevoir une forme hybride entre la dialogique classique et la dialogique de matrices ? Une dialogique qui conserve l'écriture standard des coups mais aussi les positions matricielles ? Elles n'ont été séparées dans cette thèse que parce qu'elles ont été produites par deux projets métaphysiquement différents, et une volonté de mettre en avant des problématiques propres à l'auteur.

4.2.6 **Complément de preuve** : liaison stratégie et forme extensive.

La preuve proposée montre que sous sa forme extensive, une partie pour ϕ peut être représentée par des arbres ayant les mêmes propriétés de graphe : mêmes branches etc ... Toutefois, il n'est peut-être pas évident pour un lecteur qui n'est pas expérimenté, de conclure à partir des définitions données ce que nous aimerions conclure, à savoir que l'existence d'une stratégie gagnante pour un joueur dans un des deux jeux entraîne l'existence d'une stratégie gagnante pour ce même joueur dans l'autre jeu...

Ce pont se fait en donnant la définition d'une stratégie **sous sa forme extensive**, définition d'ailleurs qui n'est possible que quand on use de la définition "globale" de la stratégie proposée en **4.2.1**.

La stratégie peut être vue comme un arbre élagué, c'est-à-dire auquel on a retiré des branches. Une stratégie pour le proposant, ainsi, conserve toutes les branches pour l'opposant, mais pour le proposant, on ne garde qu'une seule branche (c'est la manière d'exprimer le fait que la stratégie "choisi" un mouvement). Voilà ce qui faut comprendre intuitivement par "la stratégie est un arbre élagué" et on comprend que si on a les mêmes formes extensives et donc les mêmes représentations sous la forme d'arbre, on obtient les mêmes "arbres élagués" et donc les mêmes stratégies.

Donnons une formulation propre de cette intuition :

Stratégie extensive

Soit une formule complexe ϕ et soit une représentation $T(\phi)$ de la forme extensive d'un jeu pour cette formule. Tous les noeuds ont un degré, qui est égal au nombre d'arêtes[a] qui le sépare de la racine; et le chemin de la racine jusqu'à ce noeud a une longueur égale à ce degré.

Une **stratégie sous forme extensive :** pour le proposant $S_P(\phi)$ est un sous-arbre de $T(\phi)$ tel que :

1. Si s est un chemin le long d'une branche de $S_P(\phi)$ de longueur paire (pouvant être nulle dans le cas de la racine), alors s'il existe au moins une arête a telle que $s \frown a$ soit un chemin dans $T(\phi)$, il existe une seule et unique arête a' telle que $s \frown a'$ soit dans $S_P(\phi)$, sachant qu'il est possible que $a = a'$[b].

2. Si s' est un chemin le long d'une branche de $S_P(\phi)$ de longueur impaire, alors quelles que soient les arêtes a_n telles que $s' \frown a_n$ soit un chemin dans $T(\phi)$, elles sont aussi dans le sous-arbre $S_P(\phi)$ (les chemins $s' \frown b_n$ sont aussi dans $S_P(\phi)$).

3. C'est un sous-arbre maximal : on ne peut pas ajouter de noeuds ou d'arêtes sans contredire une des deux propriétés précédentes ou la définition d'un sous-arbre.

La définition pour l'opposant s'obtient en inversant les longueurs paires et impaires.

[a] Nombre minimum d'arêtes, pourrions-nous préciser. Mais le fait est qu'il n'existe qu'un chemin qui va de la racine vers chaque noeud...

[b] Prosaïquement, on vérifie d'abord qu'il existe des arêtes qui continuent le chemin dans l'arbre $T(\phi)$. S'il en existe, on choisit parmi elles une seule et unique arête, qui correspondra au coup du proposant choisi par cette stratégie.

Notons, pour compléter ce complément, et puisque nous sommes dans les

définitions, qu'on peut définir assez facilement ce qu'est une **stratégie gagnante** pour chacun des joueurs sous cette forme extensive. Le proposant gagne quand l'opposant ne peut plus jouer de coups, donc sur une branche de longueur impaire. Une **stratégie gagnante sous forme extensive** pour le proposant/pour l'opposant est donc une stratégie gagnante sous forme extensive pour le proposant/pour l'opposant dont toutes les branches sont de longueurs impaires/paires.

4.2.7 Preuve pour la logique intuitionniste

Nous nous intéressons désormais à ce qui se passe entre les jeux joués avec les règles de la logique intuitionniste pour la dialogique et les jeux joués dans la dialogique des matrices $\binom{2\ 1}{1\ 2}_{\downarrow}$.

La démarche pour créer la dialogique intuitionniste consiste à restreindre l'utilisation de certains coups, démarche qui se traduira nécessairement sur la forme extensive du jeu comme le fait de "retirer" des branches (cf **3.5.2**). L'introduction du marqueur d'aggro en **3.5.3** coïncide avec cette démarche. Les preuves sémantiques se font alors très facilement, en prouvant "qu'on coupe" les mêmes branches; ce qui devrait être évident après avoir étudié/réétudié la construction. Il nous semble donc superflu de refaire une preuve détaillée d'une petite trentaine de pages.

Ce qui est important de comprendre, c'est que la logique intuitionniste demande qu'on encapsule une information supplémentaire dans la matrice : le "dernier coup non-défendu". Or, en suivant les mouvements qui interagissent avec l'aggro et en les comparant avec ceux de la dialogique de matrices classique, on s'aperçoit que c'est exactement ce que fait ce marqueur - on pourrait dire "par définition". Ainsi, dans la transformation d'une forme extensive de la dialogue ordinaire vers ce qu'on aimerait être la forme extensive du jeu pour la même formule en dialogique des matrices, l'information du dernier coup qu'on allait chercher dans l'histoire (dernier challenge) glisse vers la dernière formule requise (c'est-à-dire la requête

produite par ce challenge, requête qui porte l'aggro). Et réciproquement, dans la transposition dans l'autre sens, à chaque fois qu'il y a une matrice avec un aggro dans la forme extensive, on peut être sûr que cet aggro provient du dernier ?-mouvement; tous les ?-mouvements faisant circuler l'aggro.

On perd toujours dans la transposition la capacité de "poursuivre en arrière" précisément la provenance de l'information, mais c'est là le prix ou la gloire de la thèse actualiste de la dialogique des matrices. Prix si on pense que cette perte coûte. Gloire quand on a compris qu'on ne garde que l'information utile en termes de mécanique de jeu mais peut-être pas "inutile" en termes de description des stratégies... Ce sera l'objet de la seconde partie de ce chapitre.

4.3 Pourquoi parler de la stratégie en philosophie ?

4.3.1 Motivations personnelles

Le premier livre que j'ai lu comme un livre de théorie de l'argumentation s'appelait l'"Art de la Guerre" de Sun Tzu. Bien entendu, c'est un livre de stratégie militaire et pas d'argumentation. Bien sûr, si l'argumentation use parfois d'une violence, cette dernière est toute symbolique et ne peut être rapportée à celle d'une opération militaire. Mais comme j'avais tôt pris l'habitude de considérer la science comme un jeu de construction et que de par ma culture ludique, j'appréciais les jeux de rôles et les jeux de stratégie[46], l'analogie fut rapidement faite et les bons principes du maître chinois m'inspirèrent beaucoup quand je me suis fait mes premières dents "argumentatives".

Aussi combien suis-je surpris de voir que cette analogie, qui me fut si fructueuse, n'est aujourd'hui qu'assez marginalement évoquée ni convoquée dans les champs de

[46]Tous ceux où il faut construire des stratégies et pas uniquement les *Kriegsspiele* traditionnels. Des jeux à mon sens plus intéressants que les échecs...

réflexion philosophique alors qu'inversement, les économistes et les militaires qui échangent autour des questions de stratégie, même quand ils ne sont pas d'accord sur la possibilité même de cet échange, n'hésitent pas à se référer à des notions philosophiques assez élaborées[47].

Il ne faudrait pas rompre trop vite avec ces domaines : il serait tout de même étrange que le philosophe n'ait qu'une définition à emprunter, définition qui lie la stratégie aux jeux. Comme le philosophe parle de *jeu de langage*, il doit y avoir quelque chose comme une stratégie du langage : les *jeux sémantiques* appellent des stratégies du sens... Et pour que ces discussions/fertilisations soient possibles, il faut essayer de garder un vocabulaire commun et d'éventuellement regarder ce que chacun peut dire sur quelques problématiques "stratégiques" partagées sans qu'aucun ne cherche à "vassaliser" l'autre[48].

Pour le dire de manière très personnelle, ma réflexion s'est construite en utilisant énormément de domaines dans lesquels on ne s'attend pas à rencontrer un philosophe et je ne tiens pas à m'en cacher; mais plutôt à inciter tous ceux qui veulent comprendre mon travail à suivre la même démarche.

4.3.2 Rappels et récapitulatif.

Avant d'aborder la question des stratégies formelles et les grandes lignes du rapport qu'entretiennent philosophie et stratégie, il est bon de rappeler les usages que nous avons fait du terme "stratégies" jusqu'ici, dans cette thèse. Nous avons employé le mot "stratégie" dans au moins trois sens :

[47] A ce titre, l'"Introduction à la stratégie"([13]) du général Vincent Desportes et de Jean-François Phelizon déjà citée en exergue peut-être considérée comme un vrai livre de métaphysique "appliquée" et cela jusque dans les comparaisons entre arts de la guerre occidentaux et arts de la guerre orientaux ...

[48] Chacun connait les dérives presque ordinaires des projets "pluridisciplinaires" et la confusion qu'il en résulte.

1. Comme **choix d'écriture** d'un texte : nous avons à de nombreuses reprises mis en avant les choix stratégiques et la "stratégie d'argumentation", aussi bien les nôtres que celles d'éventuels contradicteurs. Ces mises en avant de la stratégie d'argumentation étaient l'explication des enjeux derrière les différents prises de position argumentatives. Par exemple, nous pourrions dire que nous avons décidé de commencer ce quatrième chapitre par un rappel et un approfondissement de la notion de stratégie, parce qu'elle ne semble pas aller de soi dans un discours philosophique alors qu'elle s'impose avec **trop de naturel** dans le discours de la logique formelle; ce **trop de naturel** qui semble la placer en dehors du champs de la critique et donc, nous y ramène. Cela est vrai. Mais pourquoi avoir choisi cet exemple plutôt qu'un autre ? On pourrait dire que c'est parce que c'est ma tournure d'esprit de préférer[49] la mise en abyme à des choix plus conventionnels d'exemples.

2. Dans la *séparation* entre "niveau des parties" et "niveau des stratégies" à l'intérieur des dialogues formels. Notons que cette distinction semble se calquer sur la distinction règles de particules et règles structurelles, ce qui nous suggère que la stratégie aurait à voir avec la structure[50].

3. Deux définitions formelles, qui consistent à décrire la fonction comme la possibilité de donner un plan de jeu à un joueur. La stratégie serait alors la clef pour réaliser quelque chose (le plus souvent une victoire) à travers un système de règles.

Laissons d'abord de côté ce troisième usage et concentrons-nous sur les deux premiers. Une fois encore, la tentation serait grande de faire appel à la notion

[49]Préférence qu'on pourrait à son tour expliquer par le caractère extrêmement local de ce procédé littéraire. On pourrait même dire que c'est un procédé localisateur, exactement comme une boussole, qui est une mise en abyme magnétique.

[50]Suggestion qu'il faudrait "réfuter en doute", avant de la réfuter tout court...

de “méta” pour coordonner ces usages du mot : il y aurait la stratégie logique et la stratégie d'exposition rhétorique de la stratégie logique. Le choix d'écriture serait de la *métastratégie*. On se demande parfois si n'importe quelle profondeur conceptuelle ne pourrait pas être analysée comme une pièce montée avec plusieurs étages de “méta”. Mais qu'est-ce que cela nous apporterait ? ... Résistons donc une fois encore à la tentation de séparer Humpty de Dumpty, l'oeuf de la coque[51], et restons concentrés sur la dynamique du processus de différenciation.

Si la première définition, la stratégie comme choix d'écriture, semble plus appartenir à la théorie littéraire qu'à la philosophie, encore faudrait-il admettre une telle étanchéité, qui me paraît bien trop complexe pour l'être sans un réel examen critique[52]. La seconde définition est quant à elle une vraie lubbie de philosophe, mais encore, on pourrait dire que c'est une lubbie de sémanticien du jeu en logique philosophique, c'est-à-dire d'une minorité à l'intérieur même d'une minorité, d'un secteur de l'activité humaine qui n'a pas tellement brillé par son génie stratégique depuis au moins les quarante dernières années...

Aucun de ces deux usages du mot “stratégie” ne semble donc faire de cette thématique une thématique importante en philosophie, et encore moins de l'étude des stratégies formelles un champs d'investigation philosophique autonome[53]. Pour

[51] *“[...] the suburb's formule why they provencials drollo* ***eggspilled*** *him out of his homety dometry narrowedknee domum (osco de basco de pesco de bisco!) because all of his creature comfort was an omulette finas erbas”* trahiuit par *“formule consacrée dont usent les provinciaux pour expulser le jaune de sa maison,* ***séparer Humpty de Dumpty, l'oeuf de sa tête****, (osco de basco de pesco de bisco), parce que toute sa consolation de créature était dans l'omulette aux fines herbes”*.James Joyce, “Finnegans Wake”[22].

[52] Pour la refuser, nous ne sommes même pas obligés d'aller jusqu'à Buffon, “le style c'est l'homme même”. Toutefois, c'est un autre débat, qu'on ne peut pas réduire à l'opposition “philosophie = contenu” tandis que “littérature = forme” et quand bien même on ferait jouer cet argument très scolaire, il faudrait encore prouver l'indépendance totale du contenu et de la forme.

[53] Peut-être pourrait-on expliquer la bizarrerie des différents cas proposés à l'étude dans cette

le dire autrement, en partant de ce constat superficiel, tout semblerait indiquer qu'un journaliste sportif s'y connait plus en stratégies qu'un philosophe et que nous sommes en train de chercher des liens là où l'intuition des chercheurs n'avait produit qu'une métaphore et on ne peut pas nier que la sémantique des jeux tire une partie de son vocabulaire de métaphores[54]... Nous ne pouvons pas leur donner tort sur l'apparence, mais il ne faut pas oublier que cette apparence est le produit d'une histoire.

C'est que le logicien ne se pense pas comme un stratège théorique[55], puisqu'il a **désappris** tous les tours de la rhétorique pour développer **contre cela** (ou **en parallèle** à cela ?) une méthode. Il se pense donc comme une personne travaillant avec méthode (pour ne pas dire, un méthodiste). Mais il faut alors expliquer la différence entre "une méthode pour résoudre un problème" et une "stratégie de résolution". Quelles différences faut-il faire ? Sur quelles lignes s'est construite progressivement cette opposition[56] ? Et surtout, n'a-t-on pas déjà dépassé ces lignes sans s'en apercevoir ?

thèse (jeu de société, stratégie militaire...) par la volonté de l'auteur de s'essayer à faire "comme si" l'étude des stratégies formelles était autonome, volonté qu'on pourrait expliquer par un goût rhétorique pour les montées à l'extrême. Ici, c'est la thèse de la "sémantique qui se joue au niveau des stratégies" qu'on pousse jusqu'à l'extrême. Vous aurez compris que je pratique l'hyperbole méthodologique : jusqu'où peut-on aller ?

[54]Et ensuite ? Presque tous les mots sont des métaphores et ceux qui ont été crées *ex-nihilo* pour constituer des novlangues disparaîtront ou **s'emmétaphoreront**!

[55]Le mot "stratégiste" existe dans le vocabulaire de la théorie militaire, en ce qu'il oppose la stratégie pratique, opérationnelle, à la théorie stratégique. L'homme de terrain est le stratège, l'homme d'études stratégiques est le stratégiste. Mais nous ne souhaitons pas importer cette distinction dans ce travail-ci : l'opposition abstrait/concret n'ayant presque aucun sens arrivé à ce haut degré d'abstraction. Comme nous l'indiquions déjà dans notre mémoire de maîtrise, "l'abstrait, c'est toujours l'autre".

[56]Le présupposé étant qu'elle n'est pas primitive, c'est-à-dire qu'à l'origine, soit la stratégie et la méthode étaient suffisamment indépendantes pour ne pas se constituer en opposition, soit et c'est la thèse que nous suggérerons elles pouvaient se penser ensemble. Seul le présupposé "ne pas être primitive" importe réellement dans le cadre plus large de la thèse. Et il ne coûte pas trop cher.

4.3.3 Méthode contre stratégies ?

Dans cette partie, nous essayerons de proposer quelques pistes pour développer ces thèses, sans toutefois avoir la prétention de fournir une réponse définitive à ces questions.

Il ne s'agit donc pas d'une étude exhaustive, qui révélerait plus de l'histoire des idées. En effet, les sens du mot "méthode" autant que ceux de "stratégie" ne se fixent ni se stabilisent durant deux millénaires. Il serait trop fastidieux de partir des étymologies : *stratos agein*, c'est-à-dire "conduire une armée"[57] et *meta hodos*[58], c'est-à-dire la "recherche d'une voie".

Il s'agirait plutôt d'un dispositif d'élucidation, visant à mettre en lumière un point très ciblé, qu'on pourrait appeler le **reductio ad solitarium** dans les conceptions logiques des stratégies sémantiques. Pour que ce dernier fonctionne, nous avons du laisser de côté l'analyse diachronique pour réinjecter "au risque de l'anachronisme" deux définitions qui n'étaient pas rigoureusement formulées ainsi dans les débats historiques. Ainsi, par stratégie, nous entendrons tout ce qui est du domaine de "la dialectique des volontés employant la force pour résoudre un conflit", ce qui est la définition du général Beaufre[2] et par méthode, tout ce qui est du domaine de la "conduite de l'esprit"[59].

[57] Avec cette subtilité que "stratos" serait plus précisément l'armée qui campe.

[58] Tiens donc, on retrouve le fameux *méta*, mais il s'agit ici du terme grec.

[59] La formule de Descartes dans [12] "Par méthode j'entends des règles certaines et faciles, grâce auxquelles tous ceux qui les observent exactement ne supposeront jamais vrai ce qui est faux, et parviendront sans se fatiguer en efforts inutiles, mais en accroissant progressivement leur science, à la connaissance vraie de tout ce qu'ils peuvent atteindre" semble donner une bonne limitation à ce domaine; toutefois elle ne capture pas tout le *spectre de la méthode* qui n'est pas moins large que celui de la stratégie. Wittgenstein, [43], §133 : "En philosophie, il n'y a pas *une* méthode, mais bien des méthodes comme autant de thérapies différentes".

Méthode comme morale contre la stratégie comme immoralité

Il n'est pas évident que l'opposition entre méthode et stratégie, que nous interrogeons ici au niveau épistémique ou logique, se soit constituée dans un premier lieu dans cette sphère. De nombreux indices suggèrent au contraire que cette opposition tient avant tout de la morale, dans le débat sur le rapport entre moralité des moyens et moralité des fins.

Ainsi on peut mettre en avant les débats entre Socrate et les rhéteurs ne se font pas sur les moyens utilisés et leur efficacité, mais sur le but recherché par ceux-ci et ensuite seulement, l'éventuelle inadéquation entre ce but et ces moyens. Socrate ne questionne jamais ni ne se moque (ouvertement) des talents d'orateur de ses interlocuteurs, au mieux leur demande-t-il de les lui épargner. Et d'autre part, quand les sophistes attaquent Socrate, ils l'accusent précisément d'employer les mêmes tours de langage, c'est-à-dire d'user des mêmes moyens qu'eux-mêmes, et de le faire mal encore[60]. C'est-à-dire qu'ils reconnaissent Socrate comme un des leurs, jusqu'au moment où se pose la question des fins. Si on essaie de dépasser cette opposition, on peut se retrouver à défendre une thèse comme "Socrate est le nom de la critique de la rhétorique par elle-même"...

Toutefois, on ne peut pas réduire la Grèce Antique à un discours socratique et il n'est pas évident de séparer la réalité sociale du dispositif argumentatif de Platon, et donc de dire à partir de quel moment les préoccupations morales d'un Socrate[61] comme personnage de fiction devinrent plus importantes que l'avantage social réel produit par une compétence rhétorique. Qu'importe le moment précis,

[60] On l'accuse d'être un "rhéteur populaire", on dirait un "démago" aujourd'hui...

[61] Sans compter la préoccupation scientifique proprement dite, qu'on pourrait dire "aristotélicienne" (voire ensuite) mais il faut comprendre que cette dernière ne se différenciait pas de la préoccupation morale.

l'essentiel est de produire le lieu en dehors de la logique et des seules lectures successives des textes où peut se constituer le refus de la stratégie en philosophie. La figure du *Strategos* dans le monde antique ne coïncide pas avec notre figure moderne du général, qui est un professionnel de la guerre, qui n'est pas élu et qui se tient en dehors des débats publics[62] : au contraire, le *Strategos* antique est élu, donc les qualités dudit stratégos sont soumises à des débats publics[63]. Le *Strategos* et le philosophe se rencontrent d'abord sur une sphère politique, dans un débat sur "la vertu des chefs", puis chacun va migrer vers des sphères spécialisées : le premier l'art militaire, le second le domaine "scientifique". Ces spécialisations ne sont pas premières et on ne peut expliquer le primat de la méthode sur la stratégie en philosophie à partir d'elles.

Il n'y a donc pas beaucoup de sens à croire que le refus des stratégèmes oratoires provienne de propriétés logiques de ces stratégèmes; cette manière d'argumenter ne pouvant être tenue que dans des arguments élaborés en aval de ces spécialisations militaires et scientifiques. Toutefois, si le prisme grec ne me semble pas être absent du débat, il faudrait peut-être se tourner vers la forme relue de ce prisme dans le Moyen-Âge occidental, bien qu'il ne faille pas exclure que cette relecture ne puisse être qu'un révélateur de tensions (parmi d'autres) déjà en germes.

Cette opposition devient particulièrement flagrante dans le cadre de la con-

[62] A part quelques spots publicitaires de qualité inégale, les armées ont un devoir de réserve, qui peut alimenter toutes formes de fantasme (la notion de *Secret Défense* est souvent "délirée", de même que le surnom de *Grande Muette* de l'armée de Terre). Or, les récentes attaques en propagande menées sur Internet pourraient conduire à modifier cette position...

[63] Et puisque nous parlions de Socrate, le personnage discute directement des qualités du stratège dans au moins deux ouvrages : le "Lachès" de Platon[33] et dans les discours socratiques de Xénophon (que je n'ai lu qu'à travers Strauss[40]). Et autant dire que celui de Xénophon, père du management et auteur de l'*Economique*, n'a pas le même discours que celui de Platon, n'hésitant pas à mettre en avant les compétences de gestionnaire du stratège. L'argent, déjà nerf "socratien" de la guerre ?

stitution morale même des sociétés du Moyen-Âge[64]. On refuse le stratagème oratoire comme inélégant, discourtois et peut-être en **dernier lieu seulement**, comme faux. En parallèle à cela, les savants essaient de limiter les libertés d'action des belligérants à travers la *Doctrine de la Guerre Juste*[65]; doctrine questionnée à travers tout le Moyen-Âge chrétien à cause de la contradiction évidente entre le 5ème Commandement "Tu ne tueras point" et une réalité géopolitique moins pieuse ... Il est d'ailleurs significatif que les auteurs qui élaborent cette doctrine bien connue de tous les juristes spécialisés en droit des conflits armés (ou des experts en géopolitique) ont des noms bien connus aussi des philosophes comme Saint-Augustin ou Thomas d'Aquin. Il serait donc bien étonnant que le *Jus in bello*, le droit qui règle le comportement pendant un conflit, prône d'autres principes ou entre en contradiction avec les principes qui règlent la dispute scholastique, bien qu'il soit difficile de mettre en évidence lesdits principes dans le registre logique. On peut toutefois proposer le parallèle suivant : une guerre n'est juste que si elle est menée par une autorité reconnue (interdiction des guerres privées), que la cause soit juste et l'intention droite. De même on exigera de l'argumentation scholastique qu'elle cherche à établir la vérité et exclut tout but caché (intention droite), qu'elle respecte les autorités (la théologie) et que la cause soit juste, c'est-à-dire qu'on parte d'un vrai problème.

On conçoit aisément qu'un tel contexte puisse précipiter un refus du stratégème : c'est en même temps qu'on cherche à codifier la guerre, à codifier la *disputatio*,

[64]Peut-être parce que, de toutes les divisions de la philosophie, la logique est peut-être (avec l'ontologie et la théologie négative) la plus marquée par les conceptions occidentales (voire les névroses occidentales).

[65]On ne doit pas oublier un précédent, à savoir le "De Officiis" de Cicéron. Dans les faits, presque toutes les traditions religieuses ou les cultures imposent des interdits militaires. Par exemple, bien avant le moyen-âge, on trouvait déjà dans le Deutéronome (Deut-20-19) l'interdiction de couper les arbres d'une ville assiégée. Un ensemble d'interdits, toutefois, ne fait pas une doctrine.

qu'on va marquer d'opprobre morale tout ce qui refuse d'entrer dans ces cadres. On comprend donc que le propos d'un Sun Tzu "La guerre a le mensonge pour fondement" (et non pas l'usage de la violence, sauf peut-être si on considère le mensonge comme violence faite à la vérité!) puisse apparaître comme une odieuse impiété. De même le sceau d'immoralité apposée sur toute l'oeuvre de Machiavel (un stratagème machiavélique etc) n'est pas tant une conséquence de propos réellement immoraux que du seul projet d'avoir voulu penser la politique en dehors de la morale, c'est-à-dire en fait, d'être un homme de la "pratique"[66].

Cette opposition **méthode** contre le **stratagème** constituée autour de l'axe moral nous conduit à refuser le langage dit "naturel" comme source de toutes les cautèles des marchands et des chicanes des juristes, "les charmes du langage" et ses ensorcellements; cette méthode nous a conduit à rechercher une **langue idéale**, mais non pas comme une langue parfaite pour l'expression scientifique, mais comme une **langue adamique, d'avant le Péché**.

Méthode qui use d'arguments contraignants contre stratégie non-contraignante

Toutefois, ce n'est pas la seule ligne d'opposition qui peut se constituer entre méthode et stratégie, et il ne faudrait pas croire que les autres démarcations ne coexistaient pas avec la séparation morale. La seconde opposition se constitue sur des caractères épistémiques. Toutefois, elle n'est pas une opposition directe, mais elle se constitue dans le creux de la question : quelle est la bonne méthode pour constituer des discours véridiques ? Cette question elle-même est trompeuse, puisqu'elle suggère que seule une méthode est à même d'élaborer une vérité dans

[66]Et on doit avoir compris que la stratégie, aussi abstraite qu'elle puisse être donnée, met toujours à l'épreuve cette opposition entre pratique/théorie.

les discours et autorise à rejeter comme "fausse méthode" toute autre alternative, dont les stratégies rhétoriques.

Les distinctions qu'établit Aristote dans l'*Organon* fournissent des bases pour formuler l'opposition qui nous intéresse, mais il faut tout de suite préciser qu'Aristote ne les établit pas comme telles, que ce n'est pas ce qui l'intéresse. Mieux (ou pire), il en envisage les complémentarités : le philosophe et le dialecticien étant capables de travailler ensemble[67]. La distinction qui nous intéresse se ferait entre les *Analytiques* et les syllogismes démonstratifs qui produisent des vérités scientifiques d'une part, et les *Topiques* où sont abordés les syllogismes dialectiques, qui produisent des opinions acceptables d'autre part. En quelque sorte, le conflit entre méthode et stratégie serait une dramatisation à travers l'histoire du plan de l'*Organon* et de la manière de le compiler[68].

Une des différences entre les deux formes de syllogismes, c'est que le premier travaille à partir de prémisses vraies, et le second à partir de prémisses probables/acceptables/approuvables/admises/endoxales[69]. De cette opposition, on extirpe l'idée d'une hiérarchie des syllogismes, qu'on pourrait exprimer dans un lan-

[67] Je dois remercier Michel Crubellier pour ses nombreux éclairages sur Aristote, et pour m'avoir aiguillé sur le début du Livre VIII des *Topiques* "La pratique de la dialectique".

[68] Pour l'expliquer rapidement, l'Organon est un ensemble de traités et savoir ce qui y entre et ce qui n'y entre pas est soumis à débat. Le cas d'école par exemple, c'est la controverse sur la *Poétique* et la *Rhétorique*. Les compilateurs doivent-ils les intégrer à l'Organon ?

[69] On propose parfois le néologisme *endoxe* pour capturer un sens plus précis de qu'on traduit par ailleurs par "opinions probables". Le mot "probable" traduisait plus directement le latin *probabile* et s'opposait à l'idée d'"opinions farfelues". Toutefois, le "probable" a acquis une dimension probabiliste qui n'existait pas à l'origine, à savoir "est probable ce qui est plus probable que non-probable" (en quelque sorte, qui a une proba supérieure à 0.5). Le mot "acceptable" est un peu meilleur dans le sens où la grande qualité d'un *endoxe*, c'est qu'il permet un consensus. Mais d'un point de vue pratique, il faut refuser cette traduction parce qu'on peut accepter tout et n'importe quoi et en particulier, on peut assumer un paradoxe. "Approuvable" est meilleur, mais est très moche. "Admises" fonctionne aussi mais comme précédemment, on peut choisir d'admettre n'importe quoi... Ce serait plutôt quelque chose comme "admises en deçà de la délibération".

gage moderne entre une supériorité des syllogismes “durs”, qui conviennent pour les “sciences dures” (la logique), et une infériorité des syllogismes “mous”, adaptés aux sciences “molles” (la dialectique).

Or, cette hiérarchie dans la dignité n’existe pas chez Aristote, où la dialectique des *Topiques* est aussi indispensable que les *Analytiques*. Et si une hiérarchie on veut impérativement trouver (contre Aristote), on pourrait même proposer de l’inverser, en arguant que la dialectique, indispensable dans la recherche d’un consensus sur les principes premiers, est plus fondamentale que la logique; c’est-à-dire qu’Aristote s’intéresse plus à la manière de retrouver les prémisses ou les moyens termes, qu’à la manière de conclure ou de déduire. En poussant à l’extrême et en modernisant cette interprétation, tout le travail de logique de l’*Organon* ne serait qu’un prolégomène à un énorme projet de *rétro-engineering* des preuves, *rétro-engineering* qui vise les principes premiers.

Ce qui rend les syllogismes des *Topiques* et ceux des *Analytiques* également intéressants, c’est qu’ils conservent le “niveau de vérité” des prémisses dans la conclusion. Dès lors, si le vocabulaire d’Aristote a pu servir à constituer une opposition entre méthode et stratégie, ce ne peut être qu’à travers une dévaluation du “niveau de vérité” de l’objet de la dialectique.

L’opposition **méthode** contre le **stratagème** constituée autour de l’axe épistémique nous conduit à refuser les arguments dialectiques sans aucune distinction comme sources de toutes les approximations et de tous les à-peu-près; cette méthode nous a conduit à rechercher une **langue idéale**, comme une langue parfaite pour l’expression scientifique.

De plus, le “niveau de vérités” des prémisses endoxales interdit les stratégies qui les utilisent d’être contraignantes : l’approbation qu’elles suscitent provient

principalement de celui qui la concède, l'argument *ex concessis* attaque donc la crédibilité d'une position. En effet, il se limite à signaler : "tu as assumé ceci, tu ne peux pas soutenir en même temps cela en restant crédible". Et hélas, on ne peut pas forcer autrui à être crédible (ni se forcer à se croire soi-même) ! Si la stratégie est non-contraignante, alors elle ne saurait contraindre le penseur dans la solitude de son alcôve. Une stratégie ne saurait être employée pour bluffer un objet d'études, ce dernier ne vient pas se faire séduire dans les pièges du chercheur[70]. Le penseur abandonné à ses propres forces ne saurait être que méthodique. Or l'archétype même du penseur abandonné à ses propres forces, c'est le Descartes des *Méditations métaphysiques*[11]! Toute la mise en scène de lui-même que propose Descartes est celle d'un auteur qui s'abandonne à ses pensées... Dans le *Discours de la méthode*[10], écrit quelques années auparavant, il est même bien plus explicite en affirmant, à travers une comparaison avec l'architecture, qu'"il n'y a pas tant de perfection dans les ouvrages composés de plusieurs pièces et faits de la main de divers maîtres, qu'en ceux auxquels un seul a travaillé"[71].

Toutefois, cette lecture de la mise en scène cartésienne semble se contredire[72] par le souci qu'avait l'auteur d'aller chercher la discussion autour de son texte, par exemple par l'ajout des *Objections* aux *Méditations métaphysiques* ! Là-dessus, Aristote ne nous détrompera pas : "La dialectique ne s'adresse toujours qu'à autrui"(Aristote, au début du livre 8 des *Topiques*). Et c'est ainsi que nous passons au point suivant ...

[70]En tout cas, pas dans la conception "classique" du rapport sujet/objet. Les travaux de Jean Baudrillard semblent suggérer au contraire une réversion, voire une subversion de ce rapport. Sous l'hypothèse post-moderne, ce n'est plus le sujet qui teste le monde avec ses hypothèses mais au contraire, le monde qui vient soit détromper, soit au contraire surréaliser les prévisions... L'accroissement des forces techniques aurait atteint un tel point qu'elles ne réaliseraient plus les rêves des techniciens, mais que ceux-là seraient au mieux menés à réaliser les rêves des objets, rêves de prolifération...

[71]Propos qui auraient sans doute fait bondir les bâtisseurs de cathédrale de [29] et du **1.1.2**!

[72]Descartes n'est résolument pas un philosophe gothique/scolastique. Mais en bon "baroque", il n'hésite pas à utiliser ce genre de tour rhétorique "inoffensif".

Méthode comme rapport sujet/objet contre stratégie comme rapport sujet/sujet

La méthode tient son pouvoir de conviction de sa reproductibilité : face à un problème objectif, le penseur méthodique propose une solution sous la forme d'une démarche à reproduire soi-même. La méthode contient toujours implicitement un "voici comment je m'y suis pris pour résoudre le problème"; elle se veut **modèle**, voire **modélisante**. Et la proximité de langage avec la théorie des modèles n'est pas du tout malheureuse[73] : quand on veut fournir un modèle, on veut produire un objet. Et dès lors, qu'importe que l'objet soit produit par un sujet ou par **plusieurs**, que ce soit un rapport sujet/objet ou une intéraction sujet**s**/objet, nous restons dans le domaine de la méthode et nous n'entrons qu'artificiellement dans le domaine de la dynamique stratégique. C'est d'ailleurs le rapproche principalement fait aux approches dynamiques qui usent des modèles, ou bien l'incompréhension ou la déception qu'elles suscitent : "tout ça pour ça", vous introduisez des conceptions "dynamiques" juste pour le plaisir de les chosifier et de les coaguler en ces objets statiques que sont les modèles...

La stratégie se pose quant à elle que dans le domaine de l'intéraction interpersonnelle ou intersubjective : nous avons déjà vu avec Aristote précédemment que la dialectique et donc que les stratégèmes de la dialectique ne s'adressaient qu'à autrui. Il faut préciser "à autrui comme sujet". Sur ce point, l'analyse philosophique coïncide avec celle de la théorie militaire, et on peut lire sous la plume du général Desportes[74] :

[73] Et peut-être même pas totalement fortuite...
[74] [13], p69.

" Le sujet adverse est libre. C'est une donnée essentielle de la stratégie : *son objet est d'abord un sujet.* Voilà le fondement même de la loi d'action réciproque énoncée par Clausewitz[75]. Ainsi il n'y a pas de stratégie pour gravir un sommet, aussi difficile soit-il. **Il n'y a que des méthodes et des choix de méthodes**, et une adaptation à des circonstances qui changent - Dieu sait que la météo change en montagne - mais indépendamment des actions de l'alpiniste. Rien de tel en matière de stratégie."

Ainsi, le point sur lequel insiste le général, c'est qu'on ne doit pas réduire la méthode à n'être qu'un moyen statique, que le couple pertinent pour l'opposition entre méthode et stratégie n'est pas le couple statique/dynamique et que même si nous pouvons aisément reconnaître qu'il y a une dynamique de l'objet, que ce dernier évolue, change, que l'objet n'est pas entièrement transparent, ce dernier n'est pas libre[76].

Toutefois, Jean-François Phelizon insiste à son tour sur le fait que ce sujet n'est pas forcément un sujet extérieur, "il arrive que le simple fait d'unifier son propre camp constitue la première des finalités du stratège"[77]. Cela correspond à ce que nous avons appelé des stratégies de coopération, et il n'est pas exclu que ces stratégies visent à déterminer

[75]Nous rappelons cette loi : "Chacun des adversaires fait la loi de l'autre, d'où résulte une action réciproque qui, en tant que concept, doit aller aux extrêmes."

[76]Et si on accepte cela, on peut extrapoler et se demander s'il y a une méthode dialectique ou une stratégie dialectique. Toute l'interprétation qui utilise le vocabulaire de la réification suggère une interprétation "méthodiste" de la dialectique. Mais si on se souvient que chez Hegel, la division entre une conscience-objet et une conscience-sujet est le propre de la conscience malheureuse, pourrait-on imaginer une stratégie "heureuse" contre une méthode "malheureuse" ?

[77][13], p69. JF Phelizon est directeur général adjoint de Saint-Gobain, d'où sa plus grande sensibilité aux questions de stratégies économiques et de management.

la bonne méthode contre **un milieu hostile**[78]. La possibilité de penser un jeu "Nous contre la Nature" prête à confusion si on oublie que ce "nous" signifie "coopération à établir entre différents agents cherchant le plus souvent à "optimiser" sa présence dans un réseau"[79]. D'où une confusion possible entre méthode et stratégie, dès qu'on entre dans les domaines où elles se combinent.

Une seconde source de confusion entre méthode et stratégie sur ce point provient d'un critère abstrait des victoires en stratégies : c'est que l'avantage provient de sa capacité à priver l'autre de sa capacité d'action **tout en préservant** la sienne[80]. C'est-à-dire qu'à partir du moment où ma stratégie peut se transformer en méthode gagnante, que je peux ignorer toutes les réactions et actions que peut produire le sujet qui me fait face, que je peux le réduire à l'état d'objet de mes raisonnements stratégiques, **alors** j'ai une stratégie gagnante. "La dialectique des volontés se ramène à une lutte pour la liberté d'action. Celui maintient sa liberté d'action tout en subordonnant l'autre à sa propre volonté connaîtra un succès stratégique"[81].

On remarque ici la convergence avec la condition de victoire en logique dialogique et la définition d'une stratégie gagnante. En quelque sorte,

[78]Mais qu'est-ce qu'un milieu ? Est-ce vraiment un objet ? Ne peut-il pas contenir un agrégat de sujets passifs, mais qui peuvent à tout moment nuire ? J'imagine qu'une fille en mini-jupe coincée dans un quartier mal-fréquenté en fin de soirée et qui cherche à rentrer chez elle pourrait nous en dire plus, sur la passivité d'un milieu hostile...

[79]Le grand problème de la théorie des jeux utilisé dans le management, c'est comprendre comment se construisent les équipes, comment y circulent les informations et comment tout cela produit un avantage. Le "Nous" n'y est pas un objet prédonné...

[80]Les deux n'allant pas forcément de paire, une dialectique peut conduire à une aliénation mutuelle : on peut annuler la liberté d'action de l'autre en ruinant la nôtre; l'exemple est une guerre de tranchées, où les deux belligérants s'enterrent et s'annulent.

[81][13],p72.

la stratégie gagnante est celle qui réduit le jeu à deux à un jeu de solitaire (ou réussite, ou patience). Mais c'est un cas extrême de stratégie gagnante, une pureté théorique, car en pratique la condition de sujet ne se réduit jamais[82]. La confusion commence quand on considère que ce cas particulier est la règle, c'est-à-dire à prendre la stratégie du *reductio ad solitarium* comme la définition même d'une stratégie gagnante.

Alors pourquoi cette confusion, bien que fonctionnant aussi bien en pratique qu'en théorie, est intellectuellement dangereuse et risque de nous faire travailler sous notre niveau d'exigence ? C'est que d'une bonne méthode, on extrait une **bonne planification**. La chaîne des réductions est claire : on réduit la recherche de stratégie à la bonne méthode qui se transforme à son tour en bonne planification, si possible résumée en quelques argumentaires et quelques routines. Et on se retrouve tout à coup à établir des planifications avant d'avoir mené la moindre réflexion stratégique[83].

La planification, c'est l'organisation de l'action. La stratégie réfléchit aussi à ses moyens, son sens, ses fins, qui ne peuvent pas se réduire à une simple immanence de l'organisation. Si vous soutenez que le sens de l'action n'est que l'immanence des structures matérielles du Pouvoir, alors vous devez admettre qu'il y a une fatalité de la Matière, pour ne pas dire un fatalisme qui vous exclut du cadre de la pensée stratégique.

[82] Clausewitz en déduit l'impossibilité d'une victoire pure et absolue au tout début de "L'Art de la Guerre".

[83] Erreur qu'on nous incite à commettre en nous forçant à rendre périodiquement des "plans de thèse". Encore faut-il se mettre d'accord : une thèse a-t-elle un objet ou un sujet ? Ou est-elle plutôt l'exploration d'un milieu hostile ? C'est aussi l'erreur de nombreux politiciens, qui inventent des "feuilles de route" ou des "priorités nationales" tous les deux jours, proposant sans cesse de nouvelles planifications, de nouveaux calendriers, mais n'en menant jamais un seul à termes et finalement, donnant l'impression de naviguer à vue.

Autrement dit : on ne peut pas soutenir à la fois cette interprétation de la sémantique des jeux et les thèses immanentistes de FOUCAULT...

Le fait de pouvoir, par accident, gommer autrui dans l'intéraction, n'implique jamais que nous devions baser notre succès stratégique là-dessus.

L'opposition **méthode** contre la **stratégie** constituée autour de l'axe objet/sujet nous conduit à nous interroger sur la notion de langage de programmation, comme source possible de cette réduction *ad solitarium*, ou du moins, sur l'idée qu'on puisse réduire tout langage à sa fonction prescriptive, sa fonction de donneur d'ordre[84]. Toutefois, la **langue idéale** qui se dessinerait derrière une telle critique n'est pas tout à fait claire : serait-ce tout simplement la langue naturelle, ou une sorte de poésie, ou bien serait-ce une autre forme de langage, on se demande bien lequel, entièrement libéré de la possibilité "d'objectiver" autrui ? A mon sens, la question est mal posée : notre attachement au couple objet/sujet étant déjà trop grammatical pour bien formuler ce qui pose problème ici. Il faudrait épurer notre discours des références à ce couple, penser les intéractions comme le langage qui opère sur lui-même et reformuler dans ce langage logique le couple méthode/stratégie[85].

[84]Le sujet n'est pas qu'un DM : *decision-maker*.

[85]Un tel travail serait sans doute très abstrait, éreintant, pour un gain qui pourrait s'avérer, dans l'état actuel des problèmes, très insatisfaisant.

4.3.4 Et la tactique ?

Le premier constat à faire suite à ce rapide survol de quelques constitutions possibles de l'opposition entre méthode et stratégie, c'est que la méthode ne vient pas "redoubler" la stratégie comme un second négatif. Ce ne sont pas les mêmes rapports et conséquemment, on ne peut pas copier les rapports qu'entretiennent stratégie et tactiques pour les implémenter tels quels dans notre recherche.

On pourrait réduire le rapport entre stratégie et tactique est un rapport d'échelle : la stratégie s'occupant de la conduite des "actions" à l'échelle globale, tandis que la tactique s'occupe des "opérations en cours" à l'échelle locale. On pourrait dire au prix d'une grosse simplication[86] que la stratégie, c'est l'art de la guerre abstrait, théorique, "l'art de faire la guerre sur les cartes"... (Jomini), tandis que la tactique s'intéresserait à la manoeuvre concrète.

Ce rapport d'échelles entre la tactique et la stratégie autorise à décliner les trois antagonismes précédents en y ajoutant des chiasmes. Et c'est pour cela qu'il faut bien se garder de lire les trois propositions faites auparavant comme une grille de lecture de l'histoire des idées rigide. On peut se permettre une certaine combinatoire : quelqu'un peut très bien refuser globalement les stratagèmes comme immoraux, mais accepter localement les petites ruses et les petites tactiques tant que la finalité de l'ensemble reste morale. C'est ainsi que le Moyen-Âge regorge de contes de Diable trompé. Tromper le diable pour sauver son

[86]La simplification qui consiste à dire que le global c'est abstrait, et que le concret c'est le local, le phénomène. Le soldat du rang a sans doute l'impression que ce qu'il fait est plus concret que le travail du général, mais c'est une autre manifestation du "L'abstrait, c'est l'autre ..." Heureusement, ils sont d'accord pour faire peser toute la charge de l'abstraction sur le philosophe.

âme, c'est moral. Ou bien encore, on refuserait les preuves "qui ne marchent pas", mais on s'autorise souvent quelques arrangements avec la méthode toute rigoureuse pour simplifier l'écriture de la preuve[87]... C'est ainsi qu'on peut faire varier notre "rapide survol de quelques constitutions possibles", en l'affinant autour de ces recombinaisons.

Mais en s'éloignant des lectures diachroniques, en allant dans la technique de la dialogique des matrices, est-ce qu'on peut trouver une contrepartie à "la tactique s'intéresse à la manoeuvre concrète" ? Les recherches et les spéculations de la partie suivante cherchent à valoriser au maximum le concept de position introduit par la dialogique des matrices et à pousser plus loin la thèse actualiste.

4.4 Pour commencer à penser la stratégie en local : la tactique

4.4.1 La génèse du rapport stratégie/tactique

Une manière de penser le rapport stratégie/tactique en logique serait de s'en servir pour mieux marquer les différences entre ces deux définitions de stratégies : à cause du phénomène d'échelle déjà mentionné, on pourrait dire que les stratégies historiques sont les stratégies tandis les stratégies positionnelles forment la partie tactique de notre analyse.

[87]Je plaide coupable pour les exemples fournis dans cette thèse, mais j'ai la politesse de fournir la liste des simplifications utilisées. C'est "la réalité du terrain" qui nous force à de telles simplifications!

Certes, il faut que cette distinction apporte des résultats et pour cela, on ne peut pas opposer les deux discours. Il faut au contraire réfléchir sur leur complémentarité. Ainsi, une question qui serait intéressante de soulever serait de déterminer à quel point une stratégie (donc globale dans le sens précédemment indiqué) est analysable **systématiquement** en combinaisons de tactiques locales. Nous appellerions les éléments minimaux qui produisent cette heuristique locale, des **tactèmes**[88]...

Qu'une stratégie soit toujours analysable en tactiques, c'est après coup, une évidence : chaque séquence finie a un ordre rationnel, le sien. La question de la systématicité est plus difficile.

Ce qui va rendre la question intéressante, c'est qu'elle peut être lue comme fournissant une dimension **épistémique** à la réflexion, c'est-à-dire qu'elle devrait nous fournir les outils pour déterminer si un joueur est localement capable d'appliquer la stratégie. De plus, elle contient en germe l'idée de **tactèmes**, c'est-à-dire d'unité minimale tactique qui décomposerait au niveau local une stratégie. La question épistémique serait "combien de tactèmes un agent doit-il avoir à disposition pour déployer une/sa stratégie ?"

Pour mieux comprendre, étudions quelques cas concrets.

4.4.2 L'exemple chez les militaires

Commençons par le domaine "natif" de la distinction stratégie/tactique, la sphère militaire.

[88] Comme nous sommes dans le domaine du spéculatif et non pas du technique, on préfère donner les bonnes pistes sur l'idée du tactème, plutôt qu'une définition mauvaise.

Bien que la nature de la manoeuvre ne favorise pas la systématisation et la formalisation[89], ces problématiques sont bien connues dans le monde de la pensée stratégique, à cause du fait que la séparation stratégie/tactique se fait souvent par une division entre différents acteurs. Les officiers sur le terrain ne raisonnent pas comme les officiers dans les états-majors; cette différence épistémique force à s'interroger sur le déploiement de la stratégie à l'échelle tactique. Et réciproquement, l'information "qui remonte" vers les états-majors est forcément partielle, incomplète...

Naturellement, il est inconcevable que l'intégralité de la tactique régisse l'"intégralité de la manoeuvre sur le terrain; la liberté opérationnelle du soldat doit être conservée. Toutefois, il existe des **minima formels** qui sont bien compris par les généraux depuis bien longtemps. Evidemment, connaître les spécificités techniques des moyens qui lui sont mis à disposition est indispensable aux stratèges : par exemple, on peut difficilement concevoir une stratégie navale sans connaître les vitesses des différents navires. Mais là, nous sommes encore au niveau des spécificités de nos particules[90] et pas encore au niveau de la tactique.

[89]La manoeuvre est le domaine de l'incertitude : le concept de "friction", qui tient presque de la thermodynamique, y est beaucoup plus important que la question de formaliser ce qu'on sait. Plus on manoeuvre, moins on connait d'informations. Contrairement à d'autres domaines où la technologie réduit l'incertitude, jusqu'à les rendre négligeables; la technologie ne fait que la déplacer dans ce domaine (sans doute à cause de son caractère total). Par exemple, l'information gagnée par une surveillance satellite est perdue au niveau de la sécurité dudit satellite, qu'on doit protéger à son tour. On déplace la "friction", peut-être idéalement jusqu'à la mettre hors de portée de son adversaire. Mais on ne la fait pas disparaître...

[90]La hiérarchie et les chaînes de commandement permettent de considérer des troupes comme des sortes de particules ou "atomes stratégiques". Naturellement, ce sont des atomes "sécables", composés. Mais cette vision correspond à la variante sur le sens d'"atomicité" proposé dans le chapitre précédent : à savoir, élément inquestionnable. Quand un général doit activer un groupe, **il ne doit pas avoir à se questionner sur l'activation de chaque individu particulier...**

Par contre, là où l'on peut s'interroger sur une différence entre tactique et possibilité formelle offerte par le terrain ou par l'intéraction, c'est au niveau de l'humain et du soldat en particulier.

Quand je pense ma stratégie, je connais les possibilités qu'offre l'intéraction agonistique en règles générales, mais est-ce que ma stratégie peut-être analysée sur le terrain en petits gestes tactiques à la portée de mes troupes ? Pour le dire autrement, sur quelles routines puis-je m'appuyer pour décliner ma stratégie en pratique ? C'est-à-dire non pas ce que le soldat peut faire, a le droit de faire ou encore fera, mais bel et bien, **les actes auxquels je peux m'attendre sans nier sa liberté tactique**[91] ...

Ce que le soldat peut faire, c'est du domaine de son existence en tant que "particule". Ce qu'il a le droit de faire, c'est du niveau structurel de la guerre et il faut qu'il soit bien informé là-dessus pour ne pas changer un succès tactique en échec stratégique ou politique. On comprend aisément que violer les populations appartient aux possibilités qu'offre le théâtre de l'affrontement et que normalement, le soldat s'abstient de le faire et le stratège n'incorpore pas dans sa stratégie de tels actes, car tous les deux connaissent suffisamment le droit de la guerre[92]. Mais ce

[91] S'il doit explorer une ruine où se cache je ne sais quel groupe terroriste, je ne peux pas lui demander de suivre le mur de droite et de respecter la stratégie d'exhaustion du labyrinthe. Pas que suivre ledit mur soit techniquement impossible, mais ce serait nier sa liberté tactique.

[92] Mais il y a des questions plus subtiles qui s'adressent aux experts : des choses autorisées stratégiquement et qui pourtant nuisent. Quel est le protocole à suivre quand on récupère une arme non-autorisée par exemple ? Intuitivement, je dirais qu'il ne faut pas s'en servir, qu'il faut la signaler, mais à qui ? Doit-on la faire remonter selon la hiérarchie ou doit-on la détruire sur place si possible ? Par exemple, lors de la guerre du Vietnam, les soldats américains préféraient les AK des vietnamiens par rapport à leur propre arme. Mais le bruit particulier de cette arme faisait qu'ils devaient s'abstenir d'utiliser les AK récupérés, car ils risquaient aussitôt de se faire identifier comme "ennemi" et s'attirer des "tirs amis".

que je suis en droit d'espérer de lui pour qu'il déploie la stratégie que j'ai élaborée, voilà l'échelon supplémentaire et épistémique que recouvre le domaine de la tactique.

On voit bien qu'ici, le niveau de la tactique est complètement intermédiaire. Ce n'est ni la liberté "absolue" du soldat, ni sa réduction à un petit rouage dans une grosse machinerie stratégique. Une solution pratique pour sonder cet intermédiaire consiste à former et évaluer les acteurs autour de compétences particulières. Si on se met d'accord sur **un ensemble de compétences communes minimales**[93], on dispose d'une bonne base pour dire quelles sont les stratégies analysables en termes tactiques, et lesquelles ne le sont pas car elles exigent "trop" de la liberté tactique des soldats sur le terrain. Et c'est là que la discussion prend un tour nettement plus intéressant pour nous-autres analystes formels : il doit bien exister des stratégies gagnantes non-analysables en termes tactiques ? Quelles sont les meilleures grilles d'analyse tactique, c'est-à-dire celles qui permettent de décrire **le plus voire toutes les stratégies gagnantes en consommant le moins de ressources** ? Au niveau militaire, on comprend que le couple formation/évaluation a un coût. Il n'est pas utile de former tout le monde au pilotage d'avion de chasse, le gain tactique est moindre par rapport au coût[94]. D'où une réflexion sur la spécialisation, qui pourrait se rapprocher de la notion de rôle. Par exemple, le spécialiste doit-il avoir toutes les compétences communes, plus les compétences exigibles de

[93]Ce sont les fameux minima formels évoqués.

[94]Il y aurait beaucoup plus de pilotes que d'avions, et toutes les missions en demandent pas de savoir piloter un avion. Mais paradoxalement, on ne peut pas monter une stratégie qui demande un support aérien sans que personne ne sache en piloter.

sa spécialité ? Ou bien faut-il des supérieurs suffisamment généralistes pour gérer les compétences diverses et arbitrer les inévitables querelles de spécialistes ? Comment gérer la répartition de l'information et des compétences dans une organisation[95] ?

Oublions le cas concret et ne gardons à l'esprit que l'importance de comprendre la cohérence épistémique entre la stratégie globale et cette manière de l'appliquer localement (le tactique). Jeter des agents au hasard et dire qu'"ils appliquent des stratégies", cela ne suffira jamais à atteindre la finesse d'analyse que nous recherchons ici.

4.4.3 L'exemple du labyrinthe

Pour nous aider à formaliser l'idée du niveau tactique, nous allons essayer de prendre un cas où une stratégie gagnante semble analysable localement : les **labyrinthes**. Pour sortir d'un labyrinthe, une tactique bien connue consiste à appliquer le "toujours suivre le mur de droite". Ce choix tactique réitéré à l'infini décrit une stratégie d'exhaustion[96], qui résout le labyrinthe... Enfin, résout-elle tous les labyrinthes ?

On va donc commencer par formuler une sorte de dialogique ou de *game semantic* pour des labyrinthes pour le moment assez primitif, à savoir des labyrinthes orthogonaux (que des angles droits). Pour pou-

[95] Ce genre de questions sont celles traitées par une discipline très spécialisée comme la *Epistemic Theory of Social Network*, qui convoque, entre autres, de la théories des jeux et de la logique épistémique... L'article "Network formation in a society with fragmented knowledge and awareness" de Burkardt Schipper [37] me semble donner un bon aperçu de l'entrelacs de théories convoqués.

[96] Ou doit-on dire la "méthode d'exhaustion" ? Doit-on dire que ce choix méthodique réitéré décrit une méthode d'exhaustion ?

voir utiliser le formalisme le plus proche d'une théorie des jeux (plus précisément, de la nôtre), nous allons imaginer que le labyrinthe est un jeu. C'est un jeu qui se joue entre deux joueurs : l'*explorateur* **E** et le *maître du donjon* **MD** qui lui décrit les méandres du labyrinthe. On considère que l'explorateur avance jusqu'à ce qu'il rencontre une intersection, qui peut être un **X** (le chemin d'où l'on vient plus 3 choix) ou **T** (le chemin d'où l'on vient plus 2 choix[97]). Ensuite, il avance (position **I**) et c'est le maître du donjon qui doit décrire la prochaine intersection en s'appuyant sur une carte qu'il possède, mais qui est naturellement cachée à l'explorateur. Il peut aussi décrire une position spéciale, **V** ou la sortie : le maître du donjon signifie par là que l'explorateur a trouvé la sortie du donjon, la partie est alors finie et l'explorateur gagne. Remarquons que dans cette version, le labyrinthe ne gagne jamais !

Résumons :

1. **Règle de départ (RSL1):** La partie commence par l'explorateur qui avance, le maître du donjon **MD** décrit alors la première intersection.
2. **Règle de l'alternance (RSL1a):** Les mouvements sont joués alternativement par les joueurs **MD** et **E**. Il n'y a pas de notion de polarité question/challenge. L'explorateur effectue des choix, le maître décrit le donjon.
3. **Règle de victoire (RSL2):** **E** gagne la partie si **MD** décrit à l'explorateur la position **V**. *Remarquez, on peut remplacer cette*

[97] Attention, le "plus deux choix", propose toujours un choix entre un "à gauche" et un "à droite", même si les deux sont toujours relatifs. Dans le cadre d'une intersection avec deux choix, si on a un virage à gauche et la possibilité de continuer tout droit, le "continuer tout droit" sera interprété comme un "tourner à droite".

description par l'explorateur gagne si c'est son tour et qu'il n'a pas de coup à jouer ...

Pour le reste, nous n'avons absolument pas besoin de plus : il n'y a de règle spécifique pour l'opportunité, pas d'attaque ni de défense[98], rien sur la répétition et rien qui ne ressemble à des contraintes sur de "la duplication des atomes". Au mieux, on pourrait imaginer une forme de règle structurelle pour contraindre le maître du jeu à respecter le plan qu'il dispose, mais pour ce qui nous intéresse, les stratégies de l'explorateur, nous n'avons qu'à partir de l'idée d'un maître honnête[99].

Il nous suffit désormais de donner les règles de particule de ce jeu, sous la forme de **position dans le labyrinthe** (et donc un mouvement va d'une position à une autre).

Règles pour l'explorateur :

1. *Tourner à gauche à un carrefour :* $X \xrightarrow{!G_E} I$
2. *Tourner à gauche à une intersection:* $T \xrightarrow{!G_E} I$
3. *Tourner à droite à un carrefour:* $X \xrightarrow{!D_E} I$
4. *Tourner à droite à une intersection:* $T \xrightarrow{!D_E} I$
5. *Avancer à un carrefour:* $X \xrightarrow{!A_E} I$
6. *Reculer à un carrefour:* $X \xrightarrow{!R_E} I$
7. *Reculer à une intersection:* $T \xrightarrow{!R_E} I$

Vous comprendrez rapidement qu'on pourrait donner des versions plus compactes de ces règles en acceptant l'écriture X/T pour la position-

[98] Les ! et ? sont juste anecdotiques.

[99] En fait, on pourrait déshumaniser le maître et le remplacer par l'"environnement labyrinthe".

source.

Règles pour les descriptions du maître :

1. *"Vous vous retrouvez face à une intersection":* $I \xrightarrow{?T_{md}} T$
2. *"Vous vous retrouvez face à un carrefour":* $I \xrightarrow{?X_{md}} X$
3. *"Vous rejoignez la sortie":* $I \xrightarrow{!V_{md}} V$

Maintenant, que nous avons ces règles, nous pouvons donner des "formes étendues de jeu labyrinthique"[100] et étudier les stratégies.

Le plus simple est le labyrinthe orthogonal. C'est pour ce genre de labyrinthe que fonctionne bien la stratégie d'exhaustion du "suivre toujours le même mur". On constate qu'on peut décrire cette stratégie de deux manières : "toujours tourner à gauche", "toujours tourner à droite". Les deux tactèmes qui correspondraient à ces deux déploiements seraient quelque chose comme $X/T \xrightarrow{!G_E^{always}} I$ ou $X/T \xrightarrow{!D_E^{always}} I$. On constate aussi que les coups "reculer" et "avancer" ne servent à rien dans le déploiement local de la stratégie gagnante (ou du moins, d'une stratégie gagnante minimale, c'est-à-dire celle qui utilise le moins de tactèmes possible[101]). Ainsi, on constate que ce jeu contient trois niveaux d'analyse : 1 type de stratégie gagnante[102], 2 tactèmes pour déployer cette dernière[103], 4 règles de particules pour l'explorateur.

[100] Les trois labyrinthes étudiés avec les formes extensives de ces jeux sont proposés dans le second appendice en fin de cette thèse.

[101] Attention, on introduit ici une préférence minimaliste. Rien ne garantit que la description minimale fournisse le chemin le plus court pour sortir du labyrinthe.

[102] C'est-à-dire, une stratégie d'exhaustion.

[103] Il existe d'autres manières de déployer la stratégie d'exhaustion, mais ces autres manières demandent des choix tactiques plus complexes : elles ne respectent donc pas l'exigence de minimalisme que j'ai suggéré d'introduire dans le tactème.

Ainsi, ce qui se présentait comme un choix complexe au niveau des particules, se résout au niveau des tactiques comme deux manières d'appliquer un seul type de stratégie. Le caractère intermédiaire de la tactique apparaît ici dans "toute sa splendeur". On voit ici que l'option supplémentaire que donne le carrefour, "avancer", est éliminable : en suivant un mur, on finira par revenir à ce carrefour si le choix du mur était mauvais. On suit le mur de gauche, on suit le mur de droite, la possibilité d'aller tout droit n'est jamais pris en compte dans cette réflexion[104]. Serait-il possible que dans certains cas, la tactique soit moins riche que la couche des particules[105] ? Ne concluons pas trop vite par analogie : les labyrinthes ne sont pas des jeux dialogiques.

Mais ces exemples sont tout de même intéressants. La stratégie du labyrinthe orthogonal est-elle applicable dans tous les labyrinthes ? La réponse est "non!" : le jardinier a pu être pervers et dessiner un cercle autour duquel je tourne en ronds indéfiniment. Bien sûr, techniquement parlant, pour se retrouver avec un cercle à main droite, il faut avoir été parachuté dans le labyrinthe ou avoir été déposé là durant son sommeil : il faut commencer emprisonné dedans et avoir oublié ce détail. Mais cette situation correspond à la situation épistémique du "tacticien sans mémoire" ou du moins, avec une mémoire de tra-

[104] Mais nous pouvons imaginer des labyrinthes plus complexes où "continuer tout droit" est un choix au niveau local ayant un intérêt tactique. Idem, la possibilité de "rebrousser chemin" est une instruction qui pourrait avoir un impact tactique dans un labyrinthe non-isotrope! Imaginez un dispositif muni de caméras permettant de savoir dans quel sens regarde un explorateur : des passages se refermeraient quand on les regarderait, si bien qu'on serait obligé de les franchir en marche arrière. On serait obligé d'introduire des nouveaux types de mouvements, bien que la géométrie du labyrinthe ne changerait pas.

[105] Et que doit-on en comprendre alors au niveau de l'association "syntaxe = niveau des particules, sémantique = niveau des stratégies" ? Si on admet cette association, doit-on en conclure que la tactique pourrait être à la fois un niveau suprasyntaxique, mais aussi un niveau infrasyntaxique ? Ou doit-on laisser tomber cette association ?

vail réduite uniquement à ce qui est nécessaire pour agir au coup par coup[106]. Ce cas est celui de notre second exemple : le labyrinthe en cercle[107].

Même si la stratégie d'exhaustion échoue avec le tactème utilisé (je suis le mauvais mur), il doit bien exister une stratégie pour quitter le labyrinthe[108] ! L'explorateur peut essayer par exemple de réitérer la tactique "complémentaire", à savoir "toujours suivre le mur de gauche" : s'il tourne à l'infini en suivant le mur de droite, alors il doit exister un moment où il peut tourner à gauche, ou bien le labyrinthe n'a pas de sortie. Cela semble rationnel et en effet, il va pouvoir tourner à gauche... Et là, l'explorateur gagne ! L'idée stratégique est donc la même : c'est toujours de l'exhaustion et du "toujours suivre un mur". Mais dans cet exemple, le mur choisi importe. Il y a donc un type de stratégie, un seul tactème pour la déployer localement, qui doit ressembler à $X/T \xrightarrow{!G_E^{always}} I$, et toujours autant de règles de particule.

Mais cela suffit-il à conclure que chaque labyrinthe se résout en suivant un des deux murs ? La réponse est encore "non!". Si le jardinier/maître du donjon a enfermé l'explorateur dans des cercles concentriques comme nous l'illustrons en **8.3**, *Labyrinthe concentrique*, alors l'explorateur doit alterner dans ses choix de mur à suivre, chaque

[106] Aucune "profondeur" de mémoire. Il ne travaille qu'avec ce qu'il a "dans sa position" et ressemble donc à ce que serait l'agent épistémique de la dialogique des matrices.

[107] Il n'est pas orthogonal, on peut donc sortir un argument comme "je m'aperçois bien que je n'avance pas tout droit mais autour d'un cercle". Toutefois, dans notre cas formel, ce qui différencie un "avancer tout droit" I d'une intersection T ou d'un carrefour X, c'est le choix entre différents chemins. Avancer le long d'un cercle, ça n'offre aucun choix supplémentaire.

[108] On suppose que les jeux labyrinthiques admettent toujours une stratégie gagnante : tous les labyrinthes ont une sortie connectée avec le point de départ. Notre question est donc bien de savoir si cette stratégie est toujours analysable localement ou pas.

mur suivi pouvant lui permettre de passer au cercle suivant mais l'y enfermant ensuite ... Or, **cette alternance n'est plus descriptible au niveau des positions locales choisies**. Bien sûr, nous pourrions enrichir la définition de position pour garder en mémoire cette information supplémentaire nécessaire pour déployer localement la stratégie, mais en faisant de la sorte, nous irions à l'encontre de l'exigence de minimalisme des positions[109]. Tout se passe comme s'il y avait deux minimalistes différents : celui des positions, celui des tactèmes.

Nous avons donc des stratégies gagnantes, mais les informations contenues dans les positions ne permettent de formuler aucun tactème pour déployer celle-ci localement. Nous avons donc **des stratégies gagnantes non-analysables localement**.

Voilà le genre d'analyse que devrait nous permettre l'outil des tactèmes.

4.5 Tactiques matricielles

4.5.1 Lecture épistémique de la dialogique des matrices

Nous avons suggéré qu'on pouvait mieux comprendre cette partie en essayant de lire "épistémiquement" la dialogique des matrices. Comment fait-on cette lecture ? Il faut se remettre dans la métaphore du schéma de la circulation régulière des formules du **3.3.2** : deux joueurs assis face à face autour d'un plateau de jeu. Le plateau de jeu (la matrice de position) ne représente pas l'état épistémique d'un des joueurs : ce n'est pas l'ensemble des croyances, ni des connaissances de l'un

[109] Voir **3.3.2** : "la position comme la structure minimale telle que chaque mouvement puisse être défini par et seulement par une paire de positions."

ou l'autre. Ou plutôt, le plateau de jeu représente la connaissance partagée des deux joueurs sur le jeu.

Si on voulait compliquer le système, on pourrait très bien y ajouter des agents et mettre une matrice de position entre chacun... Mieux, en faire un réseau. On pourrait alors concevoir des règles telles que "si dans une matrice accessible à un joueur J, l'information I est stockée, J peut la dupliquer dans une autre matrice pour réaliser un coup" : on aurait alors une circulation d'informations entre les agents. On pourrait donc reformuler la capacité à utiliser des propositions atomiques en termes d'accès à l'information et dans une telle structure, pas besoin de supposer un "langage privé" ou un "dialogue intérieur"[110].

L'agent épistémique, le joueur, est donc pris dans un réseau d'au moins une intéraction avec d'autres joueurs. Tant qu'il n'a qu'un seul interlocuteur, ce joueur a une bonne représentation de l'intégralité du jeu (les positions sont faites pour cela) et la différence entre sa réflexion stratégique et sa réflexion tactique est négligeable. Mais dès qu'on visualise un réseau, la différence se creuse à nouveau ...

Avant de traiter les questions de la sorte, essayons déjà de faire vivre ce niveau de la tactique dans le jeu de base de la dialogique des matrices : deux joueurs qui discutent autour d'une formule.

[110]Ce n'est pas nécessaire mais ce n'est pas exclu non plus. Nous tenions juste à faire remarquer que la thèse de l'actualisme est cohérente avec le refus du langage privé : si je crois que j'ai un dialogue intérieur, c'est parce que j'ai appris de l'extérieur à m'exprimer ainsi. Si je crois que les "grandes douleurs sont muettes", c'est parce que j'ai trop appris à bavarder sur les petites. Mais est-ce que cela suffit à dire qu'il n'y ait rien qui soit "comme un langage" là-dedans ?

4.5.2 Une ébauche

De ces premières considérations se sont dégagées deux questions complémentaires. Que peut-on décrire des stratégies au seul niveau **local**, au niveau de la "tactique" ? Et si toutes les stratégies gagnantes peuvent se décrire en termes de tactiques, existe-t-il un ensemble **minimal** de tactiques pour faire cette description ? En effet, le plus souvent, s'il existe une description/une possibilité de déployer localement la stratégie gagnante, elle ne sera sans doute pas unique : c'est le cas du premier labyrinthe, dont la stratégie gagnante admettait deux descriptions minimales ... C'est la conjonction de l'exigence de localité et de cette condition de minimalité qui fait le **tactème**.

Nous allons donc procéder de la sorte : d'abord nous allons rapidement analyser quelques connecteurs logiques, pour voir si l'idée développée précédemment semble compatible. Puis, nous proposerons une hypothèse sur les tactèmes adéquats pour capturer localement les stratégies gagnantes des logiques fournies dans cette thèse. Notre hypothèse permettra de décrire les stratégies gagnantes dans les cas traités en exemples; il manquera donc la preuve de la possibilité de déployer localement les stratégies gagnantes pour toutes les formules ou bien la preuve de cette impossibilité[111]. On finira donc avec un petit résumé des problèmes encore à traiter pour produire les preuves sémantiques satisfaisant les exigences métaphysiques de cette thèse.

Commençons par l'exemple du challenge sur une conjonction effectué

[111] Un contre-exemple ne suffirait pas; on pourrait sans doute chercher un nouveau groupe de tactèmes à tester.

par le proposant. La particule peut être questionnée de deux manières : soit on demande la partie à gauche du connecteur logique $\wedge$, soit on demande la partie à droite. En quelque sorte, la situation est très similaire à ce que nous avions à la bifurcation dans le labyrinthe : "on peut suivre une des branches" du schéma, on doit donc avoir des tactiques assez élémentaires qui correspondent à "toujours interroger à droite du connecteur $\wedge$" ou "toujours interroger à gauche du connecteur $\wedge$". Certes. Mais il n'est pas difficile de deviner que de tels choix tactiques ne permettront pas de décrire beaucoup de stratégies gagnantes : même si, ponctuellement, une bifurcation dans un arbre logique peut ressembler à une bifurcation dans un labyrinthe, l'analogie ne va (heureusement) pas plus loin !

Il vient donc l'envie d'enrichir le langage **des descriptions tactiques**. En observant les preuves sémantiques usuelles, on s'aperçoit que l'accent est mis sur le fait de prendre une nouvelle ou une ancienne formule atomique (par exemple, dans le cadre de la quantification), ou bien entre choisir entre une répétition stricte d'un mouvement (reprise de l'ancien) ou la répétition non-stricte (qui peut alors produire du nouveau). La notion centrale donc, est ici la **nouveauté** ou encore la **fraîcheur** des variables ou des atomes convoqués. Peut-on penser cette forme de nouveauté uniquement au niveau local ? Et si on se souvient de l'interprétation de la matrice comme monade logique, qui est toujours actuelle, qui contient toute l'histoire de la partie mais **au présent**[112], que signifie et peut-on penser la nouveauté au présent en logique ?

[112]La trace au présent plutôt que le rapport à un événement passé.

La question est rhétorique (on peut le faire) mais il est utile de montrer comment. Que signifie de choisir une nouvelle formule atomique pour déterminer une variable ? Cela signifie que la formule atomique qu'on choisit n'est pas déjà présente dans la matrice (ni stockée, ni requise par aucun des joueurs ...).

On peut donc imaginer (au moins) deux raffinements tactiques pour la règle de particule $!\exists^n_O$ qui utilise une nouvelle variable, et $!\forall^o_O$ pour celle qui recycle les anciennes variables :

$$\begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma, (\exists x A(x))_n & \delta \end{pmatrix} \xrightarrow{!\exists^n_O} \begin{pmatrix} \alpha, A(c_P) & \beta \\ \gamma, (\exists x A(x))_{n+1} & \delta \end{pmatrix}$$

où $A(c_P)$ n'est présent ni dans α, β, γ, δ.

$$\begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma, (\exists x A(x))_n & \delta \end{pmatrix} \xrightarrow{!\exists^o_O} \begin{pmatrix} \alpha, A(c_P) & \beta \\ \gamma, (\exists x A(x))_{n+1} & \delta \end{pmatrix}$$

où $A(c_P)$ est présent soit dans α, dans β, dans γ ou encore δ. La grande difficulté étant de savoir dans quel ordre on explore ces quatres listes et dans quel ordre on choisit s'il y a plusieurs choix possibles dans ces listes[113].

De même, quand un joueur doit poser une requête sur une conjonction, il a le choix entre $?\wedge_X R$ ou $?\wedge_X L$. Là encore, le joueur qui cherche à piéger son adversaire a intérêt à demander une nouvelle formule : on aurait donc le tactème $?\wedge^n_X L/R$ de la forme suivante (pour le proposant ...) :

[113] C'est d'ailleurs dans ce genre de cas qu'utiliser des listes plutôt que des ensembles peut être utile. Mais il faudrait alors être très rigoureux dans l'ordre des listes.

$$\begin{pmatrix} \alpha, A \wedge B_n & \beta \\ \gamma & \delta \end{pmatrix} \xrightarrow{?\wedge_O^n L/R} \begin{pmatrix} \alpha, A \wedge B_{n+1} & \beta \\ \gamma, A & \delta \end{pmatrix}$$

où A n'est ni présent en α, β, γ mais qui pourrait être en δ. En effet, si le proposant demande de lui fournir un A, c'est peut-être pour pouvoir le dupliquer pour satisfaire à une requête faite par l'opposant, requête qui pourrait se trouver dans δ.

Mais si A est présent quelque part en α, β, γ mais que B n'y est pas, le tactème réagirait autrement :

$$\begin{pmatrix} \alpha, A, A \wedge B_n & \beta \\ \gamma & \delta \end{pmatrix} \xrightarrow{?\wedge_O^n L/R} \begin{pmatrix} \alpha, A, A \wedge B_{n+1} & \beta \\ \gamma, B & \delta \end{pmatrix}$$

Reste que cette description très rapide soulève encore des questions : toujours l'ordre des procédures de vérification. Que faire si les deux conjonctions sont déjà présentes ? Faut-il vérifier si d'autres mouvements sont possibles, ou bien fixer un "côté par défaut" ?

Plus généralement, on peut imaginer des questions qui ne se fassent pas en but de chercher du nouveau absolument, mais d'aller chercher la variable dont on a besoin. Cela peut être assez simple dans le cas où ce dont on a besoin **est déjà requis** et se trouve par conséquent dans la liste des formules requises. Toutefois, on ne peut pas exclure *a priori* qu'on puisse avoir besoin de "lire à l'avance" (c'est-à-dire en lisant "à travers la complexité des formules que nous avons stockées) ce que l'adversaire pourrait demander : cela nous forcerait à avoir des tactèmes qui effectuent de telle lecture en profondeur[114].

[114]Et pourrait ouvrir la porte sur des ensembles de tactèmes infinis, ou du moins, d'une profondeur égale à celle des formules... Et là, on n'est plus du tout dans le minimalisme et il

Il n'est donc pas évident de donner une liste exhaustive de tous les "tactèmes", ni même de prouver qu'il existe un ensemble de tactèmes pouvant localement les stratégies gagnantes.

Une des grandes différences avec les labyrinthes, c'est la notion de dimension, qui induit une partie des questions sur l'ordre d'application des tactèmes. Aussi étrange que cela puisse paraître, l'analyse des labyrinthes ou plus précisément, les jeux labyrinthiques n'ont qu'une seule dimension. On a trop tendance à penser, par habitude optique, aux labyrinthes plans, et donc 2 dimensions. Mais en fait, d'un point de vue informationnel local, il n'y a qu'une seule information pertinente : le choix de la direction dans laquelle l'explorateur avance (et c'est d'ailleurs pour cela que localement, on ne fait pas la différence entre un couloir courbe et un couloir qui est droit : les deux sont indifférents)[115].

Pour la dialogique, on peut choisir entre attaquer ou défendre; interroger ou répondre; faire une requête ou en satisfaire une. Mais comme plusieurs formules peuvent être disponibles une fois ce choix effectué, il faut encore choisir, puis parfois, une fois la formule bien ciblée, il faut effectuer un choix à l'intérieur. Définir des tactèmes ne suffit pas, encore faut-il les enchaîner dans le bon ordre et sans avoir recours à des choix qui serait de l'ordre du *méta*. C'est cette partie que nous appellerons la machinerie heuristique.

faudrait s'interroger si cette solution est ou n'est pas satisfaisante, philosophiquement parlant. S'il faut une infinité de tactèmes pour décrire localement une stratégie, est-ce philosophiquement acceptable ?

[115]En fait, la contrainte physique des deux dimensions pour le labyrinthe est une contrainte pour celui qui le dessine, pas pour celui qui l'explore. On pourrait trouver un dispositif pour rendre cette contrainte pertinente pour l'explorateur, sous la forme de "passage caché" : il serait obligé alors de visualiser la géométrie de l'ensemble pour découvrir lesdits passages. Mais alors, les stratégies de ce nouveau jeu ne serait plus du tout les mêmes !

4.5.3 Définitions pour la machine heuristique

Maintenant que nous avons brossé les grandes lignes, précisons les définitions.

Pour les stratégies, nous adoptons la définition **positionnelle**, c'est-à-dire la deuxième de celles proposées au début de cette partie.

Ces stratégies, nous devons les décomposer et pour cela, nous allons introduire la notion de **filtre tactique** :

Filtre tactique:
Soit P l'ensemble de toutes les positions possibles pour une logique dialogique donnée et soit F un sous-ensemble de P. Un filtre tactique t est une fonction qui associe à chaque position M de P une valeur :

1. $p(M) = m$ où m est un mouvement de cette dialogique si et seulement M est dans F.
2. $p(M) = id$ où id est la fonction identité pour les positions si et seulement M n'est pas dans F.

Plus prosaïquement, le filtre tactique est une fonction qui "conseille" un mouvement spécifique dans un certain nombre de situations. Il reconnait un sous-ensemble de positions F pour lequel le coup m "devrait" être joué (bien que ce "conseil" n'implique aucune réflexion stratégique). Dans ce cas-là, le filtre renvoie m[116]. Dans tous les autres cas, il renvoie id, pour des raisons que nous verrons plus tard[117].

[116]Un filtre mal fait peut renvoyer m même pour des positions où m n'est pas un mouvement possible... On ne fait rien avec ces filtres défectueux. On peut toutefois rajouter une clause plus restrictive pour exiger que l'ensemble des positions que reconnaît le filtre pour le mouvement m ne contiennent que des positions pour lesquelles ce mouvement est possible. Mais c'est une sécurité superflue quand on a bien compris le fonctionnement général de la machinerie heuristique.

[117]Notez que cette définition ne fonctionne qu'en vertu de l'interdiction de "passer son tour".

Notons aussi qu'on ne dit rien sur comment on construit le sous-ensemble F, on imagine juste que toutes les positions de F doivent avoir une certaine familiarité entre elles. Par exemple, on peut imaginer qu'on sélectionne toutes les positions où une disjonction est stockée par l'opposant (etc).

L'idée suivante, c'est que localement, quand un joueur va choisir son mouvement, il va appliquer un par un les filtres qu'il va piocher de sa **boîte à outils**, dans l'ordre où ils sont rangés. Si le filtre renvoie Id, il ne filtre rien, il ne prescrit aucun coup, et on passe au suivant. Mais si le filtre reconnaît la position, paf, on a le coup qu'on devrait jouer. On est donc vraiment au niveau local.

Cette boîte à outils, c'est ce qu'on appelle l'**ensemble tactique** :

Ensemble tactique:
Un ensemble tactique T est un ensemble ordonné de filtres tactiques : $< t_1, ..., t_n >$.

La démarche qui consiste à tester les filtres un par un doit ensuite être décrite. Pour cela, on se sert d'une application, $\star$, pour laquelle on ne va pas être très original : $T \star P$ se lira : "T appliquée à P", et on dira qu'on applique l'ensemble tactique à la position P.

Sinon, il faudrait trouver un moyen de différencier le filtre qui dit quand passer son tour, du filtre qui ne reconnait pas la situation ciblée. Le mieux serait alors d'avoir un coup qui dise "je passe", mais d'un point de vue pratique, on peut ne pas avoir de tels coups.

Application de l'ensemble tactique : $\star$

Soient T un ensemble tactique et P une position, $T \star P = t_n$, où t_n est le filtre appartenant à T qui vérifie ces deux conditions :

1. $t_n(P) \neq Id$.
2. Quelque soit t_m tel que $t_m(P) \neq Id$, alors $m \geq n$.

La première condition dit que le filtre choisit ne donne pas le mouvement (pas légal) d'identité en sortie. La seconde nous dit que c'est le filtre qui a le plus petit indice qui vérifie cette condition. Cette définition correspond donc bien à ce qu'on décrivait grossièrement[118] au dessus. On pourrait dire que les ensembles tactiques sont ordonnés par "ordre de priorité" ou par "préférence lexicographique"[119].

Mais cette définition est encore trop faible. En effet, quand on ordonne les filtres pour constituer l'ensemble tactique, on pourrait très bien ne pas en mettre assez, si bien que l'application de cet ensemble-tactique ne serait pas défini pour quelques positions[120]. Et rappelons que notre objectif est d'avoir une manière de déployer localement une stratégie gagnante. Or les ensembles tactiques ainsi définis n'ont aucun lien avec lesdites stratégies. Finalement, il y a une idée de minimaliste sur laquelle nous avions insistés pour conceptualiser les **tactèmes**.

[118] En fait, pas si grossièrement que cela. On pourrait donner une définition procédurale, algorithmique, de cette application, et cela est une bonne chose.

[119] Nous empruntons à dessein ce vocabulaire à la *Epistemic Game Theory*[32], où les différentes manières d'organiser ces "lexicographic beliefs" permettent de capturer différentes "formes de rationnalité".

[120] On essayerait tous les filtres de sa boîte à outils, sans qu'aucun ne suggère un mouvement. Dans ce cas-là, il ne faut pas déduire que l'application renvoie l'identité. L'application n'est pas définie. Si on la force à renvoyer l'identité, alors il faut réviser la définition de la machine heuristique ci-dessous en remplaçant la condition d'exhaustivité par "Quelque soit la position P, $(H \star P)(P) \neq P$."

Ces trois points vont faire les trois exigences supplémentaires pour obtenir une **machine heuristique** :

Machine heuristique:
Une machine heuristique H pour le joueur X est un ensemble tactique tel que :

1. *Exhaustivité :* Quelque soit la position P, $(H \star P)$ existe.
2. *Coïncidence avec au moins une stratégie gagnante :* Soit f une formule quelconque. Si le joueur X dispose d'au moins une stratégie gagnante pour cette formule dans le jeu dialogique, alors il existe une stratégie gagnante S telle que quelque soit la position P, $S(P) = H \star P$.
3. *Minimalisme :* Si H' est un autre ensemble tactique vérifiant les deux conditions ci-dessus, alors soit H' a plus d'éléments que H et n'est pas une machine heuristique; soit H' a le même nombre d'éléments que H et est une machine heuristique.

Les filtres tactiques d'une machine heuristique sont appelés **tactèmes** (et eux seulement!).

Les propriétés sont exprimées ici d'une manière assez complexe et il me faut vous convaincre qu'elles correspondent bien à l'intuition qu'on a essayé d'en donner.

L'exhaustivité est la plus simple : on veut que la machine puisse toujours nous donner un conseil quelque soit la position qu'on y entre. On veut donc que l'application soit bien définie pour toutes les positions qu'on peut entrer dans la machine. On peut remarquer que l'exhaustivité est peut-être trop exhaustive, et qu'il y aurait un moyen

d'affaiblir cette condition en remplaçant l'exhaustivité "absolue" par l'exhaustivité "sur les cas qui m'intéressent". Sans entrer dans les détails, les cas intéressants sont ceux traités par le second point, il y a donc moyen de déduire une certaine forme d'exhaustivité à partir de la coïncidence de la machine avec au moins une stratégie gagnante (quand il y en a ...).

La formulation de la coïncidence sonne bizarre, mais elle répond au besoin de marquer le décalage possible entre la stratégie gagnante considérée au niveau global, et celle qui est descriptible localement par la machine heuristique. En effet, on peut imaginer que pour une formule, il existe plusieurs stratégies gagnantes pour un même joueur, certaines descriptibles localement, d'autres pas. Si nous sommes dans un cas où l'on peut parler de machines heuristiques, dès qu'au niveau global, on détecte une stratégie gagnante, alors on sait qu'il y a une stratégie gagnante qui coïncide localement avec une machine heuristique, mais ce n'est pas nécessairement celle que nous sommes en train de regarder. D'où la formulation bizarre : "S'il existe une stratégie gagnante, alors il existe une stratégie gagnante qui vérifie la coïncidence". Notons aussi que c'est la propriété pour laquelle j'ai le plus de réserve d'ordre spéculative. En effet, elle suggère que le monde du "descriptible localement" soit en quelque sorte encompassé dans l'"indescriptible localement". Même si cela ne ressemble pas un engagement métaphysique trop lourd, ce n'est tout de même pas anodin...

La formulation du minimalisme pourrait sans doute être améliorée. Globalement, elle dit que les machines heuristiques d'un système logique

peuvent ne pas être uniques, mais qu'elles ont toutes le même nombre de filtres, **le minimum**. In abstracto, on peut concevoir des systèmes où quelques permutations des tactèmes sont possibles. On peut aussi concevoir que puisqu'il peut y avoir plus d'une stratégie gagnante, il puisse y avoir des machines heuristiques qui n'utilisent pas les mêmes tactèmes pour décrire différentes stratégies gagnantes. Si aucune description n'est plus économique qu'une autre, il n'y en aucune raison d'en rejeter une plutôt qu'une autre [121]...

La conséquence de la diversité possible des machines heuristiques est qu'un système logique peut contenir plus de tactèmes que ceux utilisés dans ma machine heuristique (qui me permet de gagner). Ce constat est à reprocher d'une question posée au deuxième point du **2.1.5**.[122] : comment rendre compte du fait que deux stratégies du sens, bien qu'équivalentes en terme de preuves des théorèmes, peuvent s'enrichir mutuellement ? Eh bien, quand je dissèque ma machine heuristique, "ma manière de faire", mon processus de preuve local, nous pouvons y trouver de droit toute la richesse sémantique "du niveau global". Mais la machine heuristique ne contient pas plus que "ma" manière de faire, nous n'y trouvons pas tous les tactèmes du système. Il y a encore toute une richesse qui reste à explorer et c'est ainsi qu'une autre preuve nous enrichit.

[121] Il y a d'autres manières de faire de l'optimisation tactique. On pourrait viser les "preuves les moins longues", mais en pur local, la notion de longueur de la preuve ne fait pas sens. L'optimisation que nous avons choisie est celle qui met le plus la lumière sur le concept de tactèmes.

[122] **2.1.5** discute bien avec ce **4.5**.

4.5.4 Hypothèse pour la machine heuristique intuitionniste

Nous allons formuler une machine heuristique pour le proposant qui satisfasse la condition de coïncidence pour les exemples proposés à la fin de la thèse. Nous ne garantissons pas que cette machine est bien une **machine heuristique**, du moins elle fournit une bonne base de travail et elle capture quelques intuitions stratégiques ou tactiques que nous avons quand nous travaillons "au tableau" les preuves dialogiques.

La première idée générale de cette machine est d'effectuer en priorité les mouvements qu'on risque de ne plus pouvoir faire par la suite. En effet, "perdre un mouvement" est toujours fâcheux dans un jeu où le but est d'être celui qui joue en dernier (et donc d'être capable de jouer le plus possible). Or, le seul mécanisme qui peut interdire d'effectuer un coup après que celui ait été disponible, c'est l'**aggro**. Si au lieu de défendre, le joueur fait un *?*-mouvement, il ne pourra pas tenter cette défense tant que ce marqueur sera présent. Cette idée se traduit par une priorité sur tactèmes prescrivant des !-mouvements, des assertions, sur les ?-mouvements ...

La seconde idée générale de cette machine, c'est que quand on doit effectuer un choix, il faut s'ouvrir un maximum de possibilités et en fermer un maximum à l'adversaire. Comment le proposant s'ouvre-t-il des opportunités dans un jeu dialogique ? Eh bien, quand il doit faire une requête à l'adversaire, il doit lui demander une nouvelle formule, "la plus nouvelle possible". Par contre, s'il veut fermer le jeu de l'adversaire, quand il a le choix sur les formules qu'il donne, il doit donner les plus courtes possibles, c'est-à-dire des formules atomiques.

Cette idée se traduit par une priorité sur les tactèmes de type $? - new$ sur les répétitions, et des $!a$ sur les $!c$.

Grosso modo, on a donc cet idée d'"ordre" :

$$!a <!c <?\neg <? - new <? - bis$$

.

Maintenant que nous avons l'idée générale de notre stratégie, décrivons les tactèmes précisément, dans l'ordre de la machine heuristique. Il y a quelques choix à effectuer dans la mise en page desdits tactèmes. Premièrement, on aimerait bien garder une bonne distinction entre les mouvements et les tactèmes : on évitera donc de noter les tactèmes sous la forme "avec des flèches". En effet, la liste des tactèmes ressemble beaucoup à une liste de priorités dans les mouvements, si bien qu'on pourrait se laisser abuser. Ce qui est important théoriquement, ce n'est pas que les tactèmes suggèrent des mouvements (ça, c'est l'aspect pratique), mais bel et bien, comment les tactèmes "lisent" les informations dans les positions. Les tactèmes proposent une lecture plus fine des positions que celle des mouvements, bien que l'information soit toujours la même, à savoir le minimum requis pour avoir des mouvements définis entièrement localement.

On choisira donc une écriture de la forme suivante : $t_n(P) = m$. P désigne une famille de positions, m désigne un mouvement. Pour toute position p' qui n'appartiendrait pas à P, $t_n(P) = Id$, où Id est l'identité de positions, même si ce n'est pas un mouvement. On proposera des

noms qu'on espère "plus explicites" que t_n qui rappelleront à quel mouvement ces tactèmes sont associés et quel est le critère de sélection retenu pour les positions filtrées. Comme pour les mouvements, les α, β, γ, δ marquent des formules ou des listes de formules qui ne sont pas importantes pour caractériser le filtre et donc, "qui passent à travers"[123].

Les outils de lecture supplémentaires des positions sont : la "profondeur d'une formule", qui correspond au nombre de connecteurs logiques qu'une formule contient. Une formule atomique est donc de longueur zéro[124]. On pourra aussi s'intéresser aussi à l'indice de répétition des formules pour déterminer si une formule est plus "fraîche" qu'une autre[125].

1. $t_{!A}(\begin{pmatrix} \alpha, A & \beta \\ \gamma & \delta, A! \end{pmatrix}) =!_A P$ où A est une formule de profondeur 0.
   Ainsi, ce tactème placé en première position de notre liste signifie juste que si une formule atomique est requise, porte l'aggro et que le proposant peut la fournir (parce que déjà stockée par l'adversaire), le proposant doit le faire.
2. $t_{!\vee La}(\begin{pmatrix} \alpha, A & \beta \\ \gamma & (A \vee B)_n!, \delta \end{pmatrix}) =!_{\vee L} P$
   Ce tactème nous dit que si un choix sur une disjonction est requise sous l'aggro, et que dans ce choix, on a la possibilité d'asserter une formule atomique à gauche du connecteur, il faut le faire. Ce

[123] "Passer à travers le filtre", ça veut dire que si nous n'avions que ces formules, nous aurions Id en sortie de filtre.
[124] Puisque tous les connecteurs logiques sont interrogeables.
[125] Alors que les mouvements ne comparent jamais ces indices.

tactème peut s'échanger avec le suivant, qui est "naturellement", vérifier si l'autre terme de la disjonction est une formule atomique.

3. $t_{!\vee Ra}(\begin{pmatrix} \alpha, B & \beta \\ \gamma & (A \vee B)_n!, \delta \end{pmatrix}) = !_{\vee R}P$

4. Viennent ensuite les assertions de formules complexes. Pour respecter une sorte d'enchaînement, on va d'abord traiter les assertions de formules complexes dans le cas d'une requête sur la disjonction. La notion qu'on introduit alors dans le tactème est celle de fraîcheur de la formule[126]. Pour les trois prochains tactèmes, on suppose $p(A) > 0$ et $p(B) > 0$.

5. $t_{!\vee Lc^{new}}(\begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & (A \vee B)_n!, \delta \end{pmatrix}) = !_{\vee L}P$
où la formule A n'est présente ni dans α, ni dans β, ni dans γ.

6. $t_{!\vee Rc^{new}}(\begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & (A \vee B)_n!, \delta \end{pmatrix}) = !_{\vee R}P$
où la formule A n'est présente ni dans α, ni dans β, ni dans γ.

7. $t_{!\vee Lc^{bis}}(\begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & (A \vee B)_n!, \delta \end{pmatrix}) = !_{\vee L}P$
Ce tactème s'appelle "bis", bien qu'en fait, il ne fait que choisir pour la situation le coup $!_{\vee L}P$ sans aucune restriction. Sa présence en fin des cinq tactèmes consacrés aux disjonctions requises signifie tout simplement que si on ne trouve ni formule atomique dans la disjonction, ni formule complexe nouvelle, il faut choisir la formule de gauche (qui va répéter de l'information, mais pas forcément un mouvement[127] !).

[126] Bien que nous verrons dans les propositions en dessous qu'il y a plusieurs façons de la concevoir. Celle choisit ici convenait dans les exemples étudiés, il n'est pas sûr qu'elle convienne partout.

[127] Ce n'est pas forcément une répétition de mouvement au sens de la dialogique!

8. $t_{!f}(\begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & A!, \delta \end{pmatrix}) = !_f P$

   La dernière assertion à faire, "la moins tactique", est donc de donner une formule complexe requise.

9. Les deux premières requêtes à formuler, les deux challenges qui sont prioritaires, sont ceux qui portent sur les négations et plus particulièrement, les négations de formules atomiques. En effet, ces dernières peuvent être sans réponse, et peuvent neutraliser l'aggro en votre faveur (c'est-à-dire bloquer un mouvement possible de l'autre joueur...)

   $t_{?\neg a}(\begin{pmatrix} \alpha, A, \neg A & \beta \\ \gamma & \delta \end{pmatrix}) = ?_\neg P$

   où A est atomique.

10. $t_{?\neg c}(\begin{pmatrix} \alpha, \neg A & \beta \\ \gamma & \delta \end{pmatrix}) = ?_\neg P$

    où A n'est pas une formule atomique.

11. On choisit ensuite de privilégier quand il est possible la requête sur l'implication :

    $t_{?a\rightarrow}(\begin{pmatrix} \alpha, A \longrightarrow B_n, A & \beta \\ \gamma & \delta \end{pmatrix}) = ?_\rightarrow P$

    où A est une formule atomique.

12. Puis l'autre version, pour le cas d'un antécédent complexe :

    $t_{?a\rightarrow}(\begin{pmatrix} \alpha, A \longrightarrow B_n & \beta \\ \gamma & \delta \end{pmatrix}) = ?_\rightarrow P$

    où A est une formule de profondeur non nulle.

13. Ensuite, le dernier cas est le plus long à décrire rigoureusement : c'est celui de la requête sur la conjonction. On va donc donner sept

tactèmes, qui correspondent aux 3 priorités : d'abord la nouveauté sur la répétition, d'abord les formules atomiques plutôt que les complexes, d'abord la gauche puis la droite ... Ce qui nous donne cela :

$t_{?\wedge La^{new}}(\begin{pmatrix} \alpha, A \longrightarrow B_n & \beta \\ \gamma & \delta \end{pmatrix}) = ?_{\wedge L}P$

où A est une formule atomique qui n'est présente ni en α, ni en β, ni en γ.

14. $t_{?\wedge Ra^{new}}(\begin{pmatrix} \alpha, A \longrightarrow B_n & \beta \\ \gamma & \delta \end{pmatrix}) = ?_{\wedge R}P$

où B est une formule atomique qui n'est présente ni en α, ni en β, ni en γ.

15. $t_{?\wedge Lc^{new}}(\begin{pmatrix} \alpha, A \longrightarrow B_n & \beta \\ \gamma & \delta \end{pmatrix}) = ?_{\wedge L}P$

où A est une formule complexe qui n'est présente ni en α, ni en β, ni en γ.

16. $t_{?\wedge Rc^{new}}(\begin{pmatrix} \alpha, A \longrightarrow B_n & \beta \\ \gamma & \delta \end{pmatrix}) = ?_{\wedge R}P$

où B est une formule complexe qui n'est présente ni en α, ni en β, ni en γ.

17. $t_{?\wedge La^{bis}}(\begin{pmatrix} \alpha, A \longrightarrow B_n & \beta \\ \gamma & \delta \end{pmatrix}) = ?_{\wedge L}P$

où A est une formule atomique.

18. $t_{?\wedge Ra^{bis}}(\begin{pmatrix} \alpha, A \longrightarrow B_n & \beta \\ \gamma & \delta \end{pmatrix}) = ?_{\wedge R}P$

où B est une formule atomique.

19. $t_{?\wedge Lc^{bis}}(\begin{pmatrix} \alpha, A \longrightarrow B_n & \beta \\ \gamma & \delta \end{pmatrix}) = ?_{\wedge L}P$

où A est une formule complexe. On pourrait s'attendre à une huitième tactème, mais pour le B complexe, mais à vrai dire, il serait superflu dans la machine heuristique car $t_{?\wedge Lc^{bis}}$ finit de filtrer tous les cas de conjonctions.

20. La dernière requête à faire, celle qu'on ne doit faire que si on n'a pas d'autres choix, c'est de demander à l'adversaire de nous donner ce qu'il veut. Laisser du choix **gratuit** à l'adversaire, en dialogique (mais dans beaucoup de jeux aussi), c'est tactiquement très mauvais... Voici donc le dernier tactème :
$t_{?\vee}(\begin{pmatrix} \alpha, A \vee B_n & \beta \\ \gamma & \delta \end{pmatrix}) =?_{\vee} P$

La définition de certains de ces tactèmes pourrait être modifiée en cas de problèmes lors d'un test à plus grande échelle ou selon les convenances des éventuelles preuves à venir, qui compléteraient cette hypothèse. Deux pistes de travail pourraient être utiles, autour de la définition locale de "nouveauté". En effet, celle que nous employons fonctionne bien avec les formules atomiques qui ne sont jamais consommées et qui donc sont toujours présentes une fois obtenues. Pour les formules complexes, on pourrait leur "réoffrir une jeunesse" en les consommant, si bien que le tactème qui se base uniquement sur leur présence pourrait suggérer de répéter un choix en fait déjà effectué, et produire une répétition délétère pour la stratégie.

Une première manière plus fine de procéder et de contourner cette difficulté serait d'estimer la nouveauté des formules à partir de la présence des formules atomiques encloses dans la formule complexe (et non de la formule complexe elle-même). On aurait donc une nouveauté "mesurable", à partir du nombre de formules atomiques présentes dans

la formule complexe mais pas sous forme atomique. Le "choix de la nouveauté" serait alors un rapport entre ces différentes estimations...

Une seconde manière d'aborder la "nouveauté", ce serait d'exploiter d'une nouvelle manière les rangs de répétition. Par exemple, on pourrait construire des couches successives de filtres, qui suggéreraient d'autres comportements selon la valeur du rang de répétition. Ces couches pourraient aussi mettre la priorité sur les formules portant un rang de répétition plus bas (ou plus élevé). Nous ne sommes toutefois pas sûr que cette subtilité-là soit exploitable.

Notons aussi qu'en allégeant la définition des **tactèmes** (qui est la définition **minimaliste**[128]), on pourrait sans doute en réduire le nombre; par exemple en évitant les doublets "cas pour la formule atomique, cas pour la formule complexe". On gagnerait sans doute en pratique mais il ne faudrait pas escamoter la finesse réelle de l'outil. A vrai dire, un des problèmes, c'est qu'à part la restriction d'utiliser que des informations présentes dans les positions, il n'y a aucune restriction dans le langage de description des tactèmes, si ce n'est l'idée de ce minimalisme tactique. Or, derrière la machine heuristique, se cache en embuscade la programmation de cette machine : le fameux "ordre des tactèmes". Si on creusait trop dans cette direction, il se pourrait qu'on débouche sur la question du langage de programmation ...

[128]Le minimalisme des tactèmes est une idée à développer, car même si elle sert de guide, c'est plus le nom d'un problème que le nom d'une solution...

4.5.5 Preuves sémantiques, tactèmes, ouverture

D'un point de vue sémantique, le grand gain c'est qu'on ne se focalise plus sur l'existence de stratégies gagnantes, mais sur la possibilité de produire une machinerie heuristique locale capable de générer lesdites stratégies, et éventuellement l'étude des propriétés de ces machines.

Le gain paraît extrêmement mince : en effet, les machines heuristiques apparaissent dépendantes des stratégies gagnantes et même si elles ne se situent pas au même niveau, elles n'éliminent pas le recours aux preuves sémantiques habituelles, du moins dans un premier temps de la théorie. Toutefois, s'il nous est permis de spéculer sur de la spéculation, on peut déjà proposer un développement "parfait" de la théorie des tactèmes.

Le premier résultat important serait de fournir les preuves sémantiques utilisant les tactèmes, ce qui passerait par plusieurs étapes :

1. Obtenir quelques logiques dont les stratégies gagnantes peuvent être en effet décrites par une machine heuristique. Pour cela il faudrait commencer à prouver l'hypothèse de travail proposé précedemment.

2. Prouver qu'une machine heuristique ou que l'ensemble des tactèmes de toutes les machines heuristiques[129] d'une telle logique sont **caractéristiques**. C'est-à-dire que pour tout système décrivant une logique et dont on peut décrire les positions, on peut aussi décrire une machine ou un ensemble de tactèmes qui est isomorphe à ce groupe caractéristique...

[129]Le problème sera donc de déterminer lequel des deux est caractéristique au juste...

3. Dès lors, on pourra établir les équivalences non plus entre les jeux ou les descriptions exhaustives de toutes les parties, mais bel et bien entre ces objets caractéristiques.

Si ce programme était mené à bien, l'existence des stratégies gagnantes deviendrait très secondaire...

Le troisième point est sans doute celui qui fait le plus mal, dans la mesure où pour établir de telles équivalences ou même des correspondances, il faudrait au moins deux systèmes logiques capables de donner de formuler de tels ensembles tactiques. Or, jusqu'ici et à notre connaissance, forcément finie et limitée, **seule la dialogique des matrices fournit une ébauche de travail dans cette direction**. Et cette ébauche même n'est pas approfondie par que l'absence d'autres travaux dans cette direction empêche de conclure la belle preuve sémantique dont nous fournissons les grandes lignes ici. C'est donc un champ d'investigation neuf et entièrement ouvert que nous proposons ici et dont l'enjeu est tout simplement de relever cette ambiguïté schizoïde des systèmes dynamiques dont les preuves sémantiques sont complètement statiques.

Penser enfin la dynamicité de la logique à partir de la dynamique, et non pas rajouter du "mouvement" sur un système statique.

Ce plan est sans doute trop ambitieux pour le moment, la dialectique des matrices a beaucoup de qualités qui ne sont exploitées dans les deux systèmes proposés et une montée en puissance progressive devra être effectuée pour tester jusqu'au bout sa plasticité.

4.6 **Annexe :** Le monisme logique est invivable

Cette annexe résume les grandes lignes d'une charge contre le monisme logique que j'envisageais de mener à partir de l'analyse des tactiques, et en particulier d'une typologie de ces tactiques : Voice/Loyalty/Exit, inspirées de Exit, voice, loyalty de Albert Hirschman[130]*. Or, la mise en évidence desdites tactiques formelles dépasse presque déjà le cadre de cette thèse, si bien que donner une formulation de cette typologie nous conduirait trop loin. L'argument, informel donc*[131]*, repose sur le fait que dans les cas où la tactique prend le pas sur la stratégie, le monisme se réduit à une seule "logique minimale", qui n'a de logique que le nom. D'où le besoin impératif pour le monisme de maintenir le "méta", pour prévenir sa déliquescence. On pourrait ainsi établir la dichotomie "monisme et méta" contre "pluralisme sans méta", et tous les autres résultats de la thèse auraient alors contribué à faire pencher la balance en faveur de cette seconde configuration. Cet argument n'est pas parfait, incomplet, certes, mais il me semblait intéressant ...*

4.6.1 Les tactiques et les stratégies non-optimales

En se concentrant sur la validité, la sémantique des jeux élude le problème des comportements tactiques formels des joueurs (les motivations formelles des coups joués) au bénéfice des problèmes de l'existence de stratégies victorieuses.

Cette attitude pourrait être illustrée par l'hypothèse des joueurs par-

[130] [20].
[131] Mais pensé comme "formalisable de droit".

faits (et/ou rationnels[132]), formulée ainsi : "Le comportement tactique du joueur parfait converge vers une stratégie de victoire"[133]. Cette hypothèse heuristique transforme le niveau tactique en **auberge espagnole de la sémantique**, où l'on ne trouve que le sens déjà mis dans les conditions de victoire; l'interaction effective entre joueurs perd son sens (ou plutôt n'en produit pas!) à la faveur d'une mécanique de confrontation, aux enjeux connus d'avance.

Pour mieux comprendre la part de sens spécifique aux parties, nous nous proposons de casser les automatismes d'interdépendance entre les tactiques et les stratégies, en usant de **la méthode hypercritique** (voire hyperminimaliste, car la critique suppose déjà une capacité à poser des questions et donc suppose un minimum d'intéraction réussie[134]), en retirant les hypothèses qui semblent liées à ce second niveau. En un sens, nous souhaitons étudier la logique "en milieu dégradé" et tester sa "résilience", c'est-à-dire ce qui fonctionne encore quand une partie d'un organisme connait des défaillances plus ou moins graves.

[132] A vrai dire, les deux mots sont utilisés comme synonymes, ce qui prouve à quel point les habitudes sont ancrées. Pourquoi le rationnel serait-il le parfait ? Parce que la rationalité est l'éclat de la perfection divine présente dans chaque sujet ? Belle idée classique. Mais il est évident que dans le cadre d'une métaphysique de l'intéraction, cette association devra être révisée.

[133] Autre formulation : "Un joueur parfait joue toujours le coup qui est optimal pour lui." La convergence permet d'évacuer le problème des stratégies de victoire multiples...

[134] Le dialogue intérieur serait donc le lieu de l'hyper-critique : ce serait Descartes seul dans son alcôve, s'interrogeant pour lui-même. Mais on peut se demander à quel point l'alcôve cartésienne n'est pas déjà un théâtre, où l'on s'offre soi-même en public. Les "'Méditations métaphysiques", ce ne sont pas les journaux intimes de Descartes !

4.6.2 L'interaction réussie comme prérequis de la sémantique

Commençons notre critique par le cas sémantiquement pathologique. Quel sens peut-on donner à "la triche" ? Ce dernier ne saurait être donné à l'avance dans les règles, pas plus que son effet sur les comportements stratégiques et tactiques formels. On pourrait considérer, en réinterprétant les catégories de Hirschman pour la réaction des mécontents, trois grandes types de réponses à une telle crise :

- continuer la partie *(loyauté)* : si aucune sémantique n'autorise à ignorer la triche[135], toutes les triches pourtant ne sont pas pertinentes et il vaut mieux parfois simplement continuer comme si de rien n'était pour gagner *malgré* la triche, que d'interrompre la partie au risque d'en perdre le sens.

- appliquer/ demander une sanction *(voice/prise de parole)* : certaines sémantiques[136] précisent que le premier joueur utilisant un coup interdit **perd la partie**[137]. Quel est alors le sens de la victoire du joueur victorieux ? Peut-on affirmer qu'"une proposition est prouvable" parce que son opposant a triché ?

- quitter la partie *(exit/défection)* : "cela n'a pas de sens de faire de la sémantique des jeux, si c'est pour ne pas en respecter les règles!"... et en effet, on tue toute la recherche de sens si on

[135]Dans certaines règles de jeu d'ambiance, on voit apparaître explicitement pourtant un point autorisant à tricher (Steve Jackson est un habitué du fait, puisqu'il a mis cette clause dans toute la série de ses jeux *Munchkin* et *Illuminati*) mais ces règles ne servent pas à bâtir des stratégies de victoire à partir de tactiques de triche. Ces règles ont pour fonction de "conserver l'ambiance" : si une règle a été mal comprise ou mal utilisée, on continue la partie sans s'entretuer et sans bannir le tricheur involontaire de son cercle d'amis!

[136]Par exemple, Andréas Blass dans [3].

[137]La logique est à ce titre un milieu bien plus violent et impitoyable que la plupart des sports, qui disposent de notions de pénalité pour punir les fautes. Mais le fait que nous n'avons pas de notions d'avantage en logique explique sans doute qu'on ne peut pas punir en donnant une pénalité ...

quitte une partie dans un jeu à deux. Les stratégies *exit* sont plus intéressantes si on cherche à concevoir des intéractions à plus de 2, où quitter la partie consiste à modifier le réseau d'intéraction entre les divers joueurs. Attention, quitter la partie ne signifie pas forcément renoncer à son enjeu mais éventuellement d'y prétendre par d'autres moyens[138].

Nous radicaliserons le problème en retirant des informations sur le jeu : si chaque joueur ignore les règles qui régissent les coups des autres, comment distinguera-t-il le coup tricheur du coup légal chez l'adversaire ? Dans cette situation[139], l'existence d'un arbitre infaillible ayant toutes les informations devrait garantir à chacun que l'autre ne triche pas !

Or, aucun joueur ne peut être à la fois arbitre et joueur: personne ne peut cumuler une connaissance parfaite et imparfaite des règles! Il faut donc supposer une tierce personne qui arbitre, ou forcer l'identification "permis" et "possible" au niveau du sens[140]. On peut se demander si on ne fait pas parfois jouer le *méta* comme un tel arbitre.

Refusons ces hypothèses, **étudions l'interaction des joueurs laissés à eux-mêmes** : aucun ne saurait établir si les coups des autres suivent ou non les règles. Conséquemment, à chaque coup, le joueur doit choisir

[138]En recourant à la violence physique, par exemple, là où la violence en logique ou en philosophie n'est que symbolique.

[139]Les litiges juridiques qui opposent deux personnes qui se croient dans leur droit correspondent à ce modèle. Chaque participant pense que l'autre enfreint la Loi, dont chacun a une connaissance incomplète...

[140]Si les coups possibles et les coups permis sont les mêmes, on tue la discussion parce que la triche est impossible. C'est ce raisonnement qui conduit à penser qu'un jeu sémantique où un joueur triche n'a plus de sens et n'est donc plus un jeu sémantique. *Exit.*

entre *voice/loyalty/exit*. C'est-à-dire que nous sommes face à plusieurs personnes qui hésitent à participer à une intéraction "réglée", parce que chacune d'elles en ignore la règle. Cette hypothèse peut paraître improbable, mais n'est-ce pas ce que nous faisons à chaque fois que nous sommes introduit dans un nouveau cercle social ou même que nous rencontrons un inconnu ? Nous supposons que l'inconnu a à peu près les mêmes règles de comportement que les miennes, que je connais au demeurant fort mal ... Il est sans doute plus facile de danser une valse avec une inconnue, que de lui faire la conversation : la valse est parfaitement réglée, la conversation est un jeu dont les règles sont plus ambiguës ...

Mais retournons aux jeux logiques : à ce niveau de dépouillement, aucune sémantique n'est possible, si les joueurs n'adoptent pas des comportements loyaux allant vers un ou des objectifs compatibles. Aucun des joueurs ne doit arrêter l'interaction en choisissant un comportement *Exit*, la sémantique repose sur l'exigence formelle que les joueurs choisissent toujours un comportement *Loyalty* ou *Voice*.

Pour comprendre l'émergence du sens au niveau des comportements tactiques, il faut comprendre que le premier enjeu du jeu n'est pas la victoire (qui est du registre de la stratégie), mais l'**interaction réussie, qui reste la première garante du sens d'une victoire, d'une défaite, ou d'un arrêt**. En effet, quelque soit le résultat de la partie, la possibilité même de ce résultat repose sur cette interaction réussie.

4.6.3 La coopération en vue du sens

Cette critique conduit à repenser la sémantique (et la dialogique) à partir de la question de l'interaction réussie. Si un joueur peut toujours adopter un comportement qui ruine l'intéraction, si on s'autorise à penser qu'un joueur peut toujours quitter la table de jeu, alors ni la sémantique, ni la dialogique ne peuvent plus être des simples confrontations mais sont aussi des coopération "en vue d'un sens", les conditions de victoire passant en second plan derrière les projets de chaque participant, projets qui les portent à jouer le jeu, à construire l'interaction au travers et à partir d'eux [141]...

Ainsi, en soutenant que le comportement tactique doit être conçu d'abord indépendamment des conditions de victoire[142], la sémantique des jeux n'étant alors qu'un cas particulier de coopération "en vue d'établir l'existence d'une preuve" dans lequel les comportements stratégiques des deux joueurs peuvent **idéalement** converger vers une stratégie gagnante.

Cette articulation du comportement tactique et des stratégies peut permettre de mieux penser certaines applications pratiques de la logique. Elle permet déjà de considérer les comportements dans des jeux où les conditions de victoires sont cachées[143], des jeux sans conditions de vic-

[141] Il ne s'agit pas **de psychologiser** les joueurs, mais de formaliser un comportement rationnel qui cherche à accomplir des objectifs, pouvant différer des règles de victoire, à travers des règles. On branche ensemble deux machines "suffisamment" compatibles et on regarde comment elles intéragissent : ça ne s'appelle pas faire de la psychologie.

[142] Ce qui ne signifie pas que la tactique ne peut pas être ENSUITE ramener aux conditions de victoire, avec la notion d'**avantage**, par exemple ...

[143] Entièrement : *Betrayal at House on the Hill* ou partiellement : *Archipel*, *Les Demeures de l'Epouvante*...

toire[144], ou des jeux de coopération[145]. Au-delà, la coopération "en vue du sens" devrait fournir de meilleurs outils pour penser les situations où le projet de l'agent prime sur le sens d'une victoire imposée, comme la plupart des interactions langagières, ou économiques.

Les tactèmes permettent aussi, dans une certaine mesure, de mieux décrire le comportement du joueur qui entre dans un jeu en n'y connaissant que son rôle. Une machine heuristique (peut-être pas orientée vers uniquement vers une stratégie gagnante) lui permet de se fixer un comportement idéal "quand tout se passe bien" et assure une continuité stratégique face à au comportement d'un adversaire dont on ignore les règles.

4.6.4 Le sens comme bien commun

Plusieurs personnes veulent interagir en ignorant tout de leurs règles respectives. On suppose qu'ils s'interdisent d'adopter une stratégie du *Exit* : aucun ne quitte l'intéraction ... Toutefois, personne ne sait non plus à quelle règle se fier, ils peuvent donc adopter aux extrêmes deux formes de comportement :

1. soit une loyauté envers l'autre (c'est-à-dire en copiant ce qu'on croit être la règle de l'autre[146]).
2. soit une prise de parole, une protestation (*Voice*). Or, la prise de parole est à son tour réglée; ces règles sont aussi inconnues, ce qui

[144] Les jeux de rôles.

[145] Un joueur peut sacrifier ses intérêts au bénéfice du groupe ou se désolidariser pour tenter une victoire solitaire. Exemple: *Novembre Rouge*.

[146] Cette manière de régler son comportement sur la règle supposée de l'autre n'a rien d'évident.

> fait que cette prise de parole prend souvent la forme minimale qui est de refuser de se servir de ce qu'on croit reconnaître comme une règle. Se taire, s'abstenir de participer sans se retirer, sans doute est-ce la protestation la plus partagée au monde car elle ne suppose aucune règle mais au contraire, des règles l'interdisent. "L'interdiction de passer son tour" fait souvent l'objet d'une règle à part dans les notices de jeu et même dans les systèmes logiques, ce qui est assez étrange. En effet, logiquement, il suffit de définir les coups et de dire, "à son tour, le joueur joue X coups", et si $X > 0$, l'interdiction de passer est une règle redondante[147].

Et à regarder en pratique les cas qui ressemblent le plus à notre scénario idéal[148], on conçoit bien que les gens ignorants des règles oscillent entre imitation souvent abusive ou maladroite (mais on peut admettre un *copycat* réussi) et prise de recul, volonté d'être là mais d'être spectateur de sa propre non-participation. Observez le comportement des gens mal à l'aise en soirée, observez les comportements des petits amis/petites amies qui ne font que suivre l'autre dans des activités dont ils ne connaissent rien.

Or, dans cette situation, si nous recherchons le plus petit commun dénominateur à leur attitude, dans l'espérance d'y découvrir les signes (tactiques) d'une *Ur*-Logique, une logique originelle qui serait en même

[147] On préfère la préciser, ce qui suggère que cette règle occupe un rôle particulier dans notre économie mentale.

[148] On peut imaginer facilement deux personnes ignorant les règles dans lesquelles elles sont commises. Plus difficile est d'imaginer qu'elles ne trouvent pas un **arbitre**, tant la volonté de juger autrui prospère de nos jours.

temps la bonne logique pour le monisme[149], nous ne la trouverions pas dans l'attitude loyale du copycat, mais bel et bien dans la prudence du spectateur, qui proteste silencieusement contre toutes ces règles qu'il croit deviner. Ce silence et cette attente sont sans doute très importants dans la constitution de la logique, il n'y a aucun doute que pour faire de la logique, il a bien fallu à un moment qu'on se taise pour prendre le temps de s'écouter.

Mais comme, sous les hypothèses du monisme, on ne peut être pleinement loyal qu'à une seule logique[150] : on serait donc obligé de considérer que la tactique moniste converge, en réitérant la protestation vide à l'infini, vers la stratégie ($\forall$*Exit*) (car on se demande bien ce qui, sous cette forme hyperbolique, différencie le *Voice* (qui est un $\forall$*Silence*) d'un *Exit*). On pourrait presque dire que **le monisme n'est rien d'autre que le refus de faire de la logique** ...

L'auteur exagère complètement sur ce dernier point, son argumentation est en papier et il le confesse. Nous rectifons donc notre argument : il joue sur une vraie astuce cachée, dans la caractérisation hirschmanienne du **bien commun** : **"on ne peut jamais se désintéresser complètement du bien commun, on peut arrêter d'en produire, mais jamais d'en consommer"**. C'est cette limitation interne des tactiques de *Exit* qui fait que le raisonnement précédent est

[149]Du moins, pour le monisme de la logique originelle. Il y a aussi un monisme d'une logique unique en projet, celui-là demande un argument similaire mais un peu différent.

[150]Chaque extension d'un système logique peut être conçue comme une **forme de triche**. Si, sur un même jeu logique, on fait s'affronter un logicien intuitionniste et un logicien classique en les laissant jouer selon leurs règles, leurs choix pourront coïncider jusqu'au malheureux moment où le second tentera de faire passer une double négation. Le premier ne verra pas son adversaire comme un logicien classique, mais un tricheur.

abusif.

Le sens est un bien commun là où l'information ne l'est pas !

Dès lors, il est faux de soutenir que la stratégie qui "converge vers le ($\forall$*Exit*)" est un refus complet de faire de la logique. Ce ne peut-être qu'un refus de participer à la production du sens. Mais pas de consommer le sens.

Or, répétons-le : le sens est produit au niveau stratégique par le biais de l'usage de règles. Mais ne devrions-nous pas dire leur consommation car tout indique qu'elles sont des ressources comme les autres ? ... Et donc, que si elles sont consommées, elles doivent bien être produites quelque part. Le monisme consisterait donc non pas à se retirer de la consommation du sens et des règles, mais à se désintéresser de leur production; tandis que le pluralisme accepte de prendre en considération cet aspect, prise en considération qui ne peut être effective qu'à la condition que la philosophie pluraliste ne sacrifie pas sa dynamique sur l'autel du "méta". L'hypothèse des règles comme ressources (consommables) - outre le fait qu'elle nous rappelle le triple aspect du temps dans **1.2.1** - permettrait sans doute, une fois reçue une forme plus formelle et moins spéculative, d'élucider quelques intuitions éparses dans cette thèse[151]...

[151]Il faudrait mettre en parallèle le choix de décréter qu'il y a un niveau *méta* incorruptible avec le choix de décider que les atomes logiques ne sont pas consommés; hypothèse encore à établir.

Question supplémentaire : y aurait-il un monisme de l'information ? Si on considère que la logique est du traitement d'information et n'a rien à voir avec le sens, ne peut-on pas se défaire de l'argument précédent ?

5 **Epaves :** Où il faut accepter de se perdre...

Au nom d'Annah la Mazéricordieuse, la Toujours-Vivante, Dispensatrice de Plurabilités,
bénie soit son heure, chantée son histoire, coulé son fleuve, sans rive et sans égal.
Son mamafeste sans titre commémorant le Très-Haut,
a porté bon nombre de noms depuis la disjonction des temps.[...]
Au fait, quel est l'enfant d'Hegel qui a écrit toute cette saloperie ?

James Joyce, *Finnegans Wake*

La philosophie se condamne à l'inutilité
quand elle s'abandonne aux prouesses consistant
à se débarasser des problèmes par des explications spécieuses.
[...] La philosophie est l'union de l'imagination
et du sens commun
réfrénant les ardeurs des spécialistes
tout en élargissant le champ de leur imagination.

Alfred North Whitehead

Orgie de silence et de propreté
Où celui qui aurait encore quelque chose à dire
Préfère se taire, plutôt que d'avoir à utiliser
Leur formulaire d'autorisation de délirer ...

Hubert Félix Thiéfaine

5.1 Préambule méthodologique

5.1.1 La peur de l'inconséquence

Comment écrire une thèse, qu'en rêves, on a déjà finie mille fois ? On essaie d'être aussi courageux que soi-même, "là, il me suffira de dire ... pour que ... et alors ... en conclusion, et caetera, ah! ah! ah! blabla..."

Et déjà on se ment à soi-même, on veut croire qu'on rêve d'écrire une thèse, alors que depuis longtemps, on ne nourrit plus que des doutes et des interrogations sur ce que signifie au juste "écrire une thèse"; le rêve est ailleurs. Il devient alors difficile de maintenir cette grande qualité, aussi bien éthique que logique : **la conséquence**, vivre en accord avec, ou du moins, ne pas contredire en acte les idées qu'on avance [1] ...

Il est universitairement convenable de ne pas en parler, pour ne pas avoir à en répondre. On ne se commet pas, on ne se compromet pas. Mais aussi nous vivons comme des somnambules, nous éveillant là où il faut après avoir marché dans la nuit sous une protection invisible; les somnambules ne tombent pas des toits, paraît-il ... Nous nous réveillons là où l'on ne risque pas de rester sans voix et l'on rêve si possible que ces randonnées aveugles nous mènent à un problème original[2] et par là, à quelque renommée de par le monde.

[1] Ce qui revient textuellement à se poser à chaque ligne une seule question : "Est-ce ainsi que les hommes vivent ?" - On ne vit pas en rêvant d'écrire des thèses. Toutefois, ce point soulève le problème de la conséquence ou de l'inconséquence collective du corps universitaire, un problème complexe que nous ne sommes heureusement pas obligés de traiter ici.

[2] Le cauchemar doit être de se réveiller là où il ne faut pas. D'être insatisfait de ce discours officiel qui vous assure que ces années d'études doivent être les plus belles de votre vie. Quand dans ce bonheur officiel, vous, vous êtes affligé.

Toutefois, on peut se demander aussi si ce qui est universitairement convenable, est philosophiquement convenable. Quoique, le peut-on concrétement ? En petit-fils de Kant, nous tenons notre capacité épistémologique limitée par notre capacité à poser des questions, notre capacité critique. Aussi faut-il savoir réellement quelles questions nous pouvons concrétement poser à l'université. Peut-on concrétement se poser cette question ? Il n'y a ni "axiome de la philosophie, ni "axiome" des institutions universitaires, juste des règles générales pour une vie générale dont le sens précis est laissé à l'interprétation de chacun ... Il n'y a aucun langage formel pour dire l'inquiétude sur laquelle nous ouvrons les yeux.

C'est à partir de cette prise de conscience/prise de vertige, très incomplète mais très tenace, que le courage devient nécessaire: convaincre dès les premières lignes[3] que ces hésitations et inquiétudes particulières constituent en quelque sorte le matériau expérimental le plus brut que l'on puisse trouver pour donner corps aux idées que nous développerons ici[4], mais qu'en même temps, ce corps semble de prime abord être fait d'un seul bloc d'obscurité opaque.

Si je transmets cette masse d'obscurités non pas comme une problématique avec cahier des charges, en X points qu'il suffirait de cocher, mais

[3] Vertige que ces premières lignes deviennent aussi les dernières, suite à un renversement complet de l'ordre de la thèse. "In my beginning is my end" TS Eliot, *East Coker*.

[4] "Qu'est-ce qui vous empêche de dormir ?" On peut difficilement faire plus concret, comme question. C'est même la question que je propose à mes étudiants comme pierre de touche pour différencier un faux problème d'un vrai problème. Si vous avez l'impression que le problème traité ne peut pas empêcher quelqu'un de dormir, alors c'est qu'il est mauvais. "L'écriture de la thèse ? - J'étais déjà insomniaque avant. - Le café ? - ça sert juste à rendre l'insomnie fréquentable."

comme une inquiétude inquiétante, qui peut vous saisir à n'importe quel instant (ou jamais) et vous laissez idiot un instant, étonné et sans voix sauf peut-être un cri[5], comme au jour de la naissance; je suis **conséquent**. Toutefois, cela ne suffit pas.

Si sur cette masse d'obscurités, je trace des lignes claires, qui se recoupent voire recouvrent les champs connus, qu'elles dessinent les contours de problèmes et que de là j'extrais des résultats techniques et propose des outils qu'on n'aurait jamais pu concevoir autrement (ou à inspirer des gens plus doués que moi à les concevoir); j'écris une thèse **recevable**.

Ce qui, formulé autrement, revient à poser la question : existe-t-il **une stratégie** qui puisse combler à la fois les exigences extérieures à ma thèse[6] et ses exigences internes [7] ? Ou encore : comment rendre compte de la multiplicité des enjeux, de la multiplicité des exigences qui induit une multiplicité de langages (formel du moins ...), de leur convergence

[5] "Où veut-il donc aller à la fin ? Où veut-il nous amener ? ... Je ne m'y retrouve pas ..." Là, on toucherait à la forme du problème philosophique, selon Wittgenstein : un "je n'y me retrouve plus". Mais peut-on raconter n'importe quoi et citer Wittgenstein pour nous sauver ? L'art de la citation n'a-t-elle pas des règles lui-aussi ? Dont certaines sont ambigües : la citation qui illustre n'a pas la même valeur que celle qui justifie ? Comment faire quand l'usage prescrit de ne pas citer pas les références des exergues, exergue qui signifie "hors oeuvre" et non pas "hors d'oeuvre", quand cette exergue est elle-même citée dans le texte ? Il faut préciser ici que cette citation provient de [**?**]). De plus, ces règles mal énoncées doivent être respectées pour l'écriture d'une thèse, ce qui nous répète notre problème : comment être sûr que ces règles ne contredisent pas d'une manière vague et diffuse, le projet même d'une logique ?

[6] Exigences éditoriales formelles : la thèse sera écrite en français et des exemplaires imprimés en seront fournis, par exemple. Exigences sociales. Mais aussi obligations morales envers les hommes et les femmes qui m'ont accordé leur confiance (et les moyens financiers) pour mener à bien ce travail, même et surtout quand moi-même j'en doutais.

[7] Exigences logiques formelles : il y aura des théorèmes, des définitions et des preuves. La reformulation réoriente déjà le texte vers des questions de stratégies et nous remet sur le chemin de la sémantique des jeux. Exigences organiques aussi.

ou de leur possible divergence ? Ou bien, et c'est toujours la même question : est-on bien sûr que l'écriture (d'une thèse) soit le support qui convienne à la logique ?[8]

On ne pourra en juger qu'à partir du succès ou de l'insuccès de cette entreprise, à la fin[9]. On peut considérer cela comme une expérience qui a commencé dès la première ligne, que le développement argumentatif résulte d'un choix stratégique qui sera expliqué et argumenté tout au long de ce texte et qu'il ne s'agissait pas de commencer une thèse par **un caprice littéraire**, avec ses petits effets à retardement[10], ou avec le point du départ historique de ma réflexion, mais bien avec **un préambule méthodologique** sans lequel la transformation de mon problème initial, l'impureté du rapport langage/métalangage au niveau du théorème de **Gödel-Deligne**, à la théorisation de l'acte de séparation du *méta* sous un certain rapport de même, acte ayant une valeur stratégique, n'est ni plus ni moins qu'un voyage au Pays des merveilles[11]...

[8]L'intuition nous hurle que c'est bien le cas, mais n'est-on pas en droit d'exiger une réponse construite, explicite et auto-suffisante. Et surtout, **écrire** cette exigence, l'écrire sérieusement, c'est-à-dire au risque de se rendre compte qu'on ne sait pas réellement vérifier si elle est remplie ou non...

[9]Ecrire une thèse de logique, c'est écrire en suivant les contraintes de la logique et les contraintes d'une thèse. Nulle part pourtant, on trouve la preuve que les deux niveaux de contraintes sont compatibles. Et donc, quelque soit la rigueur logique, l'auteur ne peut pas se donner lui-même sa thèse : il y a une extériorité qui est en dehors de tout contrôle pour l'auteur. Après tout, si ce texte n'est jamais soutenu, jamais validé par mes pairs, quelle légitimité aurait-on à l'appeler "thèse" ? J'entrevois ainsi une solution simple à mon problème : ne jamais soutenir. Mais c'est une solution faible ... Trouvons mieux!

[10]Et pourtant qu'ils sont importants, les effets de sens à retardement en philosophie ... Différer un exposé est alors une manière d'attirer l'attention sur sa multiplicité : on tourne autour avant d'y entrer...

[11]Cela est vrai plus généralement pour toute production scientifique.

5.1.2 La prudence méthodologique, le rapport au concret

Pourquoi prendré-je de telles précautions ?

Il arrivera nécessairement un moment où l'on désirera interpréter les thèses développées ici, c'est-à-dire de passer de l'abstrait au concret. Or encore faut-il qu'il y ait une certaine harmonie entre l'abstraction et cette interprétation[12], à savoir qu'on ne se trompe pas dans **la localisation du concret**. Ce terme provient de Whitehead et il me semble très adéquat pour suivre la dynamique des questions sur l'Être. Par exemple, un texte de théologie du Moyen-Âge est-il plus concret qu'un programme informatique ? Selon la formule qui veut que "l'abstrait, c'est l'autre", le moine copiste trouvera le programme plus abstrait, et l'informaticien trouvera les spéculations métaphysiques sur Dieu un peu ... abstraite. Pourtant, les deux savent aussi bien que quiconque ce qu'est le concret, leur désaccord se pose au niveau des contextes implicites. Pour le penseur du Moyen-Âge, Dieu n'est pas abstrait, c'est au contraire les choses "du monde" qui s'interprétent en Dieu, et qui en sont abstraites (ou employera plutôt des termes comme "émanations", "créatures" etc). L'informaticien[13] considère les questions sur Dieu de l'ordre de la croyance[14], et le programme informatique comme son gagne-pain, concret.

Il faut donc se poser en amont les questions suivantes : d'où part notre réflexion abstraite ? Où souhaite-t-on interpréter le résultat de cette

[12] On présente souvent l'abstraction et l'interprétation comme deux transformations inverses l'une de l'autre, on veut démontrer que cela n'est pas toujours vrai.

[13] Pour la simplicité de l'exemple, on le considère athé.

[14] Et pas de la Foi. Le "je crois" dans "Je crois qu'il va pleuvoir demain", n'est pas le même que le "je crois" du Credo.

réflexion ? Est-ce le même concret ?

Pour souligner la diversité des réponses possibles à ces questions, considérons les cas suivants.

(a) Je formalise un problème de grammaire : j'abstrais des structures à partir du langage dit naturel, je les manipule, puis j'interpréte le résultat dans le langage naturel. J'ai dénoué un noeud grammatical, mon ancrage concret est resté le même, le langage.

(b) J'essaie de comprendre un Brueghel, "Le combat de Carnaval contre Carème". J'abstrais à partir de la peinture des structures : des lignes directrices, des couleurs, j'isole des groupes, puis je fais des hypothèses quant à leur disposition ramenée à des questions de calendrier, autre abstraction. L'interprétation que je donne est alors un discours[15]. De la peinture au discours sur la peinture, mon ancrage concret a changé.

(c) J'interpréte une partition au piano. Je lis les notes, mais juste par habitude, si je ne les connais pas par coeur, mes doigts, eux s'en souviennent[16]. J'appuie sur les touches du piano dans un certain rythme, appris pendant les années de relation tumultueuse, amour/haine, avec un métronome. Chaque touche produit un son et l'oreille entend la musique. Quelle est la référence concrète d'où l'on s'abstrait ici ? Est-ce la partition qui est regardée sans être exactement lue ? La mémoire dans les doigts ? Dans quel concret

[15]Et l'interprétation du guide-conférencier est plus concrète que l'oeuvre elle-même, c'est un fait bien connu de tous les étudiants en histoire de l'art.

[16]De manière similaire, quiconque peut être capable de composer le code de mon immeuble sans le connaître par coeur, i.e sans pouvoir énoncer les chiffres du code. Il peut toutefois retrouver ses chiffres après un acte d'imagination, où il s'imagine les lisant sur l'image mentale de la main qui tape le code.

> arrive-t-on ? Le mouvement des mains ? La musique, qui est différente d'"une série de bruits dans lequel on peut déceler des séquences rythmiques"[17] ?

Ainsi, afin de ne pas se tromper dans nos méthodes, nous devons savoir de quel concret cette étude part (et dans quel concret on cherche à l'interpréter). Hélas, l'expérience de l'inquiétude, de l'ombre, le corps la nuit, apparait après une rapide analyse du mot "expérience" comme on l'entend en particulier dans les branches les plus positivistes des études abstraites, un contremploi, un abus outrancier.

Dans le langage courant, il y a une ambiguïté du terme "expérience", qu'on confond volontiers avec "fait". "Faire l'expérience de quelque chose" peut signifier "avoir été en relation concrétement avec le fait de quelque chose". On accorde aux deux termes une charge concrète. Toutefois, dans les sciences positives, on attend des expériences un peu plus que des faits : ils doivent encadrer la théorie, en en définissant le domaine d'applications, ils doivent être reproductibles (et caetera)[18] ... En quelque sorte, on leur demande de tempérer les envolés lyriques des théoriciens et de les guider, ou plus modestement, de pointer dans quelque direction que ce soit[19].

Or, cela nécessite une sélection des faits au détriment d'autres faits[20]

[17] Citation tirée du film d'Eugène Green, *Toutes les nuits*, [2001].

[18] Ainsi, en toute rigueur, une locution comme "expérience paranormale" est une contradiction dans les termes. L'expérience est toujours "normale" parce que toujours "normée".

[19] C'est le thème du "lire le livre de la Vie", où il semble être écrit à la toute première page que **la Spéculation est morte**. L'expérience est alors ce psychopompe qui guide les théories mortes vers leurs prochaines incarnations/interprétations.

[20] Il y a là sans doute une différence entre l'empiriste sceptique et l'empiriste positiviste.

: c'est ce qu'on appelle le **réductionnisme**[21]. Il a été très souvent critiqué, comme "simplification du réel" et c'est vrai qu'il est parfois pratiqué comme tel, chez les gens bornés[22] ... Cette critique toutefois s'évanouit dès qu'on fait remarquer que tout le monde, scientifique ou pas, sélectionne les faits. Rien de plus naturel : percevoir, c'est sélectionner parmi ce qu'on perçoit. L'"affreux réductionniste" ne fait que fournir des méthodes précises pour normer cette sélection. Pour ce faire, il passe déjà par une étape d'abstraction.

A cette sélection des faits correspondent des restrictions dans les domaines d'application : les spéculations sur, par exemple, ce qu'il y avait avant le Big-Bang, doivent être rejetées comme non-scientifiques (mais pas nécessairement dépourvues de sens, à condition d'admettre qu'un énoncé non-scientifique puisse en avoir), puisque basées sur **un au-delà** d'une théorie faite pour décrire un Univers d'**après** le Big-Bang.

Récapitulons donc l'argument :

1. Nous définissions l'abstraction et l'interprétation comme deux processus entre le concret et l'abstrait.

Le premier collectionne les faits, dont l'archétype est sans doute Charles Fort, [**?**], son esprit est comme un cabinet de curiosités. Le second expérimente dans les laboratoires, il suit un protocole qui lui garantit que ses expériences seront acceptables pour la communauté des scientifiques ...

[21]L'usage a consacré le singulier, mais on devrait rigoureusement écrire **les** réductionnismes. La sélection des faits en physique n'est pas la même qu'en chimie n'est pas la même qu'en médecine et caetera.

[22]En toute rigueur, ne pas être retenu comme "expérience scientifique" ne retire rien à la factualité du fait. Toutefois, plus on perd de notre capacité à qualifier les faits (en quittant le domaine de l'expérience scientifique, du fait juridique et du vécu psychique par exemple), plus l'aspect concret du fait semble s'étioler.

$$\text{Concret} \xrightarrow{Abstraction} \text{Abstrait} \xrightarrow{Interpretation} \text{Concret.}$$

2. Nous identifions l'expérience comme le concret, et la théorie comme abstraction :

   $$\text{Expérience} \xrightarrow{Abstraction} \text{Théorie} \xrightarrow{Interpretation} \text{Expérience.}$$

3. Les expériences proviennent d'une **méthode** de sélection des faits :

   $$\text{Faits} \xrightarrow{Selection} \text{Expérience} \xrightarrow{Abstraction} \text{Théorie} \xrightarrow{Interpretation} \text{Expérience.}$$

   ou bien, en forme condensée :

   $$\text{Faits} \xrightarrow{Abstraction \bullet Selection} \text{Théorie} \xrightarrow{Interpretation} \text{Expérience.}$$

4. Il y a une **rétro-action de la théorie** sur la sélection des faits.

Or, ce n'est pas la même méthodologie, quand on adopte le schéma (2) où le passage par la théorie ne change pas la nature de l'ancrage concret (exemple (a))[23] que quand on adopte le schéma (3), où la nature de l'ancrage change (exemple (b))...

On dira de la théorie, de l'abstraction et de l'interprétation du schéma (2) qu'elles sont **bien ancrées** dans l'expérience et qu'elles sont **ajustées** aux faits dans le cas du schéma (3)[24].

[23] Remarquons que les problèmes d'ordre purement technique correspondent au schéma (2), selon le vieux adage : "A problèmes techniques, solutions techniques".

[24] Considérons par exemple l'apparition des valeurs imaginaires/complexes. Nous avions une théorie algèbrique bien ancrée dans les expériences du calcul, mais du calcul entre nombres réels. Or, la méthode de résolution des équations d'ordre 2 par déterminants fait apparaître des valeurs qu'on ne sait pas interpréter : les racines négatives. On se retrouve face à un choix : soit ces valeurs sans interprétation ne participent pas du concret, et on maintient l'ancrage à tout prix (les racines négatives sont imaginaires), soit on ajuste la théorie, pour être plus précis, on ajuste l'interprétation pour admettre des cas spéciaux (en attendant de mieux conceptualiser, et de parvenir à l'abstraction de l'algèbre complexe, abstraction qui elle, est "bien ancrée dans l'expérience").

D'autre part, changer la nature de l'ancrage concret, et changer le concret, sont deux choses différentes. Dans notre exemple (a), nous avons un problème grammatical, nous le résolvons, quelque chose a changé. Dans l'exemple (b), nous avons un tableau, nous l'interprétons, le tableau n'a pas changé.

Il faudrait penser la scandaleuse proposition de §124 des *Recherches Philosophiques* de Ludwig Wittgenstein "La philosophie laisse toute chose en état" à cette lumière; le passage par la philosophie ne change pas le concret, mais change ce rapport spécifique au concret : **l'ancrage**. Or, il se pourrait que la proposition §123, citée dans l'exergue : "Un problème philosophique est de la forme "je ne m'y retrouve pas"", nous révèle quel ancrage nous devons changer. C'est terrible, d'être ancré à une perte[25].

La principale différence méthodologique tient dans le point (4) : il y a une rétroaction dans le cas ajusté alors que dans le cas bien ancré, elle n'apparait pas. Or, on sait bien que la rétroaction, avec tout le risque de circularité qu'elle comporte, ne se laisse pas dire ni écrire facilement... Comment cela se traduit-il, au niveau textuel ? Au niveau de la méthode ?

La théorie bien ancrée dans l'expérience s'expose comme une suite ponctuée de manière binaire : d'une part des moments abstraits (exposé de la théorie, problématisation, preuve de théorèmes, hypothèse,

[25] J'entends toujours la voix de Giorgio Passerone, commentant la Comédie de Dante, s'acharnant à faire comprendre qu'"être perdu, être sauvé, ce n'est pas pareil". Ancré dans un langage totalement désinvesti, ce n'est qu'une tautologie, une banalité. Mais ancré au plus profond du désespoir, même cette tautologie peut être lumineuse.

axiomatisation, ...), d'autre part des moments d'interprétation (exemples, exercices, scholies, étude de cas, casuistique, histoire du problème, références, bibliographies ...) mais qui peuvent se composer les uns avec les autres de manière très **modulaire** et **additive** : on peut commencer par un exercice, proposer la théorie comme résolution de l'exercice, puis généraliser et problématiser et ensuite prouver. Ou bien on peut prouver des résultats *ex nihilo*, les commenter, problématiser à partir du commentaire, citer des références et réexposer la théorie à partir de là et finir sur exemples et exercices. L'exposé d'une telle théorie, parce qu'elle s'articule autour d'**un ancrage fixe au concret**, possède toujours quelque chose comme une pulsation, une oscillation autour de cet ancrage.

En logique fondamentale, l'archétype de ce cas bien ancré pourrait être la sémantique dénotationnelle. Elle prend très au sérieux la séparation entre la théorie abstraite et le concret, et veut expliquer le sens des signes de la théorie par une fonction qui sélectionne les bons objets dans le monde réel. L'interprétation, c'est la fonction qui associe à chaque proposition atomique, sa référence réelle, concrète, à chaque variable un objet réel. Or, on pourrait douter que cette sémantique parte du concret, elle semble plutôt provenir d'une certaine abstraction du langage... Ce souci se manifeste surtout quand les fonctions d'interprétation doivent désigner un objet qui n'existe pas, comme par exemple, "une licorne". La solution a été de fournir une extension du concret, via la théorie des "mondes possibles" (où l'on peut trouver à peu près tout ce que la conscience peut viser ...).

La théorie ajustée aux faits s'expose de manière sérielle : elle propose

d'abord un thème, dont l'étude se développe par des réexpositions successives[26], dont chaque réexposition marque de manière plus ou moins sensible un glissement au niveau de l'ancrage concret[27], glissements successifs et solidaires les uns des autres, **organiques** et non pas modulaires. Par exemple, c'est ce qui se passe quand on passe du "plum-pudding model" de l'atome au modèle planétaire, puis au modèle du nuage électronique. La théorie justifiée **peut converger ou non** vers un bon ancrage concret... En cas de divergence, il n'est pas impossible qu'on perde l'ancrage concret et qu'il ne soit plus possible d'interpréter la théorie.

On a pris la mauvaise habitude de croire que parce que la théorie ajustée pouvait converger vers une théorie bien ancrée, on pouvait faire l'économie de la première et ne considérer que comme scientifique la seconde[28]; plus d'ailleurs par négligence conceptuelle que par désaccord, les schémas (2) et (3) étaient tellement proches ! Il suffit d'ailleurs d'attirer l'attention sur cela : que la recherche d'une théorie bien ancrée dans l'expérience pourrait s'appeler **recherche problématique** et que la recherche d'une théorie ajustée aux faits pourrait s'appeler **recherche thématique**, pour retrouver des catégories mieux connues. Et personne ne niera que la recherche scientifique a be-

[26]Elle bafouille, elle se reprend, elle ne sait pas dire, elle se reprend et c'est ainsi qu'on capture la rétro-action.

[27]Ce glissement peut être une réduction : on spécifie plus les faits considérés, ou une extension : on ajoute des faits. Dans les deux cas, la rétro-action ne crée pas une circularité, mais une spirale.

[28]On peut à ce propos repenser à l'exemple donné : l'interprétation d'un tableau, qui n'est pas un tableau mais un discours d'esthétique. Il existe une manière de bien ancrer ce discours, c'est d'accepter que le tableau puisse être lui-même un discours. Dans ce développement extrême, cette manière n'est rien d'autre que le discours esthétique bien ancré dans son expérience. Or, un des problèmes de l'art abstrait, "peut-on se passer de l'oeuvre et se contenter du discours sur l'oeuvre?", peut se formuler comme une recherche de cet ancrage dans l'expérience.

soin de ces deux types de recherches pour avancer. En effet, certains problèmes ne peuvent pas être résolus directement, parce qu'il manque des connaissances contextuelles, du **background knowledge**. Dans d'autres cas, s'acharner à poursuivre un seul problème coûte que coûte peut ouvrir ou motiver une recherche thématique. On peut se demander par exemple si l'acharnement à développer des modèles en épicycles pour les mouvements des corps célestes n'a pas encouragé toute une recherche thématique visant à simplifier ces constructions compliquées.

Une autre manière de formuler ce rapport serait de remplacer le terme d'ancrage concret par celui de champs thématique[29]. On peut alors penser que résoudre un problème, c'est toujours résoudre un problème dans un champs thématique, en conservant ce champs thématique. Mais qu'il existe une autre forme de recherche, qui peut interagir (mais il n'y a rien de nécessaire) avec la précédente, qui porte sur le champs thématique lui-même, qu'on a appelé la recherche thématique.

Ces différences étant bien soulignées, il faut maintenant en tirer les conséquences en termes de différences méthodologiques[30] entre les deux types de recherches. Aussi je les récapitule :

[29]En prenant le risque de créer une trop grande contiguïté entre "problème" et "thème", ce qu'on essaie d'éviter jusqu'ici...

[30]Alexander Grothendieck parlait, dans *Récoltes et Semailles*, de deux méthodes de recherche : "La noix et le marteau", qui pourrait correspondre à la recherche problématique, et la "Marée montante" qui correspondrait à la recherche thématique. Le rapprochement me semble pertinent ...

	Recherche problématique	Recherche thématique
Rapport au concret	Bien ancrée dans l'expérience	Ajustée aux faits
Interprétation	Toujours	S'il y a convergence
Sélection des faits	Données du problème	Processus rétroactif
Forme d'empirisme	Plutôt positiviste	Plutôt sceptique
Démarche	Résolutoire	Problématisante
Rythme	Beat binaire	Fugue, réexpositions
Composition	Modulaire	Organique
Image de Grothendieck	La noix et le marteau	La marée montante

5.1.3 Recherche problématique ou recherche thématique ?

Répondons maintenant aux questions posées auparavant :

D'où part notre réflexion abstraite ?

Tensions engendrées par la volonté d'être conséquent. Tensions localisées entre les exigences du thésard et les exigences propres d'un problème historique de cette thèse. Le sujet de la thèse n'a été que vaguement évoqué jusqu'ici, comme "la transition de l'impureté du rapport langage/métalangage au niveau du théorème de **Gödel-Deligne**, à la théorisation de l'acte de séparation du méta sous un certain rapport de même, acte ayant une valeur stratégique."

Où souhaitons-nous interpréter le résultat de cette réflexion ?

Une logique suffisamment propre pour satisfaire le cadre institutionnel, et par extension, nous espérons, la communauté scientifique. Philosophiquement, reformuler les enjeux du débat monisme/pluralisme logique.

Est-ce le même concret ?

Non. Pas du tout !

D'où l'on peut déduire très facilement que **cette thèse est une recherche thématique** (où l'on tournera autour des thèmes du langage/métalangage, de l'acte de séparation et des stratégies). Il faut insister là-dessus : nous n'avons pas décidé de faire une recherche thématique, nous en avons déduit la nécessité. Nous pourrions presque être tenté de dire que nous l'avons prouvé en partant de l'intérieur même de notre travail[31]. Il y a peut-être ici comme l'avant-goût d'un système logique auto-régulé, auto-normé ou auto-normalisation, auto-orthogonalisation du processus[32] ...

Ceci nous informe sur la méthodologie employée : nous avions insisté pour évoquer nos doutes, l'inquiétante inquiétude, non pas comme un état psychologique, mais comme une expérience vécue, un corps d'ombre. Nous avons parlé d'expérience de la perte, de l'égarement, de l'errance. Dans une recherche problématique, ces expériences-là, qui ne nous apprennent rien sur l'état de fait du monde et qui ne pointent dans aucune direction, n'ont aucune utilisation possible. Au mieux, on peut s'en défausser dans des "poubelles spéciales" qui ne sont ni théorie, ni expérience, qu'on appelle la psychanalyse ou la maladie mentale ou poésie ou art, ou effets stylistiques[33], ou n'importe quelle zone éloignée

[31] Mais c'est très orgueilleux, parce qu'on ne sait pas trop ce qu'est une preuve pour ce genre d'affirmation

[32] Ces termes, qu'on peut ici prendre comme synonymes, appartiennent une problématique dont leurs enjeux n'apparaîtront que plus tard, s'ils apparaissent.

[33] Nous citons beaucoup de poètes, de littérature et d'artistes. Beaucoup trop peut-être. Ces citations n'ont pas pour but d'expliquer ou d'interpréter les théories logiques, mais au contraire,

et qui est appelée à être remplacée à termes par une psychologie scientifique, basée sur le couple expérience/théorie, ou la génétique, ou encore, une neuroscience. .

Mais dans une recherche thématique, l'apparente simplication qui consiste à supprimer cet excédent dès le début est **une méconnaissance** du travail : la thématisation consiste à faire émerger dans cette horreur de confusions, des pertinences. Or, ces pertinences n'apparaissent réellement que si elles se détachent d'une confusion; en refusant d'évoquer cette expérience de la perte, nous pourrions perdre notre *materia prima*. Il ne s'agit plus d'écrire qu'une dynamique a débordé son cadre d'origine et de faire le constat d'un échec, mais de partir de ce débordement et de cet échec "partiel", parce que **le débordement** est plus essentiel que l'enfermement qu'il dépasse ou que le stérile déni d'égarement. Dans le déni d'égarement, il y a aussi le déni du chemin retrouvé.

D'autre part, le thème, contrairement à un problème, n'est pas directement accessible ni compréhensible : pour le circonscrire, il faut le répéter, y revenir, peut-être avec quelques variations, peut-être en l'éxécutant avec d'autres outils conceptuels. Son unité n'est pas donnée, mais s'élabore dans son mouvement et dans les pôles autour desquels il gravite. Aussi, la méthode thématique et son élaboration progressive peuvent donner parfois l'impression de tourner en rond, d'être poussive. Nous n'avons pas ici le découpage rythmique problème/réponse mais plutôt un glissement/réélaboration, qui pourrait déconcerter en-

d'en renforcer les contrastes, de fournir une texture sur laquelle peuvent se produire des effets de sens.

core plus un lecteur non-averti ... Il faut se garder de confondre la difficulté occasionnée par le manque de pratique de cette méthode, et l'obscurité propre du thème.

Toutefois, quelque que soit l'obscurité qui les enveloppe, **les thèmes** eux-mêmes, pas plus que les problèmes, ne proviennent du ciel et **ne sont des *a-priori***. La nécessité d'une recherche thématique apparait justement dans le creux du problème, quand on comprend que ce dernier ne peut pas être résolu par une approche directe[34].

Il faut donc se hâter d'échouer dans une approche directe de notre problème, à savoir le débat entre pluralisme et monisme en logique, une fois élevé au niveau *méta*. Echec partiel, rassurez-vous, puisqu'il fournit rétrospectivement la bonne méthode pour traiter le sujet, une méthode plus indirecte...

5.2 Le débat initial entre pluralisme et monisme logique...

5.2.1 Que faire de la diversité des logiques ?

L'extrême diversification des logiques formelles qui s'est produite au vingtième siècle (et qui se prolonge encore aujourd'hui) a forcé les logiciens sérieux à se confronter à un problème de classification, non

[34] On peut lancer une tarte à la crème en disant qu'il y a une dialectique entre les méthodes directes et les méthodes indirectes, qui reviendrait plus prosaïquement à dire que quand on n'arrive pas d'une certaine manière, on essaie autrement. A vrai dire, le terme "direct" est trompeur, car ce n'est qu'après coup qu'on peut comparer deux méthodes de résolutions et prétendre que l'une est plus directe que l'autre.

dépourvu d'enjeux épistémiques et métaphysiques[35] ... Nous venons de voir en **6.1** un exemple informel d'une classification possible entre deux types de recherches, sur le critère de la localisation du concret; cette classification avait pour but de séparer deux méthodes de recherche, c'était donc une classification heuristique[36].

Toutefois, pour la logique formelle, une telle heuristique n'est pas possible : en effet, il n'y a pas de cause finale de "la Logique en général", ni comme discipline unifiée[37], ni comme activité unifiée[38], ni même comme corpus de textes unifié; au plus peut-on exhiber des causes finales des diverses logiques particulières[39]. On assiste au contraire (et malgré les tentatives unificatrices, comme définir la logique comme l'étude du langage formel, ou comme l'étude des inférences) à un morcellement des buts assignés à la sphère du logique, sphère qui dépasse aujourd'hui largement la logique philosophique et la logique mathématique.

Nous pourrions envisager et opter pour une autre stratégie de classi-

[35]Chaque application de la logique dans le monde pose cette double interrogation : quel est le point commun entre la logique (en tant qu'activité mentale) et le monde qui fait que cela marche ? Cette question a un pôle métaphysique/ontologique autour du monde, et un pôle épistémologique autour de la logique considérée comme une activité mentale ...

[36]C'est-à-dire une construction *ad hoc* ayant pour but de remplir un rôle en vue d'une cause finale...

[37]Coexistence de la logique philosophique, de la logique mathématique et de la logique informatique.

[38]Chaque acteur de "la diversité logique" a un but particulier, donc donner un but pour la "Logique en général", ne fonctionne pas.

[39]Si on considère toutes les activités thérapeutiques, "ayant pour but que quelqu'un dans un état pathologique se retrouve dans un état normal", on arrive à faire une classification dans lequel se cotoient la médecine occidentale et le sorcier vaudou. On arrive même à des sous-classifications, par exemple, en séparant en médecine les thérapies très intrusives et les thérapies moins intrusives, et chez les vaudous, entre les différentes traditions, le vaudou haïtien n'est plus exactement le yoruba africain. Si on peut faire cela, c'est qu'on arrive, même **très artificiellement**, à trouver une cause finale commune. Or, nous n'avons rien de tel pour "la" logique.

fications des diverses logiques. A titre d'exemples, nous revisiterons de suite les quatres types de causalité d'Aristote : en plus de la cause finale traitée auparavant, nous essayerons d'extraire un principe classificateur des causes motrices, causes matérielles et causes formelles. Toutefois, nous pouvons déjà prévoir l'échec de ces tentatives[40] : une classification repose sur quelque chose du logique, un parti pris logique (qui, même s'il peut être explicite et/ou explicité, argumenté, n'en est pas moins arbitraire) ... Il y a ici une autoréférence qui parait limiter *a priori* notre contrôle, notre connaissance et finalement notre discours sur le fait de la multiplicité logique[41].

5.2.2 Exemple d'échecs

La première "solution alternative" que nous suggère la théorie d'Aristote serait prendre le problème dans l'autre sens, par l'utilisation d'une "origine commune", une approche génétique ou par cause motrice. Le souci est alors l'absence d'une notion de causalité qui ne puisse pas être en même temps pensée comme une causalité logique[42]... Prenons un exemple, supposons un instant que la sphère du logique provienne directement de nos structures mentales. Comment expliquer la pluralité des logiques particulières ? Aucune des thèses expliquant l'origine de

[40] Qui peuvent fournir des constructions certes intéressantes, mais arbitraires.

[41] A l'intérieur d'une logique, tout semble nécessaire. Considéré de l'extérieur, pour autant qu'il peut se faire, tout semble arbitraire. Et penser la multiplicité des logiques comme une guerre où chaque petit soldat logicien souhaite étendre son empire par les conquêtes successives de petites forteresses systématiques ne contribue à rien d'autre qu'à soulever la poussière et à rendre plus invisible encore le peu qu'on pouvait y voir.

[42] Même la primauté historique, la simple préséance chronologique, peut être pensée comme une sorte de primauté logique, même si elle peut sembler être ce qui s'approche le plus du hasard. On peut toujours se placer dans une position où le hasard et la créativité sont bannis de l'histoire (en les tenant par exemple comme des conséquences de notre ignorance et de notre pauvre restriction humaine). Mais ce type d'argument est déjà un appel à une extériorité, on subit des décisions métaphysiques/ontologiques ...

la logique par une causalité unique, ne peut rendre compte de la pluralité des logiques, à moins d'en supposer une qui occupe une position privilégiée par rapport aux autres logiques, une logique "première" : dans notre exemple, il faut supposer une structure mentale première. On peut essayer toutes les variantes physiques : il faudrait exhiber la première cellule pensante, le premier neurone logique ou bien encore le premier gêne logique ...

Or, quel pourrait être le critère qui déciderait de la meilleure candidate pour cette position privilégiée ? Dans la recherche d'une logique première, on ne peut pas supposer qu'on dispose déjà de ce qu'on recherche et qu'on s'en serve pour normer cette recherche ?

Un critère logique ne saurait intervenir dans un tel débat, si bien que les divers partisans en appelleront à des domaines hétérogènes et hétéroclites pour justifier leurs choix ; parfois en rejetant même certaines logiques en bloc au profit d'une seule logique[43]. Dans notre exemple, pour la primauté de telle ou telle structure mentale, on doit pouvoir s'essayer à suivre le développement des logiques en regardant les neurones qui s'allument, à différents étapes de la croissance d'un cerveau. Et si cette manière de faire a peut-être un sens et un intérêt dans le cadre des neurosciences, on a toutefois quitté le domaine de la philosophie et du logique. Pourquoi alors demander l'avis aux neurosciences plutôt qu'aux prêtres, aux garçons bouchers ou aux notaires ? Tout le monde a une opinion et peut la défendre...

La classification par la cause matérielle semble encore plus irréalisable

[43]Généralement la logique classique de premier ordre, mais il existe des variantes où l'on y substitue d'autre logique. Hintikka propose la logique IF dans [**?**], mais d'autres furent proposées par ailleurs.

: quelle substance matérielle est-elle travaillée par le logicien ? Là-encore, on parvient, en faisant du cas par cas, à décrire les logiques particulières : celle-là travaille sur l'interprétation des lois en droit, celle-ci sur le fonctionnement des programmes, cette autre sur la classification des mots en grammaire, encore une sur la théorie de l'argumentation et cette dernière sur l'effet des annonces publiques sur les marchés financiers. Là-dessus, il n'y a aucune originalité à dire que ce n'est pas la matière qui unit les différentes logiques de la sphère logique, mais bien, la forme[44]. Seulement, considérer la forme comme une matière, c'est une confusion philosophique, qu'on doit éviter en se concentrant directement à la classification par cause formelle.

Une autre approche serait par "cause formelle", mais là-encore, c'est une impasse : on n'arrive pas *a priori* à isoler la cause formelle de la logique formelle, de celle des mathématiques, tout aussi formelles. Mais c'est une demie-impasse, puisqu'on peut y parvenir en affirmant que le formel est la matière d'une autre logique (d'"ordre supérieur"), qu'on appellerait "la métalogique". Il faudrait alors trouver le moyen d'empêcher que le problème de la diversité logique ne se pose à ce niveau *méta*, ce qui se révèle être aussi arbitraire que les autres solutions, mais au niveau *méta* !

[44]En fait, plus on cherche à abstraire une matière commune dans ces diverses applications, plus cette matière devient "immatérielle". Par exemple, on peut essayer de dire que tout cela travaille en fait sur la "Vérité", ou quelque chose d'équivalent... mais ce n'est plus vraiment une cause matérielle...

5.2.3 Monisme et pluralisme de la passivité

Pour éviter les arguments circulaires, on peut aussi fixer arbitrairement une référence, généralement la logique du premier ordre, et ensuite, on accepte ou non de faire tourner les autres systèmes logiques autour. C'est grossièrement le schéma stratégique des **monismes**[45], qui exige de choisir sur des critères non-logiques une référence logique **absolue**; ainsi ce mouvement arbitraire est une manière de jeter un pont sur le vide, on assume une certaine faiblesse de la logique[46] et par là, une certaine modestie envers ses résultats : on a donc un "monisme par défaut"[47], un monisme subi et accepté. Dès lors, notre travail n'est plus tant de classer les logiques, mais de les hiérarchiser en les rapportant à notre choix et à prendre état des rapports impossibles. Du moins, c'est ce qui se passe dans le meilleur des cas.

Dans le pire des cas,**l'arbitraire d'aujourd'hui se transforme en l'autorité de demain**[48], bête et symboliquement violente, rejetant en bloc les travaux qui ne s'inscriraient pas dans son cadre : on croyait faire de la logique et paf, on a fait un monstre, une doctrine. Le savoir doctrinal a bien sûr une légitimité, il s'inscrit dans des systèmes sociaux d'administration du savoir[49] et dans le système des Ecoles de

[45]Nous ne pouvons pas détailler tous les monismes : ils sont nombreux, trop nombreux, pas d'accord les uns avec les autres, en particulier sur la dimension arbitraire de la logique de référence. Mais les subtilités et les débats entre monismes ne nous intéressent pas ici. On prendra pour exemple Quine. Chez lui, **la boucle logique** évoquée ici n'apparait pas au niveau de la classification des logiques, mais de la séparation analytique/synthétique.

[46]Chez Quine encore, cette prudence prend la forme de résultats essentiellement *"négatifs"* comme l'inscrutabilité de la référence ou encore la sous-détermination des théories.

[47]Par défaut, cela ne signifie pas :"par défection". Faire défection est encore une manière d'agir. L'homme fatigué d'un orateur, qui quitte la salle, n'est pas le même que celui qui reste à subir des palabres ennuyantes.

[48]Le seul moyen d'éviter cela serait de justifier l'arbitraire, mais cette justification, nous l'avons vue, ne saurait être "logique". On est alors obligé de subordonner la logique à une autre discipline : la théologie, la biologie, la sociologie ...

[49]Le mot est dégoûtant mais la chose est encore pire : c'est bien la fameuse mission Enseigne-

pensée, dont on connait l'importance sociale[50].

Toutefois, face à la multiplicité des logiques, rien ne nous force à exiger une classification à tout prix. On peut prendre le parti d'assumer la multiplicité comme telle[51], ce qui nous mène philosophiquement à considérer la thèse du **pluralisme logique**. Il trouve sa meilleure expression[52] dans le principe de tolérance de Carnap [6]:

> Qu'on choisisse arbitrairement n'importe quels postulats et règles d'inférence; ce choix, quel qu'il puisse être, déterminera le sens à donner aux symboles logiques fondamentaux. Ainsi, par cette méthode, le conflit entre les différents points de vue sur le problème de la fondation des mathématiques disparaît. Ce point de vue que nous suggérons – nous l'appellerons *principe de tolérance* – ne s'applique pas qu'aux seules mathématiques, mais à toutes les questions de logique.

Ce principe de tolérance achoppe sur la réalité affective/esthétique du chercheur, qui a le sentiment que certaines preuves sont plus élégantes que d'autres[53] et une réalité mathématique des logiques : elles ne prouvent pas les mêmes théorèmes et certaines prouvent plus que d'autres[54].

ment/Professionnalisation de l'Université. Bien sûr, on doit donner des repères même artificiels aux étudiants, quitte à caricaturer parfois les savoirs acquis. Même-là, la transmission des savoirs n'est pas la simple reproduction ... Une fois cela reconnu, il faut toutefois remarquer qu'on a rarement vu les défenseurs d'une doctrine accepter qu'elle ne soit que cela, qu'une vulgate. Même en reconnaissant la nécessité d'une doctrine, personne n'aime se faire appeler "doctrinarque". On se contentera d'être juste "docteur".

[50]Fénelon, *Les Aventures de Télémaque*, [1699] : "Des services ! Des talents ! Du mérite ! Bah ! Soyez d'une côterie!"

[51]Certains logiciens refusent même le débat en pratiquant la politique du fait accompli : "il y a un pluralisme donc on doit accepter un pluralisme"... La principale faiblesse de cette stratégie, c'est que le monisme peut aussi pratiquer cette politique du fait accompli : "il y a une compréhension commune donc tout se passe comme si il y avait un monisme"...

[52]Pendant un temps, nous avions pensé nous servir comme pluraliste par excellence, à Paul Feyerabend, qui, avec son [**?**], signe une des charges les plus virulentes contre le monisme épistémologique. Toutefois, si on peut déduire un pluralisme de son travail, celui-ci est très marqué par l'histoire des sciences et par là difficilement utilisable directement en logique.

[53]... et doit se forcer à accepter des preuves qu'il trouve parfois horribles formellement.

[54]En prenant arbitrairement un seul postulat quelconque et une unique règle d'inférence

Cette tolérance donc n'a rien à voir avec une bonté de coeur ou même un idéal épistémologique[55], c'est l'acceptation une fois encore d'un défaut : n'ayant pas de critère pour trancher le débat, refusons tout simplement le débat...

Dans les deux cas pourtant, quelque chose a déplacé le problème : de la recherche d'une logique première ou d'un critère de classification des logiques, il est devenu une étude des relations des logiques entre elles, **avec** ou **sans logique privilégiée**. Cela permet de réintroduire **la notion de métalogique** d'une manière différente que précedemment où le formel était considéré comme matière[56]. Toutefois, il faut encore se garder de ne pas reproduire notre problème au niveau *méta*...

Il ne faut pas s'étonner de revoir le thème du *méta* réapparaître une seconde fois : notre problème est lié à une autoréférence, et on sait qu'on peut (mal)traiter tous les problèmes d'autoréférence par utilisation d'une *méta*entité : ici, une métalogique.

5.2.4 La métalogique : la paix des labos payée par le passif hybride

La métalogique est l'étude des propriétés des systèmes logiques, et non pas l'étude des énoncés d'un système, qui est le propre de la logique. On peut dire qu'idéalement, c'est la logique dont usent entre eux les logiciens pour parler des logiques. Dès lors qu'on compare deux logiques

inintéressante (comme de A, je déduis $\neg A$), on obtient une logicoïde; qui oserait défendre cela au nom du Principe de Tolérance ?

[55] ""Tout est bon" n'est pas un principe que je voudrais ériger mais l'exclamation terrifiée d'un rationaliste qui s'est intéressé de plus près à l'histoire", citation attribuée à Paul Feyerabend.

[56] Il y a donc au moins deux sources du *méta* : 1/ forme = matière, 2/ comparaison des formes entre elles. On peut se demander si le point 2/ suppose le point 1/.

entre elles, on se place dans ce "niveau supérieur".

Techniquement cela nous renvoie devant le même problème que précédemment : quelle est la bonne logique pour servir de métalogique ? Toutefois, on assiste pourtant à un événement déroutant : "tout le monde" s'accorde à dire qu'au niveau métalogique, on se sert d'une logique classique de premier ordre. Or cette unicité apparente de la métalogique classique pose ce problème philosophique intéressant qu'elle ne va pas de soi[57], pas plus que l'unicité de la logique. En effet, on pourrait **techniquement** reproduire à l'échelle de la métalogique les problèmes de l'échelle logique avec un pluralisme non-contrôlé. Le garde-fou a été jusqu'ici que les motivations du pluralisme logique (par exemple, l'introduction des mondes possibles en logique modale) ne se retrouvent plus à l'identique à l'échelle de la métalogique (quand on réfléchit sur les propriétés d'une logique, on ne s'intéresse pas à ces propriétés dans un hypothétique autre monde possible ou dans une fiction).

Aussi généralement biaise-t-on la question en portant l'enjeu du débat non plus sur les logiques diverses et particulières, mais sur la métalogique. On consent à tolérer toutes les logiques particulières, à condition d'exiger que la métalogique reste une logique classique : on appellera cette thèse la **Paix des labos**.

Cette thèse fournit un consensus satisfaisant pour travailler, mais elle est insatisfaisante philosophiquement : le problème a été déplacé vers la sphère métalogique uniquement pour y refouler l'arbitraire du choix

[57] C'est extrêmement insatisfaisant de voir le problème disparaître sans être vraiment résolu...

d'une logique de référence. Le tour de passe-passe se déroule en 2 étapes : première étape en **6.2.3**, on déplace le problème en métalogique, et seconde étape, on constate l'unicité de la métalogique, donc forcément, monisme de la métalogique. Encore la politique du fait accompli... L'arbitraire a-t-il disparu ? Oui ? En quelque sorte oui, si on accepte de définir l'arbitraire comme l'existence de choix entre plusieurs possibilités : ici ce n'est pas un vrai choix, puisqu'il n'y a qu'une seule possibilité ! Toutefois, si on accepte de définir l'arbitraire, comme le non-nécessaire, nous n'avons exhibé aucune nécessité à cette unicité de la métalogique[58] : elle est encore subie, mais d'une manière plus arrangeante.

Pour s'inscrire dans le débat sur le monisme et le pluralisme en logique, il nous apparait important de reconsidérer avant tout la multiplicité des logiques et le processus d'émergence d'une métalogique comme produit par l'activité des logiciens, et non plus comme des données, passives, qu'il faudrait expliquer comme telles... Activité qu'il faut décrire avant de commenter, bien que le langage pour décrire cette activité devra être développé : en effet, aussi longtemps que le *méta*langage est vécu comme donné, un acquis inviolable et non construit, ou bien ignoré dans le cas où l'on refusait de se poser le problème, on ne peut même pas essayer de mettre des mots sur une telle activité/production. Or c'est bien de cela qu'il sera question ici...

Un telle tentative ne peut pas se faire en isolant que le seul concept de *méta*, mais sa constellation conceptuelle, où chaque pôle/centre/étoile gravite autour d'autres mais les incline en retour. Il est bien sûr impos-

[58] L'absence de choix n'est pas la présence d'une nécessité.

sible d'isoler l'intégralité de cette constellation conceptuelle [59], aussi se bornera-t-on au fragment qui nous paraît le plus adéquat[60].

Il faut toutefois rester humbles par rapport à ces exigences philosophiques et philologiques, qui ne sont pas si nouvelles que cela[61]: elles n'auraient sans doute jamais justifiées à elles seules une thèse si elles ne retrouvaient pas quelques échos dans des développements récents de la théorie des catégories qui semblent remettre en cause ce consensus et le statut si privilégié qu'il accorde à la métalogique.

5.3 La piste catégorique

La théorie des catégories peut être vue comme une étude des "équivalences naturelles" ... Derrière ce terme se cache la volonté de permettre à deux mathématiciens travaillant dans deux domaines différents de savoir quand ils découvrent les mêmes résultats. Par exemple, un résultat sur des figures géométriques, une intersection de deux figures, peut correspondre aux solutions d'une équation algèbrique. Il s'agit là de deux théories différentes (avec leur langage propre) : la géométrie, et l'algèbre, qui partagent un théorème en commun. Encore faut-il démontrer cette équivalence, et là est tout le propos des catégories[62].

[59]...puisqu'en dernière analyse, c'est le langage tout entier qui gravite autour de chaque pôle conceptuel.

[60]Le chapitre dédié, ~~2~~ qui était plus bavard qu'un perroquet, est porté disparu en mer.

[61]Refuser le donné pour le remplacer par une activité, ce n'est pas une exigence nouvelle. Toutefois, comme un bébé qui tète encore le lait, il y a certaines données qu'on ne peut pas refuser à certains stades de notre développement, sous la peine de mourir. On n'a tout simplement pas toujours les moyens ou la volonté de refuser le donné.

[62]Pour être précis, la théorie des catégories fournit des outils d'étude systématique de ces phénomènes, l'algébrisation de la géométrie est proposée en effet par Descartes sans aucun re-

De telles équivalences jalonnent l'histoire des mathématiques, mais leur étude systématique n'avait pas été faite avant l'explosion, la diversification et la complexification sans précédent des mathématiques au vingtième siècle. L'urgence de ce projet alors s'est faite ressentir, il y avait une visée unificatrice; il s'agissait de remettre ensemble des branches de mathématiques **procédant de la même logique**. On économisait ainsi des efforts en traduisant des structures d'une théorie vers une autre théorie. L'idée d'en faire une fondement alternatif aux mathématiques ne vint que plus tard, sous l'impulsion de William Lawvere.

Dans les années 70, deux catégoristes, Makkai et Reyes[27] construisirent une équivalence[63] entre un théorème de Déligne en algèbre topologique, et le théorème de complétude de Gödel.

Or, le premier théorème démontre l'existence de suffisamment de points dans les topoï cohérents, le second, la complétude de la logique de premier ordre.

Ce faisant, sans le dire explicitement, la théorie des catégories excédait son projet initial. En effet, personne ne s'attendait à ce qu'un résultat qui est dans le langage-objet, à l'intérieur des mathématiques : l'existence de points, puisse "procéder de la même logique" qu'un résultat de *méta*logigue. Cette équivalence n'est pas en effet une évidence dont la seule difficulté est d'en faire la preuve ou une équivalence recherchée

cours à la théorie des catégories et il faut des problèmes beaucoup plus complexes pour que l'introduction des catégories devienne réellement utile.

[63] Au sens catégorique du terme. C'est-à-dire qu'il est possible de passer de l'un à l'autre par deux transformations, c'est-à-dire deux foncteurs, judicieuses.

sur la base d'une intuition quelconque[64]. Elle appartient à un troisième type : les équivalences qui nous forcent à réviser notre intuition ... En effet, depuis le paradoxe du Russell concernant la théorie naïve des ensembles[65], les mathématiciens (d'autres disciplines à leur suite) ont pris pour habitude d'interdire **systématiquement** les confusions entre logique et *méta*logique (sauf qu'en dehors des mathématiques, cet interdit s'appelle "refuser les confusions entre langage et métalangage"[66]). Il devrait donc être impossible d'avoir une équivalence entre le théorème de Deligne sur l'existence de points et celui de Gödel sur les propriétés d'une logique.

Pire encore, cela discrédite le consensus général sur le pluralisme des logiques sous une métalogique classique. En effet, il y a "contamination" de la métalogique : en établissant des équivalences entre des théorèmes de métalogique et un théorème du langage-objet[67], comment peut-on être sûr que d'autres théorèmes importants de la métalogique ne se trouvent pas déjà en puissance dans le langage-objet ? ... Or, le pluralisme logique a été admis dans le langage-objet, aussi se peut-il que des théorèmes de métalogique se trouvent déjà capturés par une

[64] Ce sont les deux cas normaux où l'on ne fait que généraliser des résultats

[65] Il s'agit de jouer sur l'axiome qui prétend que chaque propriété décrit un ensemble. Russell propose alors d'étudier "l'ensemble de tous les ensembles qui ne se contiennent pas eux-mêmes se contient il lui même ?" S'il se contient lui-même, alors pour respecter la définition des objets contenus, il ne doit pas être contenu en lui-même. Il est donc contradictoire. S'il ne se contient pas lui-même, alors il doit se contenir lui-même, et devient contradictoire. La solution proposée par Tarski (parmi d'autres) fut de considérer cette appellation "d'ensemble qui contient des ensembles" comme abusive. C'était en fait un ensemble de second ordre qui contient des ensembles d'ordre un.

[66] Logique/Métalogique, Langage/Métalangage, les couples conceptuels se ressemblent suffisamment pour qu'un transfert d'intuitions soit possible. Toutefois, rigoureusement, il ne faudrait pas les confondre et même essayer d'expliquer rigoureusement pourquoi ils se ressemblent tellement...

[67] Le langage dont parle la métalogique.

des logiques du pluralisme. L'arbitraire du choix de la logique classique comme métalogique se fait ici cruellement sentir, non plus comme une insuffisance philosophique, mais aussi comme une fragilité logique.

Bien sûr, nous disposons toujours de la possibilité d'isoler un résultat philosophiquement gênant comme le théorème de Deligne-Gödel en le considérant comme une curiosité, mais cette stratégie n'est jamais payante à termes, dans la mesure où les problèmes finissent toujours par se reproduire selon le même schéma. Bien sûr, l'autre solution "réactionnaire": retourner au "Everything goes" du pluralisme radical, élevé au niveau *méta*, reste une option envisageable.

Autant dire que nous sommes déjà surarmés pour rejeter un problème, qui de renvois en renvois successifs, ne pourrait peut-être jamais devenir pathologique. Il parait judicieux de prendre les devants, d'anticiper une réactivation "sanglante" du débat, d'où qu'elle puisse venir d'ailleurs[68], et se demander sous quelles conditions cette "contamination de la métalogique" par le pluralisme pourrait devenir favorable, en posant des bases pour, peut-être, un dépassement du débat monisme/pluralisme. Nous voulons que ces conceptions philosophiques ne soient pas subies comme conséquences de théories logiques, et pour cela, **il nous faut poser en termes d'actes**[69] **et non plus de théories**.

Un chapitre désormais disparu **3** aurait du, par une étude du théorème de Gödel-Deligne, préciser ce moment où la construction d'équivalences

[68] Si nous abordons le problème par l'angle des catégories, c'est plus par "accident personnel" que par prophétie, jamais nous nous soutenons que quelque chose de terrible est en germes dans les catégories ou quelque chose comme cela ...

[69] "Montrez nous comment la métalogique est produite, on choisira si on en achète après ..."

devient construction de sens nouveau, par "porosités" ou par "contamination". Le lieu privilégié de ces porosités était les situations non-locales ; dont l'adjonction était la plus représentive... Toutefois, il est assez difficile de saisir ce dont il est question en mathématiques sans devoir se lancer dans des constructions complexes[70].

5.4 Ecrire de la logique...

5.4.1 Comment différencier une contrainte logique d'une contrainte non-logique sans une forme de métalogique ?

Résumé des arguments

En **6.1**, nous avons voulu exposer côte à côte une certaine expérience de l'obscurité et le rappel méthodologique qui y correspondait. Ensuite nous avons fait une transition vers le **6.2**, où fut exposé le problème original et historique, problème normalement "classique", utilisant des théories connues et claires : le débat du monisme et du pluralisme, élevé au niveau *méta*. Ce problème qui devait se dégrader jusqu'à devenir une étude thématique comme annoncée en **6.1**, étude tournant autour de l'acte du processus de création d'un objet *méta* et du langage adapté pour mener une telle étude, et devant ouvrir le chapitre **2**. En **1.3**, nous avons esquissé une première tentative pour localiser le problème dans une théorie mathématique, ce qui correspond peu ou prou à une contrepartie technique du **1.2** et qui servira de base de

[70]Les 175 pages du mémoire de maîtrise de l'auteur ne suffisent qu'à nous conduire au porte de ce problème. Il nous en faudrait 400 autres pour le décortiquer avec la même attention conceptuelle, pour ensuite conclure que cette approche n'est pas directement la plus fructueuse. Si les catégories peuvent jouer un rôle dans le débat, ce n'est sans doute pas comme nous l'entendions lors de notre premier projet.

lancement aux autres développements techniques, qui commenceront au chapitre **3**[71] ...

Jusqu'ici, l'ordonnancement des parties semble aller à rebours de ce qui est convenu de faire et croyez-le ou pas, on ne fait un cadeau à personne en essayant d'expliquer comment un problème se désintègre en même temps que le langage utilisé pour l'exprimer[72], au lieu de partir d'un langage donné bien solide et d'essayer de formaliser un problème dans ce langage, moyennant une ou deux extensions...

Ces exposés successifs suffiraient pour travailler abstraitement. Toutefois ils sont incomplets, car incapables de restituer des enjeux simples mais poignants, et à fournir les motivations intuitives, la vision qu'on espère donner à travers ce travail[73].

[71]Nous avons hésité entre deux modes d'écriture : une première écriture en "deux thèses", une "purement philosophique", ou une pure "purement technique" et une seconde écriture où primerait l'indifférence langage naturel/langage formel, comme plan d'immancence du sens. La première écriture était la plus claire, mais ne restituait pas le mouvement de l'esprit et était donc irrecevable. La seconde serait trop éprouvante pour tout le monde, l'immanence d'un langage étant plus du registre de la poésie que de la thèse de philosophie. On a préféré une solution mixte, qui tient de l'alternance du plus et du moins, qui ne satisfait à aucune des exigences précitées, et qui par là menace toujours d'entrer en crise. Par là touche-t-on peut-être à quelque chose de plus intéressant ...

[72]Il faut se garder d'interpréter cette déclaration comme du "déconstructivisme", sauf si on entend dans ce mot-là, **le constructivisme le plus radical** qui veut bondir à partir de soi, hors de soi, par ses propres moyens, quitte à se prendre les pieds dans ses laçets. Mais c'est le risque... On se tire une balle dans la jambe pour mieux apprendre à voler, il faut un certain courage pour cela. On aurait pu s'en dispenser et écrire une thèse superficielle, blafarde et triste à écrire, comme à lire d'ailleurs. Ou bien la mutilation volontaire de notre langue aurait pu forcer l'auteur à renoncer, par lâcheté...

[73]On croit souvent qu'avoir un problème incline à y répondre. Et on ne peut le nier qu'un problème ouvert offre toujours des tentations. Toutefois, cela n'est jamais la seule motivation. "Est-ce que c'est bien le débat entre pluralisme et monisme logique qui t'empêche te dormir ?" - Non, bien sûr, mais on a vu à cette occasion un abîme qu'il faut maintenant décrire, une aventure de l'esprit à tenter ... Plus un exercice pour un simple grade universitaire, dans lequel l'auteur ne se reconnaîtrait pas et qui à la limite, lui inspirerait du dégoût comme un travail bâclé et inachevé, à un texte qui puisse satisfaire son goût et contenir son esprit, sans "le délimiter,

En **6.4**, nous essayerons de réexposer encore une fois notre thème, mais cette fois en essayant de dégager quelques expériences simples, plus orientées autour de la matérialité du texte, de sa "syntaxe". On essayera de garder en tête ces deux interrogations : a-t-on seulement la moindre preuve qu'il existe quelque chose comme un processus de création de *méta*-entité ? **Et s'il n'y en a pas, quel sens y a-t-il à forcer un langage pour faire dire qu'il ne peut, peut-être, tout simplement pas dire ?**

Le principe de conséquence en logique et en dehors

Eviter les cercles logiques (boucles logiques, ou logique circulaire) constitue une des précautions élémentaires de l'écriture de la logique ou des mathématiques; ces fameux cercles logiques qui fascinent, qui effraient, qui intriguent. Contrairement à ce qu'on croit trop souvent, ils ne sont ni "vicieux" ou "vertueux" mais plutôt ils convergent ou ne convergent pas (voire "divergent")[74].

Cette précaution interpréte dans le champ de la logique le principe de conséquence invoquée dès l'ouverture. Par exemple, quand on insiste pour qu'une définition soit faite uniquement avec des termes déjà bien définis[75], on ne fait que dire cela : "quand vous définissez un terme,

ni même détacher les maux de leur masse formidable (même pour les dénoncer)" (encore de la poésie, Walt Whitman)...

[74]Ce qu'on appelle "cercle vicieux", c'est une boucle logique qui converge vers un "0" logique, bottom, faux, ensemble vide ... Les "cercles vertueux" sont au contraire des répétitions, des boucles qui se développent indéfiniment : les preuves par récurrence sont un exemple typique de ce qu'on appellerait ailleurs un "cercle vertueux". On voit qu'il reste entre ces deux extrêmes beaucoup d'autres formes de boucles logiques, par exemple, des cercles logiques qui "oscillent" entre différents pôles...

[75]Bien sûr, l'interdiction de définir un terme par lui-même n'est qu'un cas particulier. Généralement, l'erreur, c'est de faire intervenir dans une définition un terme mal défini qu'on croit bien compris. En développant ensuite ce terme, on découvre la circularité.

faites-le de manière conséquente : ramenez ce terme non-défini à des termes déjà définis".

Des boucles logiques peuvent aussi apparaître dans des constructions de plus grande taille, par exemple quand on utilise une conséquence d'un énoncé qu'on veut prouver dans la preuve de celui-ci (aïe!), ou bien dans un débat contradictoire, où il faut se garder d'avancer des arguments qui sont des conséquences de ce qu'on veut contredire[76].

C'est ce dernier cas qui nous intéresse : pour que notre critique porte, il faut refuser de faire entrer dans nos considérations des *méta*-objets de manière *a-priori*. C'est ainsi qu'il faut comprendre "refuser le méta" : il n'y a pas un énoncé qu'on appelle "le théorème du méta" qu'il faudrait éviter, juste une vague forme d'un certain type d'énoncés. Notre refus n'est pas un repli sur un état précédent, une sorte d'innocence de l'objet d'avant le *méta*. D'où le titre très peu orthodoxe de cette thèse : ~~méta~~ ou *méta* barré.

Or, nous revenons à notre première préoccupation de conséquence : un texte est toujours travaillé par un faisceau de contraintes, dont certaines appartiennent à la logique, et d'autres ne lui appartiennent pas; une multiplicité. Or, **comment les différencier sans invoquer des *méta*-objets *a-priori*?** Comment être sûr qu'au moment même d'aborder le sujet, nous ne sommes pas déjà pris dans des contraintes qui répètent le sujet, en empêchent l'accès, contraintes paralysantes ou bien contraintes dissolvantes [77]? En posant le *méta*langage non pas

[76]Sauf bien sûr, si on cherche à prouver que ces conséquences sont absurdes...

[77]On peut avoir l'impression de tourner en rond et de répéter ici l'obscurité du **6.1.1**. En un sens, oui, puisqu'on revient à la peur de l'inconséquence; toutefois, on y revient nettement mieux armé, avec un projet et déjà très esquissé, une "carte" du problème ... Il y a approfondissement

comme une théorie, mais comme un geste, un processus particulier au langage mais non nécessaire, il ne fallait pas s'attendre à être exclu de ce processus, comme si par quelque miracle, on pouvait l'énoncer et avoir les mains propres et non engagées dans ce processus. Malgré notre prudence, il n'est pas impossible qu'on ait produit du *méta*langage a priori quelque part. Est-ce si grave, si en même temps, on fournit le langage qui permet de s'en défaire ?...

La multiplicité des contraintes, logiques et non logiques

L'existence de nombreuses contraintes mériterait à elle-seule de faire l'objet d'une étude. Prenons un exemple : les exigences de l'éditeur/imprimeur[78]. Aujourd'hui, l'emphase éditorialement admise est l'*l'italique* et on déconseille le **gras**, qui est moche, qui noircit trop la feuille. Voilà une contrainte qui ne semble pas affecter le sens de l'écrit mis à cette norme et on se demande bien comment il pourrait y avoir interférence entre cette contrainte et les contraintes logiques. Esthétiquement parlant, je ne supporte pas l'idée qu'un éditeur puisse être contre le fait de noircir du papier : **un auteur n'écrit pas des pages blanches**. Au niveau du ressenti matériel du texte propre, il faut sentir l'effet de cette contrainte comme une violence, qui n'est pas conséquence de la violence pensée, mais qui est périphérique, produit par un monde extérieur de ma pensée[79]. Comment en rendre compte ? Comment être sûr que

de notre compréhension.

[78]Et nous ne sommes pas bêtes : nous savons que ces exigences ne sont pas logiques au sens de la logique formelle et même qu'elles ne sont pas si nécessaires que cela. Mais d'où le savons-nous ? De notre pratique du monde ? Je n'ai pas l'impression d'avoir tellement vécu que mon "expérience du monde" puisse valoir d'autorité ...

[79]Symboliquement, il y a une tension entre l'angoisse de la page blanche et l'exigence éditoriale de ne pas faire des pages trop noires

cette petite interférence n'a pas influencé, corrompu, dénaturé tout ce premier chapitre ? Le bon sens, okay ... Mais montrez donc comment se construit le bon sens. Montrez comment des systèmes d'interaction[80] sélectionnent les objections recevables et écartent les objections non-recevables.

D'autres contraintes sont mentionnées et étudiées, sans pour autant être données comme des contraintes logiques ou comme des contraintes non-logiques. Par exemple, en réfléchissant sur la méthode en **6.1**, en essayant de savoir si la démarche de ce texte est problématique ou thématique, en essayant de définir ces deux termes par à un changement ou non du rapport au concret; est-on en pleine réflexion sur des contraintes logiques ? N'y aurait-il pas là une sorte de métalogique *a-priori* cachée ? Que pense le bon sens de la méthode ? Ou doit-on en référer au bon *méta*-sens ? Ou peut-être au *méta*texte, autre instance d'ordre *méta* ?

Bien sûr, on n'arrivera nulle part en énumérant toutes les contraintes qui pèsent sur le texte : c'est encore **une étude de la passivité**, qui caricature l'acte d'écrire, en le réduisant à une fonction subalterne de l'acte de penser. Penser serait une action, dont le produit passif et pour ainsi dire, accidentel, serait le texte.

Pour comprendre comment les contraintes travaillent activement le texte, il faut que nous nous intéressions aux diverses manières dont l'activité d'écrire les décrit de manière interne. C'est-à-dire qu'on ne

[80]Et par systèmes d'interaction, il faut comprendre que celui qu'on vise, ce sont les hommes.

peut pas résoudre le problème logique de ces rapports entité/*méta*-entité normative qui norme l'entité (ou entité-objet/entité-outil[81]) indépendamment d'une réflexion sur le langage, et pas "le langage" comme artefact logico-linguistique, mais en observant ce qui se passe quand on écrit ou qu'on discute. Ce qu'on cherche à observer, ce sont des situations où l'on arrive **à exprimer des contraintes sur le langage dans le langage sans référence à du méta**. Ce sera la base pour penser un processus de création du *méta*. Nous parviendrons à exhiber trois grandes familles interdépendantes : l'écrit, le barré et le tacite... Ces trois grands modes, ces rapports syntaxiques aux contraintes, correspondent à trois comportements stratégiques : la loyauté envers la règle, la prise de parole pour la discuter et la défection. Chacun commande un mode d'engagement différent[82]...

5.4.2 Le geste d'écrire

"L'écriture se fait en écrivant", **ET** ce n'est pas une *méta*-activité, qui se grefferait sur une autre qui s'appellerait la réflexion (ou autrement), ou encore une pure passivité, une transcription instantanée de l'état mental.

Or, il existe au moins un moyen de transformer une contrainte, vécu passif, en activité : **c'est d'énoncer la contrainte comme une règle**[83]. Dire l'ombre pour ne plus en être l'esclave. C'est pour cela

[81] C'est une généralisation de ce qu'on peut lire. Le rapport truc/*méta*truc, en programmation, se retrouve sous la forme langage-objet/langage-outil. Ce lexique est intéressant parce qu'il révèle beaucoup des attentes de celui qui l'emploie.

[82] Cet "engagement" est à prendre comme une traduction de "commitment".

[83] Et on est autant dans l'énonciation que dans la dénonciation ! Attention pourtant, "énoncer quelque chose comme quelque chose", c'est un acte syntaxique et non pas un acte sémantique.

qu'on commence d'entrée à dire l'obscurité en **6.1** : pour échapper à son emprise ! De manière beaucoup plus prosaïque, c'est sans doute cet acte d'écrire qui initie tous les projets de logique formelle.

Aussi banale soit de premier abord cette introduction de l'acte d'énonciation de la règle; il n'y a aucune astuce à énoncer "telle règle est utilisée" pour montrer qu'on a le contrôle de la situation[84]; cet acte particulier se confronte à toutes les philosophies qui définissent le sens par le niveau de la pratique, l'usage. En effet, l'acte d'énoncer une contrainte sous la forme d'une règle afin de conjurer la passivité de la contrainte et de la remplacer par une activité, **n'implique pas** qu'on se serve un jour de cette règle. La règle énoncée n'est pas toujours la règle utilisée, bien que l'énoncé et l'usage de l'énoncé puisse converger[85]. Si bien que les thèses d'une quelconque sémantique pragmatique connaissent toujours cet angle mort systémique : **le sens du premier usage**, ou cela revient presque à la même chose, **la temporalité de la signification n'est pas la même que celle de l'usage**, on peut se réferer pour cela à [**?**], §138 : "Nous comprenons cependant la signification d'un mot quand nous l'entendons ou que nous le prononçons; nous la saisissons d'un coup; et ce que nous saisissons ainsi est certainement quelquechose d'autre que son "usage" étendu dans le temps !"

[84]Pourtant parfois, ce n'est pas si évident, comme dans *Les Mariés de la Tour Eiffel* de Cocteau, où le poète fait dire au photographe : "Puisque ces mystères me dépassent, feignons d'en être l'organisateur."

[85]Les exposés des théories de la logique formelle contiennent toujours des axiomes, ou du moins des prémisses, ou des éléments premiers d'où sont dérivés d'autres conclusions, ou bien d'atomes ... En conséquence, on ne se rend plus bien forcément compte de la différence entre dire la règle et l'utiliser, puisque généralement, on fait les deux en même temps. Pourtant, dans la vie pratique, un cours de mathématiques niveau terminales par exemple, il faut un effort de persuasion immense pour convaincre les élèves d'expliquer à chaque étape ce qu'ils font. Et le plus souvent, même quand il fait un bon usage de la règle, cet élève peine à dire de quelle règle il s'est servie ...

Cet angle mort, quoique bien présent, n'est pas fatal à ces théories qui peuvent arguer d'une autre pratique, qui nous renseigne sur la première fois qu'on énonce une règle : c'est le **rappel de la règle**, pensé comme une épiphanie du sens... Chaque rappel à la règle est exactement une réactivation du sens comme il a toujours été "au premier jour" et comme "cela le sera à jamais". Indépendamment du sens de la règle, ce qu'on s'autorise en énoncant une règle, c'est de pouvoir la répéter (et cela ne va pas de soi).

5.4.3 Le geste de barrer, ~~"J'écris une antipréface"~~

Le rappel à la règle, toutefois, a lieu le plus souvent dans des circonstances qui ne sont pas celles de la simple commémoration de la Loi, le rappel à la règle est rarement un "vous ferez cela en mémoire de moi", mais il participe aux processus de correction dans un apprentissage ou de punition d'une transgression de la règle[86]. C'est-à-dire dans deux actes qui auraient plutôt la forme d'une négation, d'un "barré"... **Enoncer une règle se rencontre le plus souvent sous la forme d'un acte négatif**, un comportement qu'on interdit et non pas dans sa forme positive, celui d'un comportement qu'on prescrit. L'activité d'écrire les contraintes ne contient donc pas uniquement l'écriture comme prescription, mais un autre acte qui semble en être en quelque sorte l'"inverse" : l'acte de barrer, de raturer, de restreindre ...

[86] Cette intuition nous indique peut-être dans quelle direction chercher la réponse à notre question : dans l'auto-apprentissage ou dans cet auto-châtiment, qu'on appelle **la discipline**.

Il n'est pas du tout évident que barrer un énoncé soit équivalent à énoncer une objection[87], ou à le critiquer, ou à le contredire. En effet, les objections, les critiques et les controverses s'intéressent au sens des énoncés (niveau sémantique) et non pas aux contraintes induites. Cette distinction est très fine, parce que le plus souvent, l'énoncé qui est "barré" est un vrai énoncé, la manière de le refuser prend aussi la forme d'un énoncé. Aussi, nous avons choisi le terme de "barré" parce qu'il ne suggérait rien de sémantique, mais un acte syntaxique (presque pragmatique d'ailleurs)[88]. Le mieux serait à mon sens de garder la notation ~~barré~~.

Or, il est assez rare en logique qu'on attaque les règles dans leur syntaxe, il est donc assez difficile de trouver **des exemples pour illustrer ce dont nous parlons**. La question qui ouvre cette épave : "Comment écrire une thèse qu'on a déjà finie ?" contient du barré. La règle qu'on cherche à barrer, c'est l'impératif du commencement absolu du texte à son début, en suggérant que ce commencement au début implicite est déjà devenu une fin explicite. Une fois cette règle barrée, on voit apparaître la "masse d'obscurités" et c'est une conséquence logique de notre rature sur la contrainte du commencement absolu : si on s'interdit le commencement absolu, alors il y a toujours du donné,

[87]Par exemple, on peut penser à l'"homme moins la civilisation" de Rousseau. On barre quelque chose dans le concept d'homme, mais est-ce réellement une objection au "concept d'homme" ? (d'ailleurs, qu'est-ce qu'une objection à un concept ? on comprend le sens d'objection à une théorie, comme ensemble sémantique complexe, mais une objection à un concept, qu'est-ce donc ?)

[88]Par exemple, le "L'homme moins la civilisation" de Rousseau est un artefact syntaxique avant tout ...

même s'il n'est pas explicité, même s'il est obscur...

D'autres exemples peuvent être cités, qui m'ont inspirés lors de la rédaction de ce chapitre et de l'introduction de cette thèse. On peut considérer les écritures d'anti-préfaces comme des exercices de barré, dont l'argument tourne toujours (de près ou de loin) autour de l'argument hégélien dans la *Préface à la Phénoménologie de l'Esprit*, [**?**] : d'abord on rappelle qu'il y a une contrainte obscure[89]; pour Hegel, c'est la tradition de faire des préfaces et plus largement, le poids de la tradition philosophique[90] :

> Les explications qu'on a **coutume** de donner dans une préface, en tête d'un ouvrage, pour éclairer les fins que l'auteur s'y est assignées, les motivations qui sont les siennes, et le rapport que cet ouvrage entretient selon lui avec les autres traités antérieurs ou contemporains qui portent sur le même objet.

Ensuite, dans un second temps, l'auteur explique que cette contrainte **avait toujours été subie** sans y penser et ne correspond plus à ce qu'il aspire réaliser. On met des mots sur une contrainte implicite et on barre cette dernière. Hegel continue donc ainsi :

> [...] semblent non seulement superflues s'agissant d'un ouvrage de philosophie, mais même, compte tenu de la nature de la chose, inadéquates et contraires au but poursuivi.

Puis on développe (ou l'on ne développe pas). Hegel choisit de développer et explique qu'une préface escamote le développement progressif de la chose-même au profit uniquement de ses fins[91]. D'où ensuite le

[89] Qui plus est, une contrainte normative : "quand on veut écrire, on devrait faire ainsi".

[90] En effet, dans le développement de la préface, Hegel écrit presque une histoire des traditions philosophiques, sans jamais le dire explicitement.

[91] La "bonne" méthodologie recommande d'ailleurs d'écrire la préface après, avec le regard altier d'un aigle qui s'est sorti de la misère du texte et de son écriture.

problème de comment commencer, puisqu'on est toujours pris justement dans la continuité des traditions philosophiques.

Considérons comme troisième exemple la seconde préface de *L'Histoire de la Folie à l'âge classique* de FOUCAULT. Ici, deux contraintes obscures se combinent : le passif de l'histoire de la vie du texte entre la première et la deuxième édition :

> Un livre se produit, évènement minuscule, petit objet maniable. Il est pris dès lors dans un jeu incessant de répétitions ; ses doubles, autour de lui et bien loin de lui se mettent à fourmiller ; chaque lecture lui donne, pour un instant, un corps impalpable et unique ; des fragments de lui-même circulent qu'on fait valoir pour lui, qui passent pour le contenir presque tout entier et en lesquels finalement il lui arrive de trouver refuge ; les commentaires le dédoublent, autres discours où il doit enfin paraître lui-même, avouer ce qu'il a refusé de dire, se délivrer de ce que, bruyamment, il feignait d'être.

est confronté à une seconde "contrainte" plus subtile : ce n'est pas uniquement l'éditeur qui veut une seconde préface pour sa réédition, c'est surtout le désir de monopole du sens du texte :

> La tentation est grande pour qui écrit le livre de faire la loi à tout ce papillotement de simulacres, à leur prescrire une forme, à les lester d'une identité, à leur imposer une marque qui leur donnerait à tous une certaine valeur constante. "Je suis l'auteur : regardez mon visage ou mon profil ; voici à quoi devront ressembler toutes ces figures redoublées qui vont circuler sous mon nom"

Ré-écrire une préface n'est qu'une escroquerie rétrospective, où l'auteur se gargariserait lui-même des hasards et des nécessités de l'écriture, en se vantant d'avoir été tellement bon qu'il a réussi à écrire ce qu'il a écrit[92]. Pour éviter cela, Foucault, contrairement à Hegel, décide tout simplement de barrer ces contraintes en invoquant un troisième

[92]Ce qui n'est pas une moindre joie. Il n'est pas si facile de se satisfaire de soi-même...

désir/contrainte qui désavoue les deux précédentes (c'est une rature-palimpseste) :

> Je voudrais qu'un livre, au moins du côté de celui qui l'a écrit, ne soit rien d'autre que les phrases dont il est fait ; qu'il ne se dédouble pas dans ce premier simulacre de lui-même qu'est une préface, et qui prétend donner sa loi à tous ceux qui pourront à l'avenir être formés à partir de lui.

Nous avons donc trois ratures différentes. Le lecteur remarquera que malgré l'inspiration de nos deux prédécesseurs, nous n'avons pas appelé ce chapitre "Anti-préface"[93]. En effet, ce n'est pas la contrainte préfacière qui pose problème ici.

Nous commençons par énoncer des contraintes/désirs sous la forme de règles, comme dans les deux anti-préfaces cités. Toutefois, la spécificité des contraintes nous travaillant ici est qu'elles se présentent toujours comme des couples complémentaires et irréductibles les unes aux autres : contraintes pour la conséquence avec contraintes pour la réception, contraintes internes avec contraintes externes, contraintes logiques avec contraintes *méta*logiques. Or, comme nous voulons interroger la séparation *a priori* entre langage-objet et métalangage, ce que nous barrons, c'est la complémentarité et l'irréductibilité de ces couples de contraintes. Et naturellement, cet acte repète encore une fois différemment la question qui ne cesse de nous hanter : ce barré ne menace-t-il pas d'effondrer notre langage ou du moins, de le rendre impropre à la philosophie ou **invivable** ?

[93] Surtout quand on s'est décidé à transformer cette préface en postface annexe.

5.4.4 Le geste de taire

Qu'on écrive ou qu'on barre, les gestes qui produisent du texte appartiennent jusqu'ici au domaine de l'explicite. Un énoncé peut être barré jusqu'à être rendu impossible à reconnaître, il n'en est pas moins syntaxiquement explicite. Par exemple, quand un auteur décide de caricaturer une thèse pour s'en moquer, il travaille sur un double niveau, à la fois écriture mais aussi réécriture. Il donne l'impression d'expliquer, de fournir du sens mais en fait, il trouble l'explication en produisant un "faux sens"[94], une moquerie (c'est encore une forme de rature-palimpseste).

Toutefois, écrire est un geste qui se détache sur un "ne pas écrire"[95], comprendre par là qu'on n'écrit pas tout. Pour chaque phrase écrite, il y a du non-dire, du négatif, de l'implicite et il convient de marquer la différence entre ce non-dit passif, qui résulte du fonctionnement en sous-régime d'expressivité du langage[96] et le "ne pas écrire" actif, qui appartient aux contraintes qu'un auteur peut se donner (ou recevoir) et qu'il faut prendre en compte[97].

Le problème consiste en ce que bien qu'indissociable de l'écrire, taire semble justement être l'acte le plus éloigné possible des réflexions syn-

[94]Les sophismes ou *fallacies* produisent des "faux sens" en étant sémantiquement recevables.

[95]Dans le titre, on utilise le verbe "taire", puis ici, le verbe "ne pas écrire". Chaque tournure a ses qualités et ses inconvénients. Le premier choix, "taire" est une tournure active, positive, mais renvoie à un registre langagier. Le second, "ne pas écrire" est une tournure négative, un non-acte et donc pas un acte, mais a l'avantage de renvoyer au registre du texte.

[96]On n'épuise jamais la polysémie d'un mot, d'une phrase, d'une tournure ...

[97]Le fameux dîner de famille de la caricature "Et surtout, ne parlons pas de l'affaire Dreyfus" est l'illustration d'une contrainte sur l'acte de taire. En analysant d'ailleurs cette injonction "à la manière" de Paul Watzlawick dans [**?**], on doit ajouter qu'il s'agit là d'une injonction paradoxale : en effet, en interdisant d'en parler, on en parle effectivement ...

taxiques. Jamais on n'échappe à cette tentation ridicule de vouloir parler du silence en se taisant[98].

Il existe toutefois des méthodes plus subtiles pour taire tout en donnant l'impression de parler. Dans notre cas précis, où l'on s'intéresse à l'expression des contraintes d'un langage à l'intérieur d'un langage, on doit rechercher quelque chose comme une **syntaxe du tabou**[99], car c'est bien comme cela qu'on appelle une contrainte qui doit rester tacite, un tabou ...

La manière la plus courante est sans doute la **temporisation**. On élude à l'infini l'explication du sens[100]. Ou bien on élude à l'infini la formulation de la contrainte, si bien qu'il en résulte un sentiment de malaise, de désorientation, c'est Joseph K. face à son Procès. La temporisation, d'ailleurs, ne peut-être qu'un effet de retardement. En effet, il y a une temporisation "naturelle" d'une texte, d'une phrase etc ... si bien qu'on peut confondre une temporisation normale et un processus délibéré visant à taire quelque chose... Dans une société, ainsi, un tabou ne se manifeste pas tellement par une répétition de l'interdit[101], mais reste immanifesté par l'impossibilité pour une per-

[98] Bien sûr que cette tentation est ridicule, comme l'est la prof de lettres modernes dans le film d'Eugène Green "Le Pont des Arts", "qui affronte le silence d'Arthur Cravan dans le seul langage adéquat !" et qui ouvre la bouche en fixant le vide ... Toutefois, cet essai naïf et ridicule n'est pas filmé sans une certaine tendresse; à vouloir éviter à tout prix le ridicule, on perd beaucoup en tendresse.

[99] Il existe aussi une **pragmatique du tabou**, celle qu'on utilise dans les jeux comme *Tabou* ou *Time's up*, la pragmatique où l'on aboie pour outrepasser un tabou posé sur le mot "chien". La prof de lettres "qui affronte le silence dans le seul langage adéquat" adopte la même démarche pragmatique. Il existe aussi une **sémantique du tabou**, qui peut utiliser l'ellipse narrative par exemple.

[100] Cinématographiquement, c'est l'idée du *MacGuffin*, un objet prétexte qui ne sert qu'à développer un scénario. On est clairement au niveau de la syntaxe et pas du sens ...

[101] Ce qui serait une sorte de contradiction. Le tabou, ce n'est pas un interdit, c'est du socialement non-manifestable. Les interdits représentent l'enveloppe acceptable autour du tabou.

sonne qui voudrait l'exposer de trouver un interlocuteur[102].

Une autre manière de taire un sujet est de pratiquer l'**anacoluthe**, c'est-à-dire casser la syntaxe, dont l'un des usages peut être d'éviter d'éviter un tabou. Par exemple, on peut décider de rompre une tournure alternative et taire un des termes[103]. La menace du justicier : "Rendez-vous ou bien ..." repose sur le tabou moral du meurtre et de la violence. Le criminel, qui répond "Ou bien quoi ?" témoigne par là de son refus du tabou de la société et par là, de la menace que pourrait peser la société (et par extension, le justicier) sur lui (et réciproquement, de la menace qu'il représente pour la société). La séquence de ce court dialogue est donc une disjonction avec un terme exprimé et un terme tu (ou implicite). La réponse est une contre-attaque, sous la forme d'un barré, le criminel barre le terme implicite. Le justicier doit alors trouver une solution pour répondre sans briser son tabou, sinon "il perd le dialogue", ce qui signifie ici, devoir régler ses comptes à coups de pistolets : l'enjeu du dialogue, c'est justement de rester dans les conventions de la société.

Pour chaque règle de syntaxe, il doit y avoir au moins une manière de la casser. Aussi le lecteur comprendra qu'il est impossible d'écrire dans cette toute petite sous-partie, une monographie sur les milles et une manières de se taire en jouant de l'anacoluthe.

[102] On peut essayer de penser la temporisation comme un processus sémantique, mais il me semble qu'il vaille mieux le penser comme "syntaxique". En effet, si on veut penser la sémantique comme une dynamique, en interaction, avec différents agents, on ne peut pas penser que le fait d'être privé d'interlocuteur est un problème sémantique. La présence ou l'absence des agents en interaction, c'est de la syntaxe.

[103] Attention, omettre un seul terme est aussi une ellipse, mais pas une ellipse narrative, qui est sémantique. C'est une ellipse grammaticale... Le terme technique pour notre cas, ce serait l'anantapodoton ...

5.4.5 Quel genre de geste établit-il le *Méta* ?

La notion de *méta* est enseignée comme une telle évidence qu'il nous semblait (il y a bien longtemps) qu'elle ne pouvait être que bien définie, bien écrite dans on ne sait quel recueil ... Et ce fut une surprise quand, en allant détailler l'argumentation de Tarski dans [41], nous nous sommes aperçu que la situation était bien plus complexe.

En effet, l'argument de Tarski ne repose pas du tout sur une construction explicite, mais sur une réflexion heuristique sur les conditions pour formuler une définition satisfaisante de la vérité et par là, décrire la structure formelle du langage susceptible d'accueillir cette définition. Or, pour ce faire, il décide de se placer dans la situation du paradoxe du menteur[104], pour essayer d'isoler les caractéristiques du langage qui rendent possible cette aporie. Il en isole trois :

1. Le langage est **sémantiquement clos** : il contient toutes les expressions, les noms des expressions, les termes sémantiques ainsi que tous ceux qui permettent d'en décrire l'usage.
2. Les lois ordinaires de la logique fonctionne dans ce langage.
3. On peut empiriquement formuler et asserter des prémisses empiriques telles que l'identité entre un terme et sa référence[105].

[104] On rappelle la version historique : l'homme qui affirme "Je mens toujours". Il existe de nombreuses autres formulations, qui ont l'avantage de mieux passer à l'écrit : "Cette phrase est fausse" (etc)...

[105] C'est-à-dire qu'on a une sorte de théorie de la dénotation. Il faut faire très attention toutefois, on ne dit pas là "on a une sémantique dénotationnelle" même si c'est l'interprétation la plus facile qu'on puisse en donner. Tarski veut juste dire que d'une manière ou d'une autre, on a un ancrage empirique pour l'identité.

Le raisonnement de Tarski est alors très simple : il montre qu'on peut construire l'aporie sans recourir au troisième point, il en déduit qu'elle provient d'un conflit entre les deux premiers et se retrouve à faire un choix entre la **cloture sémantique** et le **fonctionnement logique** du langage. Il décide de rejeter le premier afin de conserver le second.

C'est donc une preuve heuristique, et qui plus est, elle se base typiquement sur ce que nous avons appelé un acte de barrer. "Le *méta*, c'est avant tout de la ~~cloture sémantique~~." Or, compris de la sorte, ce *méta*-là est-il transposable partout ? L'auteur donne lui-même la réponse :

> Le problème survient quand on considère le langage de tous les jours par cet angle. Au premier regard, il semblerait que ce langage satisfait les deux hypothèses 1. et 2. et que de là, il doit être inconsistant. Mais en fait, le cas n'est pas si simple. Notre langage de tous les jours n'est certainement pas un langage avec une structure exactement spécifiée. Nous ne saurions dire quelles expressions en sont les phrases[106] et nous n'avons pas la moindre idée de quelles en sont les phrases que nous devons considérées comme assertables. Dès lors, le problème de la consistance n'a pas de réelle signification pour ce langage. Nous pouvons au mieux prendre le risque de cette supposition : un langage dont la structure aurait été exactement spécifiée et qui ressemblerait le plus possible à notre langage de tous les jours devrait être inconsistant.

Tarski affirme donc que le problème qui est à l'origine de ce "*méta* comme ~~cloture sémantique~~" ne se pose pas au niveau d'un langage à la structure non-exactement spécifiée. On s'aperçoit que cette notion ne peut tout simplement pas dire tout ce qu'on veut lui faire dire, ni dans le débat sur le monisme/pluralisme, ni dans presque aucun cas des *méta*théories où il semblerait qu'on cherche à lui vouloir faire dire "plus

[106] Je traduis "sentences" par "phrases", mais il est clair qu'aujourd'hui c'est le terme logique de "propositions" qui conviendrait le mieux.

haut niveau d'abstraction" ou "aspirateur à métaphores logicisantes". Mais ne hâtons pas le propos.

Résumons : le "méta" se constitue sur un geste de barrer la cloture sémantique mais on veut le forcer à se constituer dans des cas où il n'y aurait de telle cloture à barrer. Qu'est-ce qu'on veut lui faire dire alors ? Pourquoi cette notion intéresse-t-elle là où elle ne s'applique pas ?

C'est ainsi que se finissait cette introduction, avec une question qui nous semblait alors impossible à traiter et même peut-être un peu obscène. Il nous aura fallu tester énormément d'hypothèses pour enfin réussir à en formuler une suffisamment bonne et crédible; beaucoup de tenacité pour nous y tenir et produire la dialogique des matrices avec "son cahier des charges métaphysiques" jusqu'au-boutiste pour l'éprouver ... et finalement obtenir des résultats. Nous avons fait le choix de privilégier les parties les plus positives de ce travail dans cette thèse, d'où le choix de réécrire tout à partir de la "bonne réponse". Mais par une sorte de fidélité envers nos propres pensées, nous n'avons pas pu nous résoudre à retirer cette "épave"...

A **Appendice :** Exemples de dialogues de matrices

A.1 Conventions de mise en page

Après avoir passé toute une thèse à m'interroger sur le sens de la hiérarchie des règles, à essayer d'être le plus puriste possible dans l'idée que cette hiérarchie ne tombait pas du ciel mais était le produit d'une histoire et avait ses mécaniques de production en partie même à l'intérieur de la logique, me voilà à proposer une série de conventions d'écriture en affirmant que cette couche de règles additionnelles n'interfèrent pas avec le contenu logique et vous voilà obligés de me croire ! Mais revenons sur la conclusion du chapitre **4**. Cette conclusion de chapitre contient en germes le bon vieux dicton : "il ne faut pas être plus puriste que les puristes"...

Voici donc les conventions utilisées :

1. On ne met pas les indices sur les formules atomiques.
2. Cases vides = pas de formule à part les rangs de répétitions. Les rangs de répétitions sont contenus dans l'annonce du système,

celle-ci n'est en aucun cas un "méta" mais une extériorisation cosmétiquement utile d'une structure complètement interne.

3. Les formules représentées en plusieurs exemplaires sont notées par des multiples indices. Toutefois, cette notation force à choisir entre quel indice il faut augmenter quand la formule est utilisée. Exemple : une formule indexée : $(0, 1)$ est en fait deux itérations de la même formule, dont l'une a été utilisée une fois et l'autre zéro fois. Ainsi, si un joueur utilise une fois cette formule encore, rigoureusement il aurait à choisir entre augmenter l'indice en $(1, 1)$ ou bien en $(0, 2)$. Ce choix existe. Il n'a pas d'impact dans notre travail tel qu'il est formulé. Nous choisirons, pour simplifer les écritures, de toujours augmenter l'indice le plus haut, ou en cas d'égalité, l'indice le plus à droite. Gardons à l'esprit qu'en faisant cela, nous omettons des branches "équivalentes" mais non identiques.

4. Quand plusieurs flèches pointent vers la même position, on décide de faire fusionner les branches, c'est-à-dire de ne représenter la position qu'une fois et de la mettre comme cible des deux flèches. Or, rigoureusement parlant, les branches ne fusionnent pas réellement et on devrait les garder séparées.

5. Une flèche marquée "mc" (comme "multiple choice") ne sert que de transition vers une autre page.

A.2 Système $\left(\begin{smallmatrix}2 & 1\\ 1 & 2\end{smallmatrix}\right)$

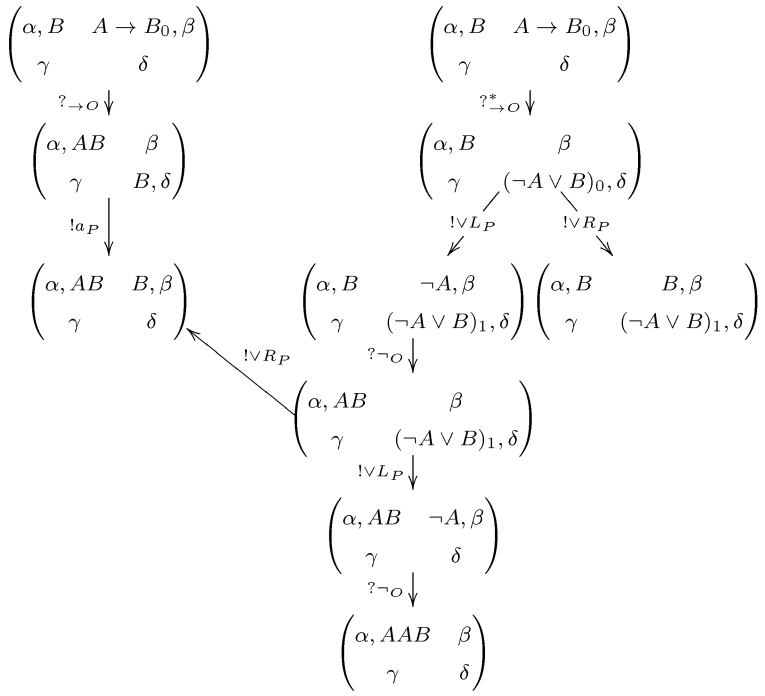
A.2.1 Comparaison entre implication standard et implication étoilée

Sans B présupposé

$$\begin{pmatrix} \alpha & A \to B_0, \beta \\ \gamma & \delta \end{pmatrix}$$
$$\downarrow {}^{?}{\to_O}$$
$$\begin{pmatrix} \alpha, A & \beta \\ \gamma & B, \delta \end{pmatrix}$$

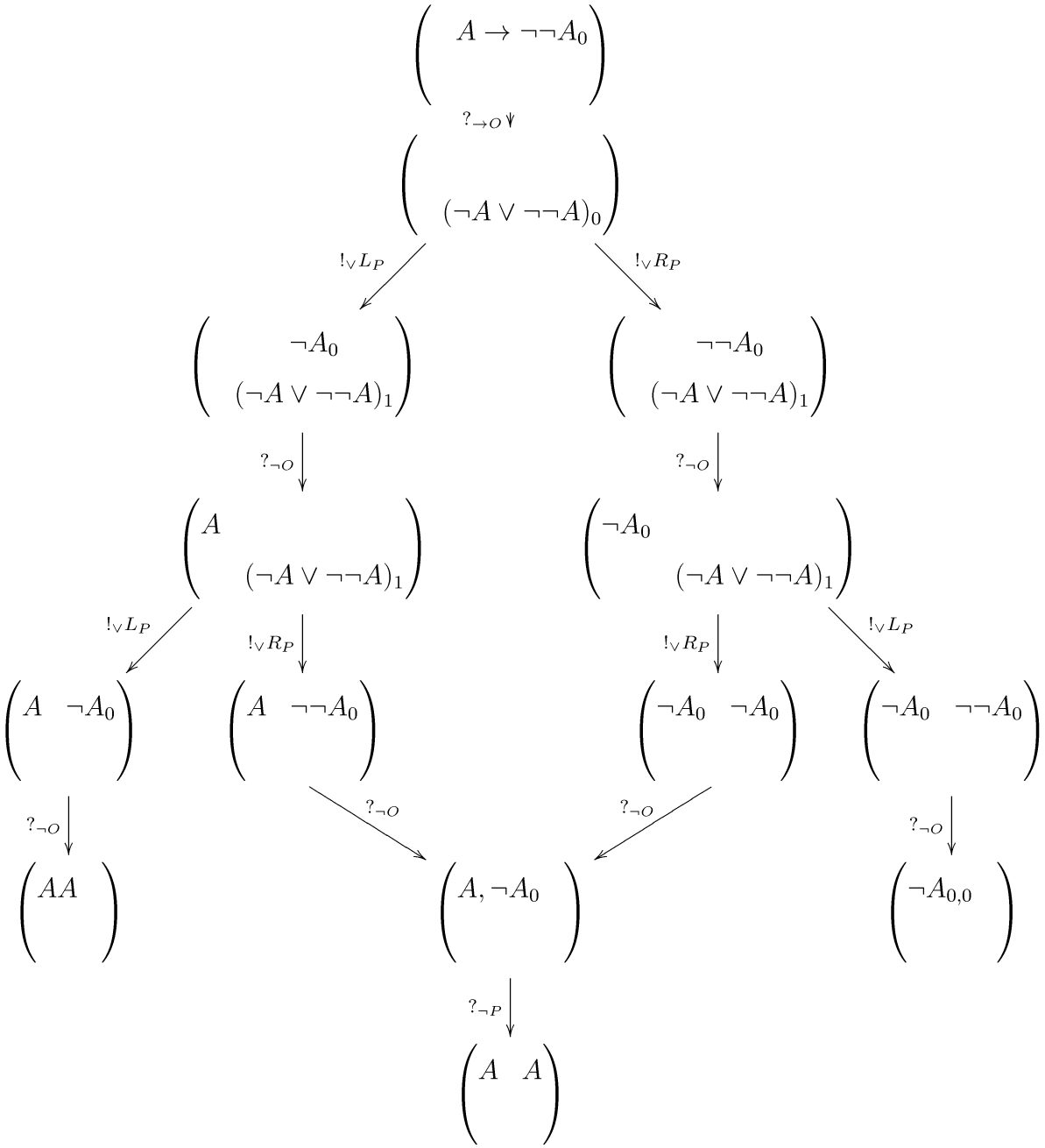
$$\begin{pmatrix} \alpha & A \to B_0, \beta \\ \gamma & \delta \end{pmatrix}$$
$$\downarrow {}^{?^*}{\to_O}$$
$$\begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & (\neg A \vee B)_0, \delta \end{pmatrix}$$
$$\downarrow {}^{!\vee L_P}$$
$$\begin{pmatrix} \alpha & \neg A, \beta \\ \gamma & (\neg A \vee B)_1, \delta \end{pmatrix}$$
$$\downarrow {}^{?\neg_O}$$
$$\begin{pmatrix} \alpha, A & \beta \\ \gamma & (\neg A \vee B)_1, \delta \end{pmatrix}$$
$$\downarrow {}^{!\vee L_P}$$
$$\begin{pmatrix} \alpha, A & \neg A, \beta \\ \gamma & \delta \end{pmatrix}$$
$$\downarrow {}^{?\neg_O}$$
$$\begin{pmatrix} \alpha, AA & \beta \\ \gamma & \delta \end{pmatrix}$$

Avec B présupposé

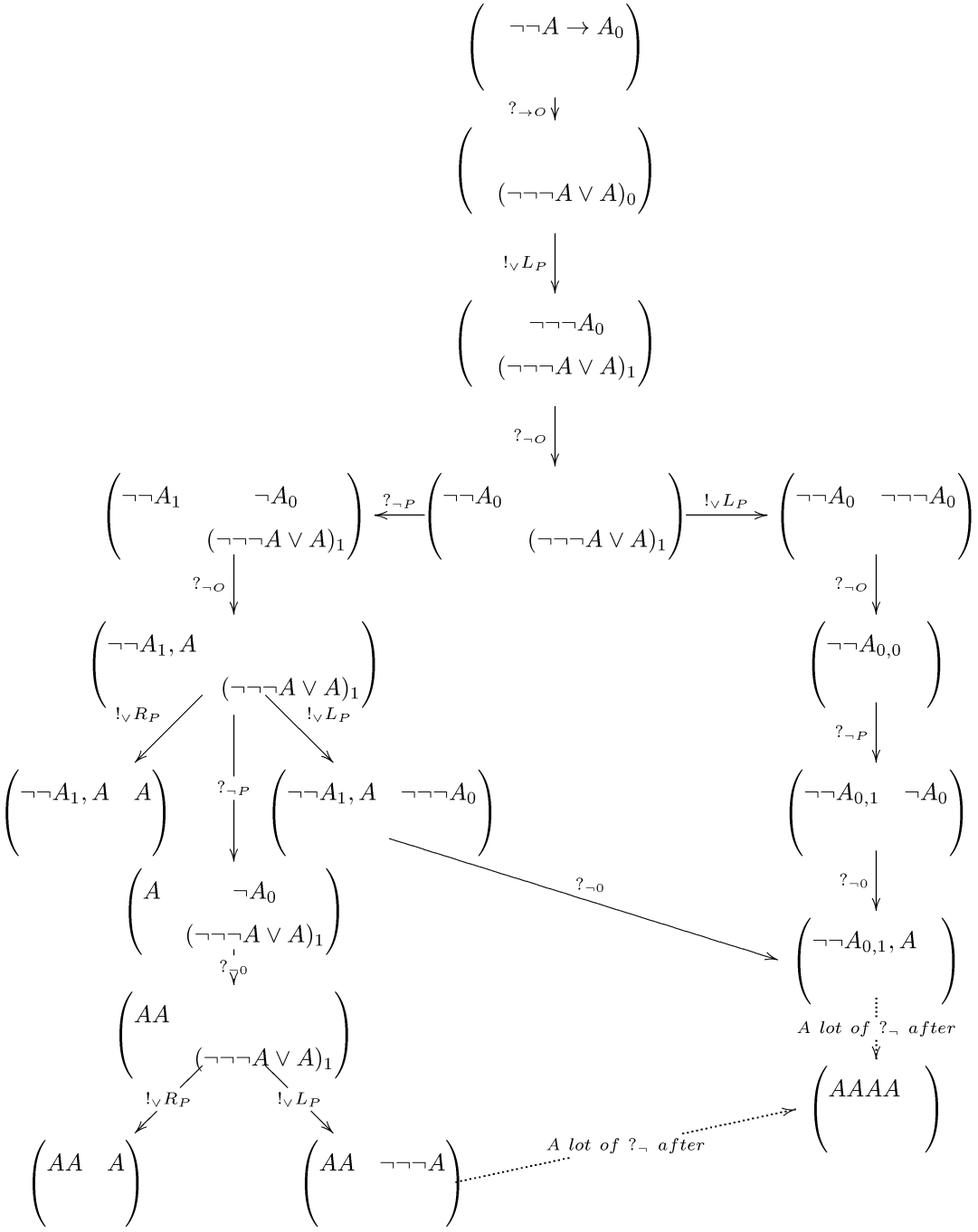


A.3 Système $\binom{2\ 1}{1\ 2}_*$

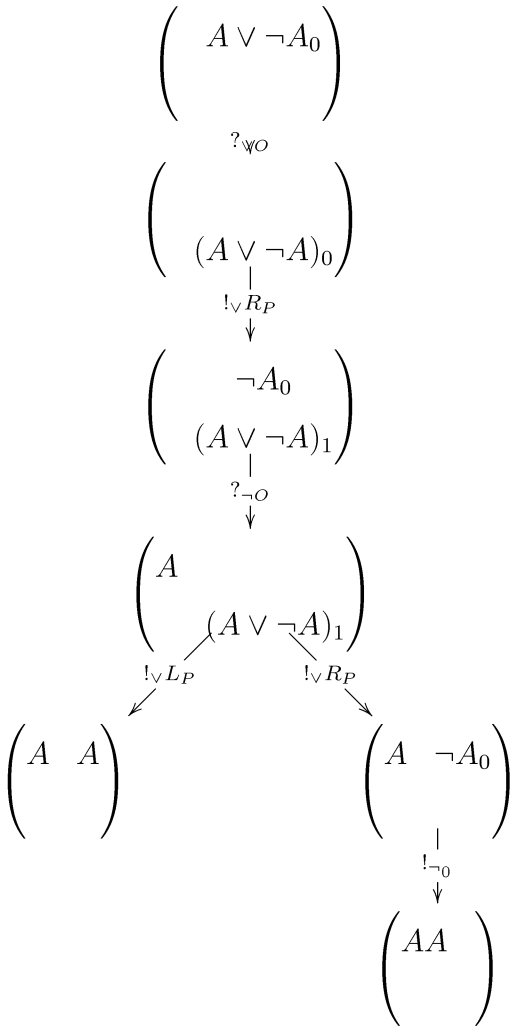
A.3.1 Introduction de la double négation



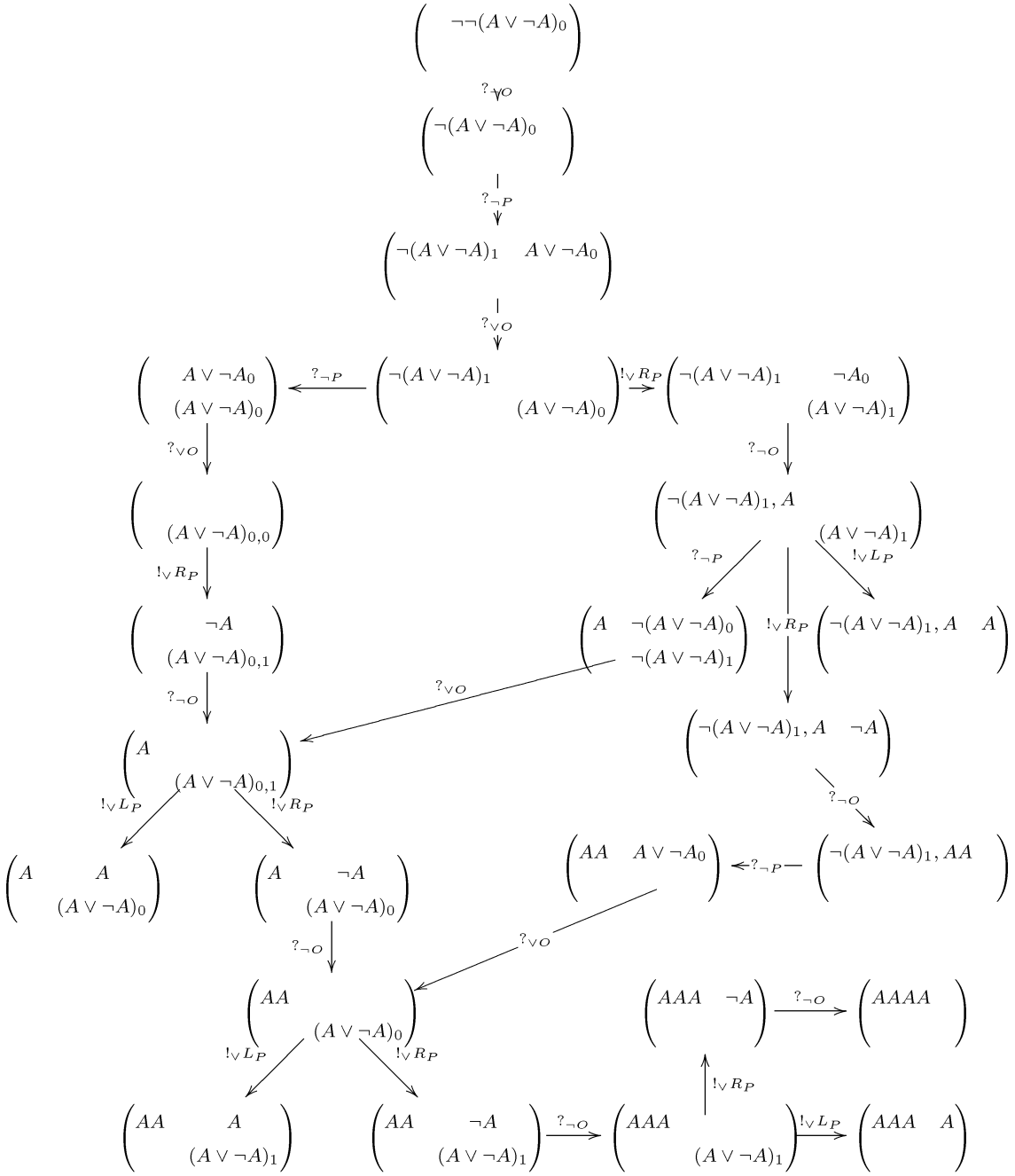
A.3.2 Elimination de la double négation.



A.3.3 Tiers exclu



A.3.4 Double négation du tiers exclu.

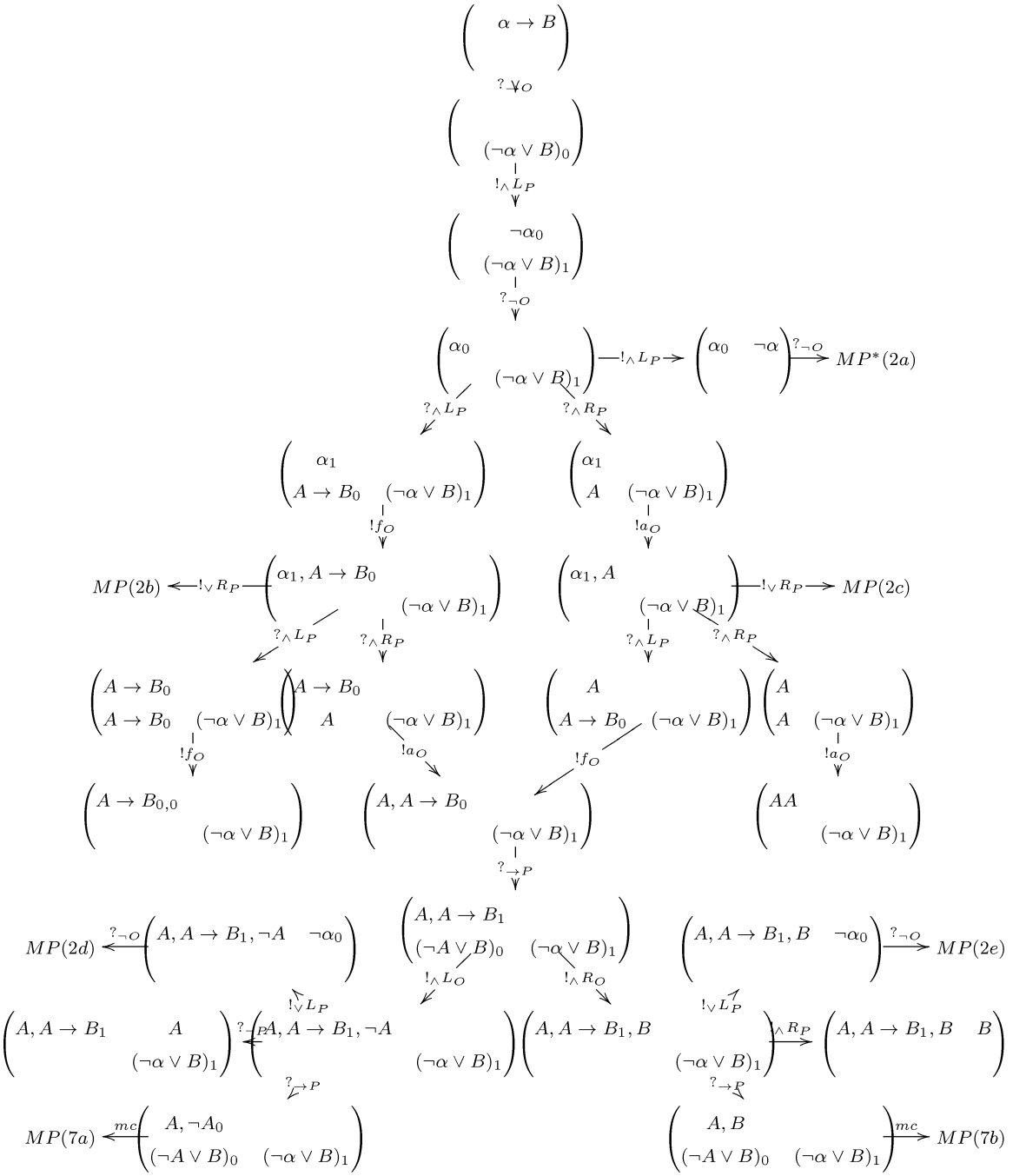


A.3.5 Modus Ponens:[MP1]

Soit : $\alpha = (A \longrightarrow B) \wedge A$.

Dans cette page, vous ne trouverez pas l'arbre exhaustif du Modus Ponens, mais juste un fragment suffisant pour donner une stratégie gagnante. Les flèches pointant vers d'autres schémas servent de lien vers d'autres pages, qu'ils n'étaient pas intéressants de reproduire ici

*Cette figure illustre bien l'**énorme quantité** d'informations capturées par la dialogique des matrices (et par là, la finesse de cette grille de lecture). La comparaison avec le schéma correspondant en logique intuitionniste vaut le détour!.*


$\begin{pmatrix} \alpha \to B \end{pmatrix}$
$?_{\vee O}$
$\begin{pmatrix} (\neg\alpha \vee B)_0 \end{pmatrix}$
$!_{\wedge L_P}$
$\begin{pmatrix} \neg\alpha_0 \\ (\neg\alpha \vee B)_1 \end{pmatrix}$
$?_{\neg O}$
$\begin{pmatrix} \alpha_0 & \\ & (\neg\alpha \vee B)_1 \end{pmatrix}$
$!_{\wedge L_P}$
$\begin{pmatrix} \alpha_0 & \neg\alpha \end{pmatrix}$
$?_{\neg O}$
$MP^*(2a)$
$?_{\wedge L_P}$
$?_{\wedge R_P}$
$\begin{pmatrix} \alpha_1 & \\ A \to B_0 & (\neg\alpha \vee B)_1 \end{pmatrix}$
$\begin{pmatrix} \alpha_1 & \\ A & (\neg\alpha \vee B)_1 \end{pmatrix}$
$!f_O$
$!a_O$
$MP(2b)$
$!_{\vee R_P}$
$\begin{pmatrix} \alpha_1, A \to B_0 & \\ & (\neg\alpha \vee B)_1 \end{pmatrix}$
$\begin{pmatrix} \alpha_1, A & \\ & (\neg\alpha \vee B)_1 \end{pmatrix}$
$!_{\vee R_P}$
$MP(2c)$
$?_{\wedge L_P}$
$?_{\wedge R_P}$
$?_{\wedge L_P}$
$?_{\wedge R_P}$
$\begin{pmatrix} A \to B_0 & \\ A \to B_0 & (\neg\alpha \vee B)_1 \end{pmatrix}$
$\begin{pmatrix} A \to B_0 & \\ A & (\neg\alpha \vee B)_1 \end{pmatrix}$
$\begin{pmatrix} A & \\ A \to B_0 & (\neg\alpha \vee B)_1 \end{pmatrix}$
$\begin{pmatrix} A & \\ A & (\neg\alpha \vee B)_1 \end{pmatrix}$
$!f_O$
$!a_O$
$!f_O$
$!a_O$
$\begin{pmatrix} A \to B_{0,0} & \\ & (\neg\alpha \vee B)_1 \end{pmatrix}$
$\begin{pmatrix} A, A \to B_0 & \\ & (\neg\alpha \vee B)_1 \end{pmatrix}$
$\begin{pmatrix} AA & \\ & (\neg\alpha \vee B)_1 \end{pmatrix}$
$?_{\to P}$
$MP(2d)$
$?_{\neg O}$
$\begin{pmatrix} A, A \to B_1, \neg A & \neg\alpha_0 \end{pmatrix}$
$\begin{pmatrix} A, A \to B_1 & \\ (\neg A \vee B)_0 & (\neg\alpha \vee B)_1 \end{pmatrix}$
$\begin{pmatrix} A, A \to B_1, B & \neg\alpha_0 \end{pmatrix}$
$?_{\neg O}$
$MP(2e)$
$!_{\wedge L_O}$
$!_{\wedge R_O}$
$!_{\vee L_P}$
$!_{\vee L_P}$
$\begin{pmatrix} A, A \to B_1 & A & \\ & & (\neg\alpha \vee B)_1 \end{pmatrix}$
$?_{\to P}$
$\begin{pmatrix} A, A \to B_1, \neg A & \\ & (\neg\alpha \vee B)_1 \end{pmatrix}$
$\begin{pmatrix} A, A \to B_1, B & \\ & (\neg\alpha \vee B)_1 \end{pmatrix}$
$!_{\wedge R_P}$
$\begin{pmatrix} A, A \to B_1, B & B \end{pmatrix}$
$?_{\to P}$
$?_{\to P}$
$MP(7a)$
mc
$\begin{pmatrix} A, \neg A_0 & \\ (\neg A \vee B)_0 & (\neg\alpha \vee B)_1 \end{pmatrix}$
$\begin{pmatrix} A, B & \\ (\neg A \vee B)_0 & (\neg\alpha \vee B)_1 \end{pmatrix}$
mc
$MP(7b)$

A.4 Système $\binom{2\ 1}{1\ 2}_{\downarrow}$

A.4.1 Introduction et élimination de la double négation

$$\left(\begin{array}{c} A \to \neg\neg A_0 \end{array}\right)$$

$$\downarrow {}^{?_{\not\vdash O}}$$

$$\left(\begin{array}{cc} A & \\ & \neg\neg A_0 \downarrow \end{array}\right)$$

$$\downarrow {}^{!f_P}$$

$$\left(\begin{array}{cc} A & \neg\neg A_0 \\ & \neg\neg A_1 \downarrow \end{array}\right)$$

$$\downarrow {}^{?_{\neg O}}$$

$$\left(\begin{array}{cc} A, \neg A_0 \downarrow & \\ & \neg\neg A_1 \end{array}\right)$$

$$\downarrow {}^{?_{\neg P}}$$

$$\left(\begin{array}{cc} A & A \downarrow \\ & \neg\neg A_1 \end{array}\right)$$

$$\left(\begin{array}{c} \neg\neg A \to A_0 \end{array}\right)$$

$$\downarrow {}^{?_{\not\vdash O}}$$

$$\left(\begin{array}{cc} \neg\neg A_0 & \\ & A \downarrow \end{array}\right)$$

$$\downarrow {}^{?_{\neg P}}$$

$$\left(\begin{array}{cc} \neg\neg A_1 & \neg A_0 \downarrow \\ & A \end{array}\right)$$

$$\downarrow {}^{?_{\neg O}}$$

$$\left(\begin{array}{cc} \neg\neg A_1, A \downarrow & \\ & A \end{array}\right)$$

$$\downarrow {}^{?_{\neg P}}$$

$$\left(\begin{array}{cc} A \downarrow & \neg A_0 \downarrow \\ & A \end{array}\right)$$

$$\downarrow {}^{?_{\neg 0}}$$

$$\left(\begin{array}{cc} AA \downarrow & \\ & A \end{array}\right)$$

A.4.2 Tiers exclu.

$$\begin{pmatrix} A \vee \neg A_0 \end{pmatrix}$$

$$\Big\downarrow ?_{\vee O}$$

$$\begin{pmatrix} (A \vee \neg A)_0 \downarrow \end{pmatrix}$$

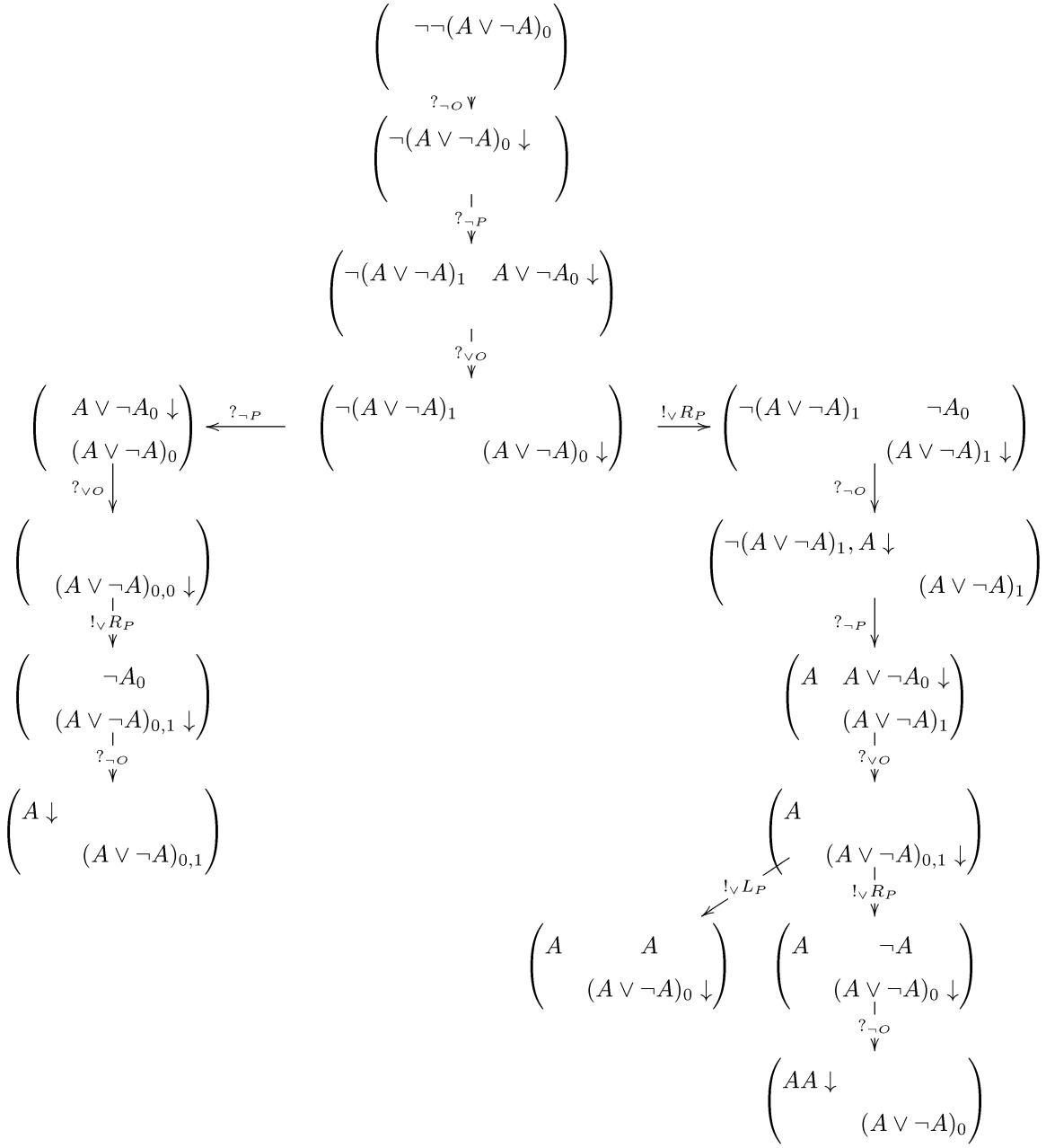
$$\Big\downarrow !_{\vee} R_P$$

$$\begin{pmatrix} \neg A_0 \\ (A \vee \neg A)_1 \downarrow \end{pmatrix}$$

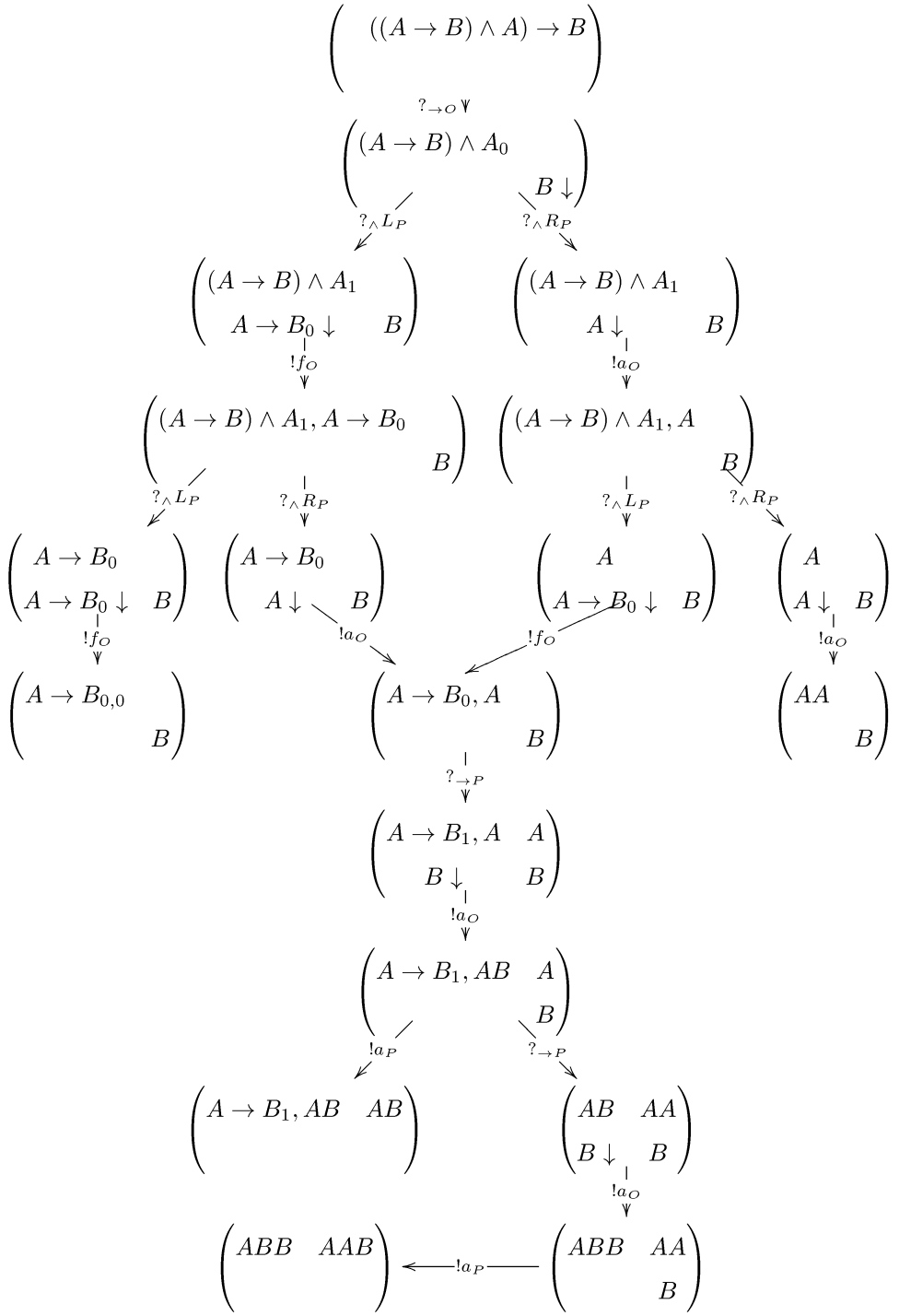
$$\Big\downarrow ?_{\neg O}$$

$$\begin{pmatrix} A \downarrow & \\ & (A \vee \neg A)_1 \end{pmatrix}$$

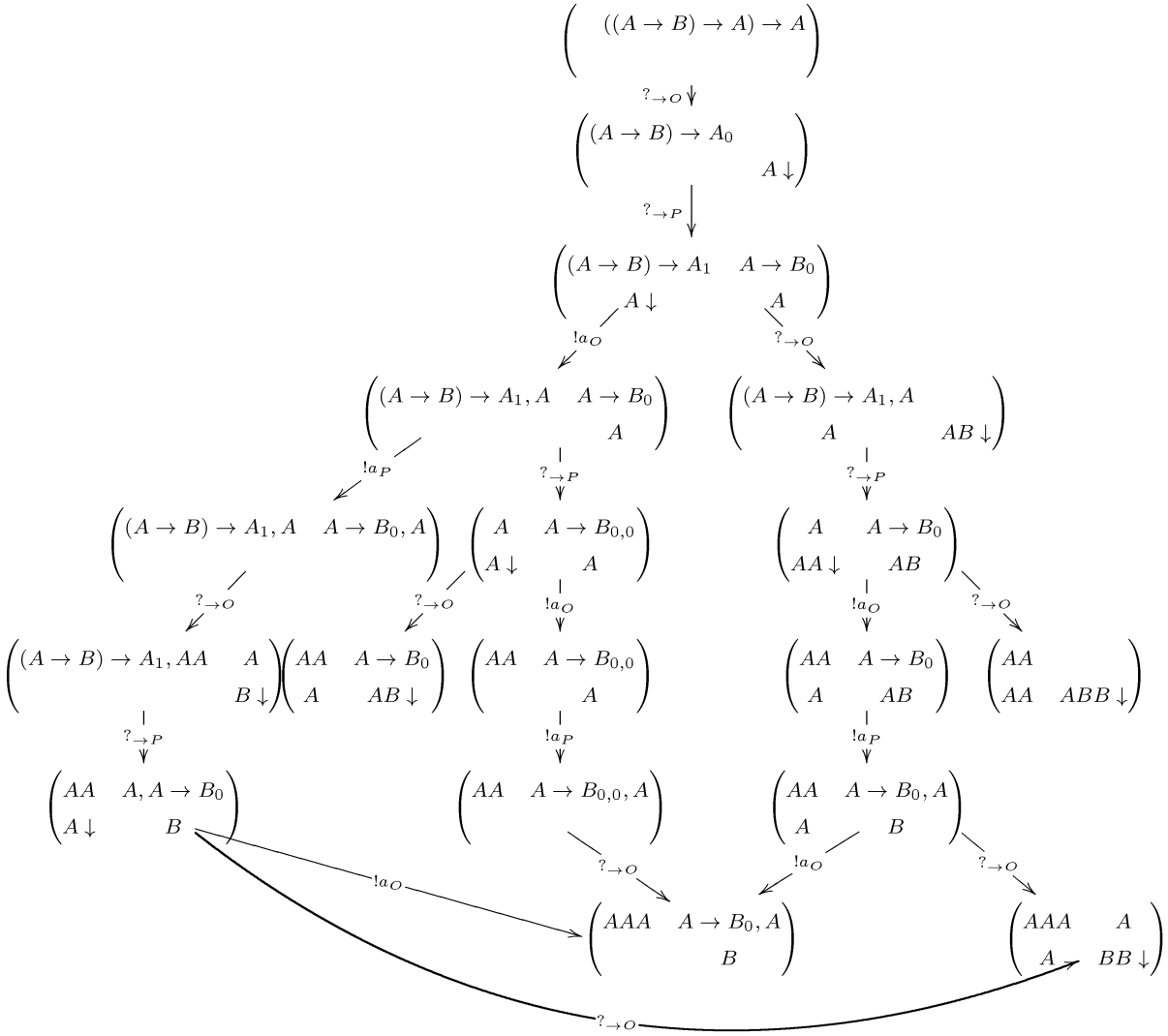
A.4.3 Double négation du tiers exclu



A.4.4 Modus Ponens



A.4.5 Formule de Peirce



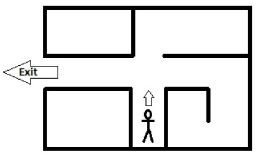
B **Appendice :** Labyrinthes

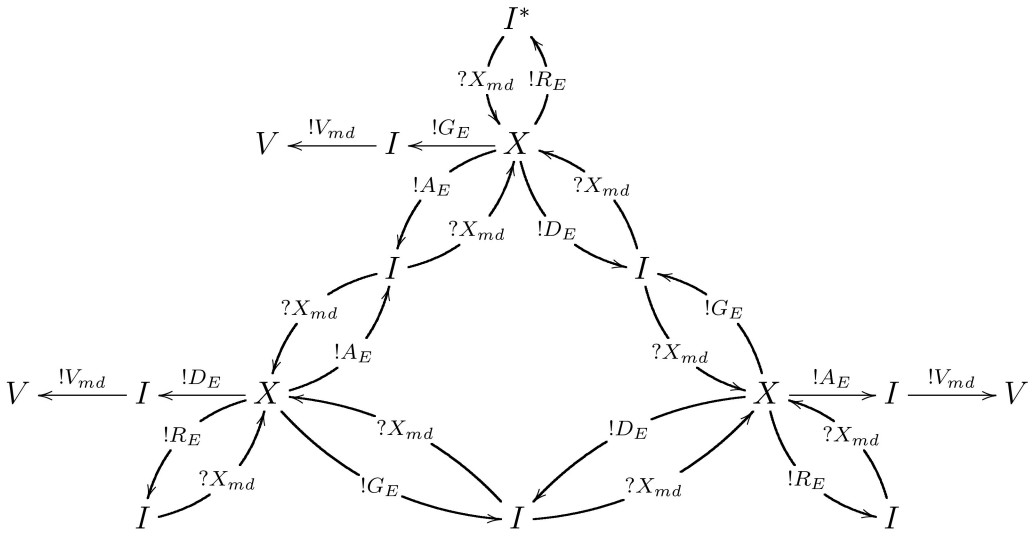
Une simplification a été effectuée pour faciliter la représentation des formes étendues des jeux labyrinthiques : les I, qui sont les "couloirs" où l'explorateur avance en attendant que le maître du donjon décrive la prochaine intersection ou le prochain carrefour, sont décrits comme des positions pouvant être traversées indifféremment "dans les deux sens" : le maître a parfois l'opportunité de donner deux descriptions différentes, une pour chaque bout du couloir.

Nous considèrerons que le maître est honnête et qu'il respectera le sens des descriptions.

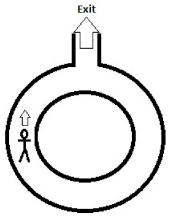
La position initiale est marquée par I^*.

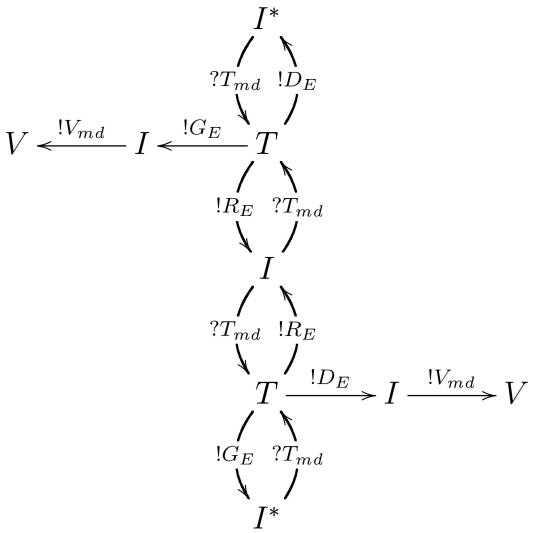
B.1 Labyrinthe orthogonal



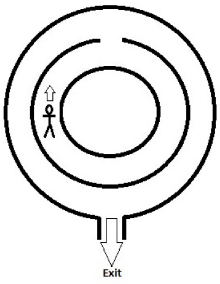


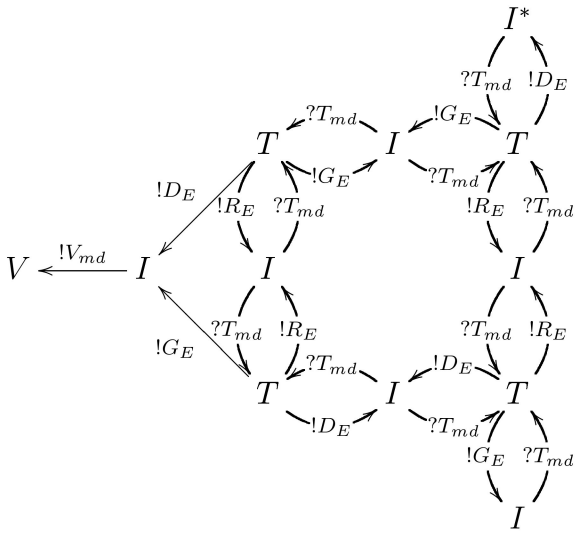
B.2 Labyrinthe en cercle





B.3 Labyrinthe concentrique





Bibliography

[1] Aristote, *Les Topiques, Organon V*, Vrin, Biblio Textes Philosophiques, 1997.

Et plus généralement, tout l'Organon.

[2] Beaufre, André, *Introduction à la stratégie*, IFRI-Economica, 4ème édition, Paris, 1985.

[3] Blass, Andréas *A Game semantics for linear logic*, dans "Annals of pure and applied logic 56", p183-220, 1992.

[4] Cardascia, Pierre, *Le débat monisme/pluralisme chahuté*, http://www.ed1.ulg.ac.be/sd/textes/20130320-Cardascia.pdf, intervention faite dans le cadre du Séminaire des Doctorants le 20 mars 2013 à l'Université de Liège.

[5] Cardascia, Pierre, *Dialogique des matrices*, http://revistas.uv.cl/index.php/RHV/article/view/401, publication online dans la : Revista de Humanidades de Valparaiso, Num 6, 2nd semestre, 2015.

[6] Carnap, Rudolf *Logical syntax of language*, Psychology Press, 1937.

[7] Clerbout, Nicolas, *Etude sur quelques sémantiques dialogiques. Concepts fondamentaux et éléments de métathéorie.*, PhD thesis, Lille/leiden, Universities of Lille 3 and Leiden, 2013.

[8] Clerbout, Nicolas, *First-order dialogical games and Tableaux*, dans "Journal of Philosophical Logic", Online first publication - DOI : 10.1007/s10992-013-9289-z.

[9] Coutau-Begarie, Hervé, *Traité de stratégie*, Economica, Bibliothèque stratégique, 7ème édition, 2011.

[10] Descartes, René , *Discours de la méthode*, Flammarion, 2000.

[11] Descartes, René , *Méditations métaphysiques*, Flammarion, 1999.

[12] Descartes, René , *Règles pour la direction de l'esprit*, Vrin, Bibliothèque des Textes Philosophiques, 1997.

[13] Desportes, Vincent, Phelizon, Jean-François, *Introduction à la stratégie*, Economica, collection "Stratégies et doctrines", 2007.

[14] Eliade, Mircea, *Le mythe de l'éternel retour*, Folio Essais, 1969.

[15] Ellul, Jacques, *La Parole humiliée*, Le Seuil, 1981

[16] Eustache, Francis, & alia *Mémoire et Oubli*, Editions Le Pommier, Observatoire B2V des Mémoires, 2014.

[17] Gale, David & Stewart, Franck, *Infinite game with perfect information*, dans "Contributions to the theory of games", volume II, Vol. 28 of Annals of mathematics studies, H.W. Kuhn & A.W. Tucker (éditeurs), Princeton: Princeton University Press, pp. 245–266, 1953.

[18] Girard, Jean-Yves, *Locus Solus*, Mathematical Structures in Computer Science 11, pp. 301-506, 2001.

[19] Girard, Jean-Yves, sous le nom de Ringard, Yann-Joachim, *Les montres à moutarde : une approche intégrée du temps et de la nourriture*, http://iml.univ-mrs.fr/ girard/Articles.html, article écrit à l'occasion de l'exposition de Per Hüttner, Musée du Temps et École Régionale des Beaux Arts de Besançon, 10 Décembre 2009 - 21 Janvier 2010.

[20] Hirschman, Albert, *Exit, voice, loyalty : Défection et prise de parole*, Université de Bruxelles, UB lire Fondamentaux, 2011.

[21] Hyland, Martin, *Games semantics*, dans "Semantics of logic and computation", A.M Pitts & P. Dybjer (éditeurs), Newton Institute, Cambridge University Press, pp131-184, 1997.

[22] Joyce, James, *Finnegans Wake*, Penguins book, 1992. Traduction française de Philippe Lavergne pour Gallimard, en 1982, mais parfois revisitée par mes soins à partir de l'original.

[23] Lacan, Jacques, *Encore : Séminaire XX*, Editions du seuil, 1975.

[24] Löwith, Karl, *Histoire et Salut : les présupposés théologiques de la philosophie de l'histoire*, Gallimard, NRF, 2002.

[25] Maïakovski, Vladimir, *Le nuage en pantalon*, Mille et une nuits, 1998.

[26] Marion, Mathieu & Ruckert, Helge, *Aristotle on Universal Quantification*, unpublished, forthcoming.

[27] Makkai, Reyes, *Model-theoretic methods in the theory of topoi and related categories.*,

[28] Nietzsche, Friedrich, *Ainsi parlait Zarathoustra*, .

[29] Panofsky, Erwyn, *Architecture gothique et pensée scholastique*, Les éditions de minuit, Collection "Le sens commun", 1967.

[30] Melliès, Paul-André, *Asynchronous games 2 : the true concurrency of innocence*, dans "Proceedings of the 15th International Conference of Concurrency Theory (CONCUR2004)", P. Gardner & N. Yoshida (éditeurs), number 3170 in LNCS, Springer Verlag, 2004.

[31] Pastoureau, Michel, *L'étoffe du diable*, Editions du Seuil - Histoire, 1991.

[32] Perea, Andrés, *Epistemic games theory : reasoning and choice*, Cambridge University Press, 2012.

[33] Platon, *Lachès - Euthyphrion*, Flammarion, 1998.

[34] Rahman, Shahid & Keiff, Laurent, *La Dialectique entre logique et rhétorique*, "Revue de métaphysique et de morale", 66:2, pp 149-178, 2010.

[35] Rahman, Shahid & Rückert, Helge, *Dialogische Modallogik für T, B, S4 und S5*, dans "Logique et Analyse", 167-168, pp. 243-282, 1999.

[36] Redmond, Juan & Fontaine, Mathieu, *How to play dialogues : an introduction to dialogical logic*, London College Publications, 2011.

[37] Schipper, Burkhardt, *Network Formation in a Society with Fragmented Knowledge and Awareness*, http://faculty.econ.ucdavis.edu/faculty/schipper/networkka.pdf,

"working paper" d'une intervention donnée lors du LOFT 2016, Maastricht, 2016.

[38] Schopenhauer, Arthur, *Le monde comme volonté et comme représentation*, PUF, Collection "Quadrige", 2014.

[39] Schröder-Heister, *Lorenzen's operative justification of intuitionistic logic*, dans "One Hundred Years of intuitionnism (1907-2007)", van Attem, M & alii (éditeurs), Basel : Birkhäuser, pp.214-240, 2008.

[40] Strauss, Léo, *Le discours socratique de Xénophon*, Editions de L'Eclat, 1991.

[41] Tarski, Alfred, *The semantic conception of truth: and the foundations of semantics.* dans "Philosophy and phenomenological research", vol. 4, no 3, p. 341-376, 1944.

[42] Vico, Giambattista, *La Science Nouvelle*, Fayard, 2001.

[43] Wittgenstein, Ludwig, *Les Recherches Philosophiques* [Philosophische Untersuchungen], Gallimard, Bibliothèque de Philosophie, 2005.

[44] Wittgenstein, Ludwig, *Tractatus logico-philosophicus*, Gallimard, Tel, 1993.

[45] Whitehead, Alfred North, *Procès et Réalité : essai de cosmologie*, Gallimard, NRF, 1995.